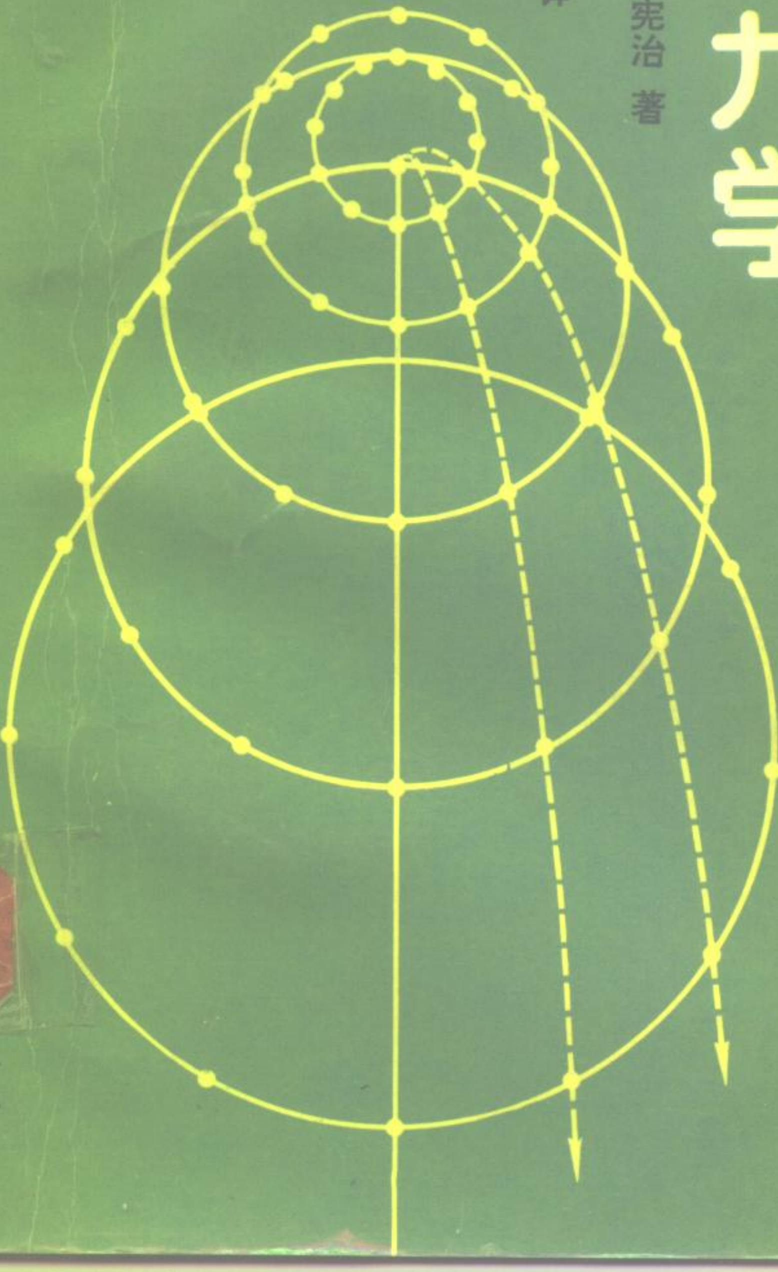
工科

一般力学

【日本】中川宪治 著
庄立球
蒋鉴 合译



高
版社

工科
一般力学

[日本] 中川宪治 著

庄立球
蒋 鉴
合译

高等教育出版社

内容简介

本书系由日本大阪大学中川宪治教授所著。作者围绕质点、质点系、刚体三个力学模型建立教材体系，主要阐述动力学原理，概括了牛顿力学和分析力学的基本内容，并突出力学在近代工程技术中的应用，致力使读者掌握建立运动方程的方法。本书体系新颖，内容简明，篇幅紧凑，代表日本高等学校工科用力学教科书的较高水平，对我国高等院校工科、理科的理论力学教学具有一定的参考价值，电大、职大、函大的理论力学教学亦可参考。

本书中译本由赵德雍校阅加工。

工科一般力学

〔日本〕中川宪治 著

[illegible] 合译

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

中国青年出版社印刷厂印装

开本850×1168 1/32 印张8.875 字数210 000

1990年6月第1版 1990年6月第1次印刷

印数0001—1 670

ISBN 7-04-002392-X/TB·136

定价 2.85 元

译 者 序

日本大阪大学中川宪治教授所著《工科一般力学》一书，是大阪大学机械系、建筑系的力学教科书。

本书是作者根据自己多年的教学经验，又吸取了作者的老师大阪大学名誉教授、京都产业大学教授千田香苗，京都大学教授国井修二郎合著的《力学Ⅰ、Ⅱ》(丸善株式会社,1952,1958),以及其他著作的精华而写成。作者围绕质点、质点系、刚体三个力学模型建立教材体系,主要阐述动力学原理,概括了牛顿力学和分析力学的基本内容,并突出力学在近代工程技术中的应用,致力使读者掌握建立运动方程的方法。作者在书中充分利用矢量、矩阵、张量等数学工具,使得一些理论、公式的推导简单明了。

本书体系新颖、严谨,内容简明、紧凑,代表日本高等学校工科力学教科书的较高水平,对于我国高等院校工科、理科的理论力学教学颇有借鉴、参考价值。

本书由蒋鉴(第一章第五章)、庄立球(第六章至第十章、附录)共同翻译。由于译者水平所限，译文中不妥之处，敬希读者批评指正。

译者

1987年秋

序

在宇宙工程学以及最新科学技术中，古典力学正起着越来越大的作用。尤其是古典力学的本概念是机械力学、振动学、结构力学、材料力学、流体力学等各种力学研究方法的基础，因此对工程技术人员来说，古典力学的知识是不可缺少的。本书作为大学工科类机械系、建筑系各专业一般力学的教科书，主要阐述动力学的基本理论。以往的力学书籍往往以物理学的应用为目的，而本书则致力于工程学的应用，还列举了许多与工程技术有关的例题，这正是本书书名加上“工科”的由来。

根据作者的教学经验，本书以正确理解力学的基本概念为讲授的重点。此外，就运动方程的解法和推导方法而言，作者更注重研究推导方法。这是因为考虑到学习力学最重要的是运动方程的正确推导。况且，由于近来使用了电子计算机，可以容易得出复杂运动方程的数值解，而且这越来越成为现实。关于运动方程的分析解及其变化情况，希望进一步参考数学，振动学等有关书籍。

本书所用单位采用国际单位制，所用术语主要根据日本机械学会编纂的机械术语集。

最后，对于本书的出版，作者表示感谢。作者直接受大阪大学名誉教授、京都产业大学教授千田香苗先生悉心栽培，承蒙赐教力学研究的方法。本书的内容也有不少仰赖于老师和已故的京都大学教授国井修二郎合写的大作《力学 I、II》(丸善株式会社，1952，1958)。另外，本书的叙述和例题，参考了国内外许多作者的著作，自己独创很少。大阪府立大学、大阪工业大学名誉教授三本铁夫

先生，对本书的撰写始终给予大力支持和热情的鼓励。大阪大学副教授岸田敬三博士、鸟取大学副教授移山吉彦博士、大阪大学井上久系男博士，对于初稿的修改提出了许多宝贵意见。大阪大学五十岚一孝技术员对于图表的制作，作了很大的努力。本书的出版、发行，承蒙森北出版株式会社的关怀，特别是太田三郎编辑部长付出了极大的辛劳。对于以上诸位，作者深表敬意。

中川宪治

1977年3月

目　　录

第一章 绪　论

1.1 力　学

力学(mechanics) 是研究作用在物体上的力及其使物体产生运动之间关系的科学，根据牛顿运动定律来研究物体运动的力学，一般称为牛顿力学(Newtonian mechanics)或古典力学(classcal mechanics)①。这种力学分为静力学和动力学两部分。

静力学(statics)是力学的一个部分，它论述物体受到力的作用，仍处于平衡状态而不产生运动时力的关系。

动力学 (dynamics) 是力学的另一部分，它论述力作用的效果，即运动状态发生变化时物体的运动。动力学又分为运动学和狭义的动力学。

所谓运动学(kinematics)，它不考虑造成物体运动原因的力，单就运动的状态，论述如何以几何学的方法表示物体的位置、速度、加速度等。

狭义的动力学(kinetics)，论述作用力及其产生运动的关系。

还有，用变分的观点对质点系动力学的全部系统，采用功、动能、势能等标量，作统一的推导，所建立的力学体系称为分析力学(analytical dynamics)。

1.2 质点、质点系、刚体

在力学中，通常把物体抽象为质点、质点系、刚体三种。

① 为区别于材料力学、流体力学、连续体力学、量子力学、统计力学等，而称为一般力学。

我们在研究物体运动的时候，需要考虑物体的大小、形状以及其它各种物理特性。然而，正如后面的牛顿定律所讲的，在力学中，成为物体基本性质的，则是物体的质量。因此可以忽略物体的大小和形状等，而把物体假想为具有质量的一个几何点，并将这假想的物体称为质点(particle)。

其次，把任意个质点的集合体称为质点系 (system of particles)。两个以上的质点或粉状体是质点系。更进一步，构成流体或可变形固体的每个微小颗粒，除必须考虑其旋转运动外，都可看作质点，故流体或可变形固体仍可看作质点系。

刚体(rigid boby)是不变形的固体，也可看作是相对位置不变的无数个质点组成的一个质点系。实际上，完全不变形的物体是不存在的，故刚体是一个理想系统。

在力学中，根据处理问题的性质，或以质点，或以质点系，或以刚体，来取代物体，然后针对不同的力学模型，应用相应的力学定律，则可推断物体怎样运动。

1.3 矢　量

(1) 标量和矢量

我们需要处理的物理量有两类。

第一，温度、密度、质量、时间、功等是只用数量就能表示的量。这些量称为标量(scalar guantity)。

第二，只有数量不能完全表示，必须再有其它要素才能表示的量。例如，为了表示物体在空间的位移，除了位移的大小外，还要表示位移的起点和方向。作为这样的量的有力、速度、加速度、力矩等。这种由大小和方向所确定的物理量，称为矢量(vector quantity)。通常，矢量用粗体字或在字母上附加箭头表示。

(2) **矢量的性质**

如图 1.1 所示，若两个矢量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 相等，则意味着它们的方向和大小皆相同，用等式表示如下

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b} \tag{1.1}$$

两个矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 之和的矢量 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，可用 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 所作的平行四边形的对角线表示（图 1.2)。而且，交换律 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$ 成立。

将上述和的法则推广则得差(图 1.3)

$$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{d}$$

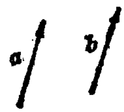


图 1.1 相等的矢量

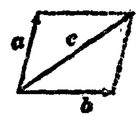


图 1.2 矢量和

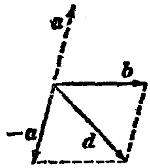


图 1.3 矢量差

在直角坐标系 O-xyz 中，若以 a 表示矢量 $\boldsymbol{a}$ 的大小，(a_x, a_y, a_z) 为 $\boldsymbol{a}$ 在 x, y, z 轴上的分量，则

$$\left.\begin{aligned} a_x &= a\cos\alpha = al \\ a_y &= a\cos\beta = am \\ a_z &= a\cos\gamma = an \end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

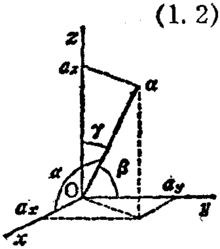


图 1.4 矢量的分量

这里 α, β, γ 分别表示 a 与 x, y, z 轴的夹角，将

$$\left.\begin{aligned} l &= \cos\alpha \\ m &= \cos\beta \\ n &= \cos\gamma \end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

称为方向余弦(direction cosine)(图 1.4)。

因 $a^2=a_x^2+a_y^2+a_z^2=a^2(l^2+m^2+n^2)$，

故得关系式如下

$$l^2+m^2+n^2=1 \tag{1.4}$$

任一矢量 $\boldsymbol{a}$，可以用它的大小 a 同沿其方向上的单位长度的

矢量 e_a 之积表示。即

$$\boldsymbol{a}=a\boldsymbol{e}_a \tag{1.5}$$

这里 e_a 为沿指定矢量方向上的单位长度的矢量，称为单位矢量(unit vector)(图 1.5)。

沿直角坐标轴 x, y, z 正方向上①的单位矢量 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 称为基本矢量(fundamental vector)。若应用基本矢量，则矢量 $\boldsymbol{a}$ 可写成

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1.6}$$

也可以用矩阵表示如下

$$\{a\}=\begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_y \end{Bmatrix} \tag{1.7}$$

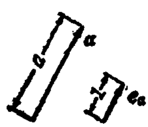


图1.5　矢量和单位矢量

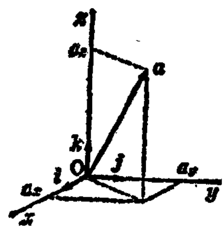


图1.6　基本矢量

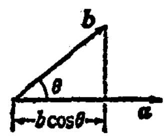


图1.7　标量积

(3) 矢量积

两个矢量的积，有标量积和矢量积之分。

矢量 $\boldsymbol{a}$ 和矢量 $\boldsymbol{b}$ 的标量积(scalar product)或内积(inner p-roduct)，定义为 $\boldsymbol{b}$ 向 $\boldsymbol{a}$ 的正投影的大小同 a 的乘积，可表示如下(图 1.7)

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=ab\cos\theta \tag{1.8}$$

式中 θ 是 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 所成的锐角。这样的标量积为标量，又根据定义

① 原文为直角坐标 (x, y, z)。坐标有正负而无方向，故原文似不妥，译为坐标轴 $, y, z$。——译者注

得

$$a\cdot b=b\cdot a \tag{1.9}$$

【例 1】 力 $\boldsymbol{F}$ 作用于物体使物体产生位移 $\boldsymbol{r}$ 时，则$\boldsymbol{F}$ 所作的功为 $W=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{r}=Fr\cos\theta$。功为标量积。

矢量 $\boldsymbol{a}$ 和矢量 $\boldsymbol{b}$ 的矢量积(vector product)或外积 (outer product)，定义为一个矢量 $\boldsymbol{c}$，写成

$$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}] \tag{1.10}$$

$\boldsymbol{c}$ 的大小由 $|\boldsymbol{c}|=c=ab\sin\theta$ 给定，$\boldsymbol{c}$ 的方向按右螺旋前进的方向由 $\boldsymbol{a}$ 向 $\boldsymbol{b}$ 转过 θ 角来定义(图 1.8)。因此，变换积的顺序，$\boldsymbol{c}$ 的方向将相反。即

$$\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}=-(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) \tag{1.11}$$

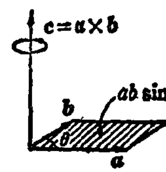


图 1.8 矢量积

【例 2】 角动量矢量 $\boldsymbol{H}$ 由位移矢量 $\boldsymbol{r}$ 和动量矢量 $\boldsymbol{P}$ 的矢量积给定。即$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{P}$。

根据上述定义，基本矢量$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$间相互的标量积和矢量积如下

$$\left.\begin{array}{l}\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{k}=1\\ \boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{k}=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{i}=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{i}=\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{k}=0\end{array}\right\} \tag{1.12}$$

$$\left.\begin{array}{l}\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{j}=-\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{i}=\boldsymbol{k}\\ \boldsymbol{k}\times\boldsymbol{i}=-\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{k}=\boldsymbol{j}\\ \boldsymbol{j}\times\boldsymbol{k}=-\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}=\boldsymbol{i}\\ \boldsymbol{i}\times\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{k}=0\end{array}\right\} \tag{1.13}$$

两个矢量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 用(1.6)式表示，若应用(1.12)、(1.13)式的关系，则其标量积和矢量积可写成

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}&=(a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k})\cdot(b_x\boldsymbol{i}+b_y\boldsymbol{j}+b_z\boldsymbol{k})\\&=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z\end{aligned} \tag{1.14}$$

就是说，两个矢量的标量积，等于沿各自的直角坐标轴的分量的乘积之和。若用矩阵表示，则变为

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\lfloor a_x a_y a_z \rfloor\begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{Bmatrix}=\{a\}^T\{b\}=\{b\}^T\{a\} \tag{1.15}$$

又

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}&=(a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k})\times(b_x\boldsymbol{i}+b_y\boldsymbol{j}+b_z\boldsymbol{k})\\&=(a_xb_y-a_yb_x)\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{j}+(a_xb_z-a_zb_x)\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{k}\\&\quad+(a_yb_z-a_zb_y)\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{k}\\&=(a_xb_y-a_yb_x)\boldsymbol{k}+(a_zb_x-a_xb_z)\boldsymbol{j}+(a_yb_z-a_zb_y)\boldsymbol{i}\end{aligned}$$

即

$$a\times b=\begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \tag{1.16}$$

此外,三个矢量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 的积,下式成立(习题 1.2)

$$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})=\boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a})=\boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} \tag{1.17}$$

这表明 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\ \boldsymbol{c}$ 的积是以 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\ \boldsymbol{c}$ 为三个边的平行六面体的体积。而且

$$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{b}-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c} \tag{1.18}$$

是成立的(习题 1.2)。

(4) 力矩

考虑一矢量 $\boldsymbol{a}$ 和空间内任意一点 O。若从 O 点引向 $\boldsymbol{a}$ 或 $\boldsymbol{a}$ 作用线上任意点的矢量为 $\boldsymbol{r}$,则 $\boldsymbol{r}$ 同 $\boldsymbol{a}$ 的矢量积可表示为 $\boldsymbol{M}$,通常称为矩(moment),记作

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{a}=(ar\sin\theta)\boldsymbol{e}=ah\boldsymbol{e} \tag{1.19}$$

式中 θ 是 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{r}$ 的夹角,h 是 O 到 $\boldsymbol{a}$ 的作用线的垂直长度,$\boldsymbol{e}$ 是垂直于包含 $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{a}$ 的平面的单位矢量(图 1.9)。由式(1.19)知,矩

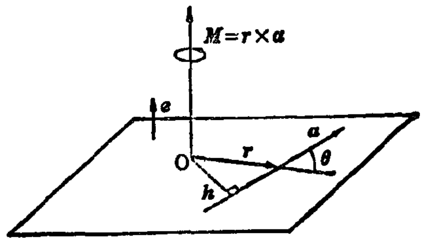


图 1.9 矩

$\boldsymbol{M}$只取决于 O 点同 $\boldsymbol{a}$ 的相对位置。

在矢量 $\boldsymbol{a}$ 是力 $\boldsymbol{F}$ 的特殊情况下，矩$\boldsymbol{M}$为

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$$

称为力的矩(moment of a force)或简称为矩①。

(5) 力偶矩

同时存在大小相等、方向相反的两个平行力，称为力偶(couple)。力偶的力 $\boldsymbol{F}$，$-\boldsymbol{F}$ 对 O 点的合力矩(图 1.10a)为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_c&=\boldsymbol{r}_1\times\boldsymbol{F}+\boldsymbol{r}_2\times(-\boldsymbol{F})=(\boldsymbol{r}_2+\boldsymbol{a})\times\boldsymbol{F}+\boldsymbol{r}_2\times(-\boldsymbol{F})\\&=\boldsymbol{r}_2\times(\boldsymbol{F}-\boldsymbol{F})+\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{F}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{F}\\&=(lF)\boldsymbol{e}\end{aligned}\tag{1.20}$$

式中 $\boldsymbol{a}$是从$-\boldsymbol{F}$的作用线上任一点到$\boldsymbol{F}$的作用线上的点的矢径，l 是 $\boldsymbol{F}$ 和$-\boldsymbol{F}$ 间的垂直距离，$\boldsymbol{e}$ 是垂直于包含$\boldsymbol{F}$和$-\boldsymbol{F}$的平面的单

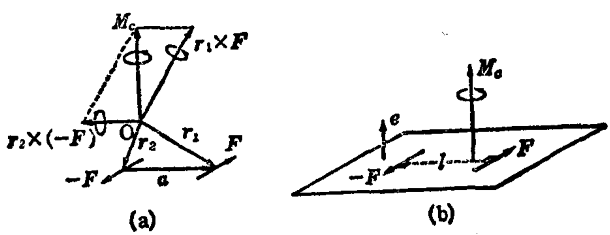


图 1.10 力偶矩

① 在工程学中，把力的矩称为转矩(torque)。