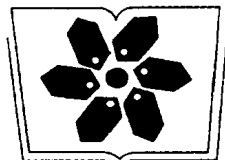


离散事件动态系统 的PN机理论

蒋昌俊 著

科学出版社

0271
J42



中国科学院科学出版基金资助出版

离散事件动态系统的 PN 机理论

蒋昌俊 著

科学出版社

2000

DW 19/22

内 容 简 介

本书是在作者近几年学习和工作中取得的研究成果的基础上撰写而成,着重论述集系统物理结构与动态行为于一体的PN机理论及其分析方法,反映了这一领域的研究现状和主要成果。全书共分八章。第一章绪论,综述了DEDS的研究现状,论述了本工作的必要性。第二章为预备知识。第三章是PN机理论框架的建立,研究了矢量文法、PN机及其语言关系。第四章至第七章分别研究了PN语言的性质及其在系统建模和行为分析方面的应用。第八章研究了基于行为表达式的系统性能分析方法。

本书适合于大专院校、科研单位从事控制科学、计算机科学和系统科学等领域的师生和科技工作者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

离散事件动态系统的PN机理论/蒋昌俊著. —北京:科学出版社,2000

ISBN 7-03-008218-4

I. 离… II. 蒋… III. 控制论-数学理论-应用-离散系统(自动化) IV. TP271

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第77222号

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

科地亚印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2000年8月第一版 开本:850×1168 1/32

2000年8月第一次印刷 印张:6 5/8

印数:1—2 000 字数:170 000

定价:18.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换(新欣))

前 言

离散事件动态系统(Discrete Event Dynamic System)是 20 世纪 80 年代初建立的一类具代表性的人造系统模型,对它的研究涉及到控制科学、计算机科学和系统科学,在这些交叉研究领域有着广泛的应用背景.如:信息高速通讯网、计算机集成制造系统、分布式并行处理系统等等.这类系统的一个本质特征是事件驱动状态的动态演变过程.由于系统的庞大和复杂,使其行为的规划、调度与控制的研究变得极为困难.传统的适于连续系统的控制处理方法已难以派上用场.20 年来,相继出现了自动机模型、受控 Petri 网模型和极大代数模型等等,科研人员取得了一大批创造性成果,为这一领域发展奠定了很好的基础.我国自 80 年代末兴起这方面的研究,在离散事件监控理论、建模技术和分析方法等方面取得了许多有价值的结果,并形成了庞大的研究队伍,使得这一理论成为控制科学中一个重要研究方向.

尽管国内外已出版了几本有关离散事件动态系统方面的教材或著作,但从离散并发系统的行为机理角度讨论模型及其分析的著作尚不多见.本书是在我们学习与工作体会的基础上,总结了十多年来的研究成果,着重介绍离散事件动态系统的并发模型及其行为分析理论——PN 机理论.在比较全面、系统地论述了离散事件动态系统的起源与发展过程、目前的研究现状和进一步研究的方向之后,详细地阐述了 PN 机模型的理论和分析方法.包括:PN 机模型的计算能力划分,矢量文法、PN 机及其语言的对应关系,PN 机的几种范式及其性质;PN 语言属性的判定算法,PN 语言识别的串行和并行算法;PN 机的行为表达式及其语言,行为表达式到安全 PN 机转换算法;PN 机的递阶操作及其保持性问题,系统递阶设计方法;PN 机的合成操作及其行为特征,动态不变性和行

为一致性等等问题的分析;PN 机的几种性能分析方法. 我们希望通过书中大量具有实际背景的例题分析,能使读者进一步加深对理论和方法的理解.

本书适合于自动控制、计算机、系统工程、通信工程、管理、机械制造和应用数学等专业的教师、研究生和高年级本科生阅读,也可作为相关领域科技人员的参考书.

作者在求学过程中,先后得到了几位导师的指导和帮助,他们是:山东科技大学的吴哲辉教授、中国科学院自动化研究所的郑应平教授和疏松桂教授以及中国科学院计算技术研究所的李国杰院士.在此,向他们表示诚挚的谢意!

作者的研究工作先后得到国家自然科学基金、国家外专局专家合作基金、中国博士后科学基金、山东省优秀中青年科学家基金、山东省自然科学基金和山东省计划等项目的资助,本书的出版得到中国科学院科学出版基金的资助,特在此一并表示感谢.

由于时间和水平有限,书中的错误和缺点在所难免,恳请读者批评指正.

蒋昌俊

目 录

前言

第一章 绪论	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 离散事件动态系统模型	(1)
1.3 内容的安排	(12)
参考文献	(13)
第二章 基本知识	(19)
2.1 形式语言自动机理论	(19)
2.2 Petri 网	(20)
2.3 袋与袋幕集	(26)
参考文献	(27)
第三章 PN 机与矢量文法	(28)
3.1 矢量文法及其分类	(28)
3.2 正规矢量文法细分及其与经典文法的关系	(30)
3.3 混杂 PN 机	(35)
3.4 广义混杂 PN 机	(40)
3.5 PN 机范式及其语言关系	(46)
3.6 PN 语言的拟正规性	(52)
3.7 本章小结	(56)
参考文献	(57)
第四章 PN 语言的判型实现与识别器	(60)
4.1 判别 PN 语言属型的算法基础	(60)
4.2 判型算法描述	(68)
4.3 PN 语言的串行识别器算法	(71)
4.4 PN 语言的并行识别器算法	(74)

4.5 本章小结	(81)
参考文献	(82)
第五章 行为表达式与安全 PN 机	(84)
5.1 行为表达式	(84)
5.2 安全 PN 机模型的构造	(87)
5.3 行为表达式到安全 PN 机转换算法	(92)
5.4 本章小结	(97)
参考文献	(98)
第六章 PN 机的递阶操作	(100)
6.1 PN 机的 HT 操作	(100)
6.2 HT 操作的行为关系	(104)
6.3 HT 操作的保性研究	(106)
6.4 PN 机的 HP 操作	(111)
6.5 HP 操作的行为关系	(117)
6.6 HP 操作的保性研究	(119)
6.7 基于递阶操作的系统建模方法	(122)
6.8 应用: 机械臂抓物系统建模	(124)
6.9 本章小结	(127)
参考文献	(128)
第七章 PN 机的合成操作	(129)
7.1 同步合成与共享合成	(129)
7.2 结构性质	(131)
7.3 基于 PN 语言的活性刻画	(133)
7.4 活性控制	(137)
7.5 动态不变性	(143)
7.6 行为相关性	(151)
7.7 本章小结	(170)
参考文献	(171)
第八章 PN 机的性能分析	(173)
8.1 基于可达图的分析方法	(173)

8.2 基于矩姆函数的分析方法	(178)
8.3 基于行为表达式的分析方法	(191)
8.4 本章小结	(200)
参考文献	(201)

第一章 绪 论

1.1 引 言

随着科学技术的高速发展,人类社会进入到信息化时代,工业技术发生了根本性的变革,出现了一大批高新技术领域.具代表性的如:信息高速通讯网、计算机集成制造系统、分布式并行处理系统等等.这类系统的一个本质特征是它们的行为表现为离散的动态演变过程.由于系统的庞大和复杂,使得其行为的规划、调度和控制极为困难.传统的适于连续系统的处理方法已经难以派上用场.为此,这类系统已成为近些年来系统科学、计算机科学和控制科学中极富挑战性的研究课题.据其特征,这类系统通常被称为离散事件动态系统(DEDS),它是由国际自动控制专家哈佛大学何毓琦(Ho, Y. C.)教授于20世纪80年代初提出的.自此以后,在世界范围内掀起了一股研究DEDS的热潮,相继出现了自动机模型,受控Petri网模型和极大代数模型等等.经过十余年的努力,积累了丰富的经验,出现了一大批创造性成果,为这一领域发展奠定了理论基础.如果说前十年时间是这一领域发展的一个高潮,那么最近一段时间可以说是这一领域的一个平稳发展时期,基本没有大的突破,而只是原有基础上的改进和丰富.我们认为在量的积累的同时,应着眼于质的突破,勇于挖掘和提出更切实际的理论模型,并发展其丰富的理论,使得DEDS理论发展到一个更高层次.

1.2 离散事件动态系统模型

考察一个离散事件系统主要包括两个方面:一是定性地研究逻辑特征,二是定量计算数值指标.从而达到对系统的综合认识,

以便设计、优化和控制系统.为此,我们可以将现有的离散事件系统模型划分为定性、定量两大类.

1.2.1 定性模型

定性模型主要反映系统的逻辑结构和运行机制.这方面的模型主要有:

1. 形式语言自动机^[1,2]

形式语言自动机理论是20世纪50年代发展起来的,70年代逐渐成熟的一门学科.起初作为计算机的一个重要分支在编译系统、模式识别等方面得到广泛应用.自80年代以来,它在控制科学、系统科学中也得到广泛应用.比较有影响的有:加拿大多伦多大学的Ramadge和Wonham(1987)创立的基于有限状态自动机的DEDS控制模型^[2,3],Mitropolis等人发展的基于形式语言的非线性系统特征模型——实用符号动力学^[83].

在RW模型中,用有限状态自动机

$$G = (\Sigma, Q, \delta, q_0, Q_m)$$

表示受控系统,其中 Σ 为有限事件集合, Q 为状态集合, δ 为状态的转移函数, q_0 为初始状态, Q_m 为识别状态集. Σ^* 记为 Σ 上的所有有限串(包括空串 ϵ)的集合. Σ 上的语言

$$L(G) = \{\sigma \mid \sigma \in \Sigma^* \wedge \delta(\sigma, q_0)!\}$$

和

$$L_m(G) = \{\sigma \mid \sigma \in \Sigma^* \wedge \delta(\sigma, q_0) \in Q_m\}$$

分别称为受控系统 G 的行为和识别行为,这里 $\delta(\sigma, q_0)!$ 表示 $\delta(\sigma, q_0)$ 在 q_0 下经过串 σ 演变后得到的状态.

在实际问题中,我们也许只需要 G 的一部分行为 L .这样一来,就需要对 G 的行为 L 加以限制.限制的途径是通过将 G 的事件集 Σ 划分为两个不相交的事件集 Σ_u 和 Σ_c ,其中 Σ_u 为不可控事件集, Σ_c 为可控事件集.控制作用只对 Σ_c 中事件有效,而对 Σ_u 中事件无效, Σ 的划分依赖于实际要求.控制的作用由控制模式 γ

来实现,记

$$\Gamma = \{\gamma \mid \gamma \in 2^Z \wedge \Sigma_u \subseteq \gamma\}$$

是系统 G 的控制模式集合.若 $\tau \in \gamma$,则称 τ 被允许发生,反之称为禁止发生.

设计监控器 (S, φ) ,其中

$$S = (\Sigma, X, \xi, x_0, X_m)$$

是一自动机, $\varphi: X \rightarrow \gamma$ 是一状态反馈映射, S 通过观测 G 的历史信息,并有选择地记忆在它的状态中,根据其状态变化不断切换控制模式,从而使 G 的运行行为限制在目标语言 L_a 之内.由 S 和 G 构成的同步系统 S/G 则被称作闭环系统. S/G 对应的闭环行为和闭环识别行为分别记作 $L(S/G)$ 和 $L_m(S/G)$.为此,要解决的基本问题是:对给定的目标语言 $L_a \subseteq L(G)$,设计控制器 S ,使得闭环系统的行为 $L(S/G) \subseteq L_a$,且 $L(S/G)$ 尽可能地大. Ramadge 和 Wonham 对此获得一条基本定理^[2]: $L(S/G) = L_a$ 的充要条件是 L_a 闭可控.其中可控语言是一个基本而重要的概念^[2],它刻画了这样的事实: G 在 L 的任一事件轨迹上发生任一不可控事件后仍处在 L 的轨迹上.

RW 的工作奠定了基于有限状态自动机的 DEDES 监控理论的基础,吸引了一大批研究工作者.人们从正规语言的极大可控子语言的唯一存在性及其计算^[4]、部分信息监控^[5,6]、分散递阶监控^[7]、状态反馈控制^[8]、实时控制^[9]等诸多方面展开了深入广泛的研究,极大地丰富了这一理论体系.同时;也出现了一批应用研究的成果.文献[10]应用这一理论于数据库管理系统中用户事务的并发执行问题,文献[11]将分散监控方法用于控制通讯网络数据传输过程,文献[12]应用监控理论解决半导体集成电路制造车间速热多处理器的控制问题,文献[13]将该理论用于处理车间的管理问题.这些工作在不同程度上取得了较好的效果.

然而,必须指出的是 RW 理论也有一定的局限性,这表现在:

(1) 成熟的 RW 理论是建立在有限状态自动机基础之上,从而限制了其处理问题的能力只在正规语言表达之内.尽管人们在

真超于正规语言的能力之上做出了努力,但不够理想,没有形成成熟的理论和方法。

(2) 由于自动机表达的行为是串语义下的,从而不能很好地刻画并发等重要现象。虽然文献[9]试图在事件幕集上考察行为问题,但也不过是步语义下的,而且其控制更加困难。

(3) 由于自动机表达的行为实际上是系统的运行机制,没有反映系统本身的物理结构,这对系统的结构与面向对象的处理将会带来不便。

2. CSP^[14](通信顺序过程)与 CCS^[16](通信演算系统)

CSP 与 CCS 都是为处理分布式系统而设计的演算工具,其目标是给出在不同描述程度上构造和比较不同模型的框架,它们都是以表达式的基本语法为起点。

CSP 是由英国科学家 C. A. R. Hoare 于 1978 年提出的一个命令式语言。一个 CSP 程序就是一个进程,每个进程可以平行地分解为许多子进程,子进程之间以进程运算符相联。子进程又可进一步分解为更深一层的子进程。这种进程嵌套可达到任一深度。

CSP 的最大特点是有一对通信原语,沟通进程之间的联系。CSP 还提供了一组比较丰富的不确定和平行运算操作。其中包括不确定选择符、变进程运算符、或进程运算符、选择进程运算符、并发进程运算符。

为了增强描述能力,CSP 还有一些其他设备,如递归定义的进程、限制进程、屏蔽进程、换名进程等等。

CCS 是由美国科学家 R. Milner 于 1980 年提出一个函数式语言,它的基本成分是项,或称动程,含自由变量的动程称动程表达式。动程的组合仍是动程,其组合深度也可以是任意的。

CCS 也有一对通信原语,它由两组标号组成。其中一组是名字的集合,常表为 $\Delta = \{\alpha, \beta, \gamma, \dots\}$;另一组是加上横线的名字集合,常表为 $\bar{\Delta} = \{\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \dots\}$, Δ 称为输入港口集, $\bar{\Delta}$ 称为输出港口集,它们是互补的。动程间通信时并不指定对方动程的名字,只指定对方港口的名字,只有相同名字的输入和输出(不考虑上横

线)之间才可以通信.

相对说来,CCS 的复合操作比较少,只有一个并行操作,相当于 CSP 的并发操作,以及一个选择操作,相当于 CSP 的或进程运算,但这并不等于说 CCS 的描述能力不如 CSP 强.有人证明,存在着确定的算法,可以把 CSP 的程序翻译成 CCS 的程序.因此,CCS 的复合操作数少只是某种意义上表明 CCS 运算的粒度比较小.

与 CSP 相似,CCS 也有一些辅助性设备,如递归定义的进程、换名、屏蔽等.

关于 CSP 和 CCS 方面的研究主要集中在它们的各项语义下的行为关系^[15],以及操作系统的规范说明语言^[17].

尽管 CSP 和 CCS 具有很强的描述能力,也有一定的分析演算能力,但它们仍然存在着以下不足.

(1) 如同形式语言自动机一样,其处理是针对系统运行机制的,没有反映系统物理结构信息,不便于系统结构设计和处理.

(2) 由于其表达形式较自动机的语言更为复杂,不便于控制操作.

(3) 尽管对并发有一定的刻画^[14,16],但仍不能很好地反映真并发行为.

3. 迹语言^[18]和偏序语言^[24]

迹语言是由波兰人 A. Mazurkiewicz^[18]于 1977 年提出的,试图通过并发系统的序列观察来刻画系统的非序列行为的一种工具.

对于一个并发系统 G , 设 Σ 是 G 的事件表, $D \subseteq \Sigma \times \Sigma$ 代表 Σ 中相互依赖的事件偶集, $I = \Sigma \times \Sigma - D$ 为 Σ 中独立的事件偶集. 二元组 $\Gamma = (\Sigma, D)$ 称作并事件表. 设 $\equiv_{\Gamma}$ 是自由模 $(\Sigma^*, \circ, \epsilon)$ 中的最小同余关系(其中“ $\circ$ ”是连接运算, ϵ 是空串), 使得 $\forall a, b \in \Sigma$. 若 $(a, b) \in I$, 则 $ab \equiv_{\Gamma} ba$, $\equiv_{\Gamma}$ 的等价类被称作 Γ 上的迹.

迹语言的研究主要集中在两个方面:一方面涉及到迹的图表示理论和图文法理论^[19]. 文献[20]试图通过无向结点标号图产生语言,给出图文法处理的一个精巧数学框架 NLC 文法. 文献[21]

以类似于正规串文法的途径形式化处理 NLC 文法,从而导出所谓的 BNLC 文法.文献[22]通过有向图产生语言,给出 NLC 文法的一个变种,即 RDNLC 文法.文献[23]讨论了由 RDNLC 文法的一个子类产生的正规迹语言特征.这方面的研究,依赖图是一个基本的工具,就像串是串文法理论的基础,它是图文法理论的基础.另一方面,研究与迹语言理论有关的代数作为并发系统规范说明和描述技术的基础,考察迹语言与其它模型(如 EN 系统,时态逻辑)之间的关系及其转换问题.这方面的工作可见文献[25].

偏序语言是由 J. Grabowski^[24]于 1979 年首先提出的,它对并发行为能清晰地刻画,被认为是研究并发系统在串语义和进程语义下行为的一个统一的框架.

偏序语言建立于一个严格的偏序结构 $(A, \prec)$ 之上,而且 $\beta: A \rightarrow X$, X 是一个有限字母表,称 $(A, \prec, \beta)$ 为 X 上一个严格偏序结构.

称 X 上的 $(A_1, \prec_1, \beta_1)$ 与 $(A_2, \prec_2, \beta_2)$ 是同构的,当且仅当存在一个双射 $\alpha: A_1 \rightarrow A_2$,使得对所有的 $k, l, m \in A_1$,都有

$$\beta_1(k) = \beta_2(\alpha(k)),$$

并且

$$(l, m) \in \prec_1 \Leftrightarrow (\alpha(l), \alpha(m)) \in \prec_2.$$

记 $[(A, \prec, \beta)]$ 是 $(A, \prec, \beta)$ 的同构类,若 A 是可数的,则称 $[(A, \prec, \beta)]$ 是 X 上的一个偏序字.记 X 上的偏序字集合为 $PW(X)$,对每一个 $PL \subseteq PW(X)$,则称 PL 是 X 上的一个偏序语言.

文献[24]研究了偏序语言的一些性质,以及从 Petri 网如何导出;文献[24, 25]研究了偏序语言的各种语义之间的关系;文献[25]将偏序语言推广到无限字的情况,并做了性质研究;文献[26]将偏序语言与正态逻辑等结合在一起,形成了一个新的具有更强描述能力的并发工具.

的确,迹语言或并发控制语言对并发系统的行为,尤其是并发行为都能给出很好的刻画,而且起到了各种语义之间关系的桥梁作用.然而,这些语言在系统性质(如活性、公平性等)方面的刻画

与分析手段仍不令人满意. 它们对系统规范的形式说明及其系统模型的构造仍需进一步努力. 增强其可操作性, 使之适于系统控制也将是进一步研究的方向.

4. Petri 网^[27-29]

Petri 网是异步并发系统建模与分析的一种重要工具, 它是由德国科学家 C. A. Petri 教授于 1962 年在其博士论文中首先创立的, 后流传于欧美一些国家, 现已在全世界许多国家得到重视, 成为计算机界、自动化界的热门研究课题.

自 Petri 先生开创性的工作之后, 网论得到了长足进展, 至今已形成了相当规模的研究领域. 在理论方面, 首先建立了一些分析技术, 包括基于状态方程的代数分析技术^[29-31], 基于可覆盖树(图)的图分析技术^[29,36-38], 基于化简分解的归纳分析技术^[31-34,39-42].

代数分析技术主要以关联矩阵的形式对一个网系统的结构给予刻画, 然后建立状态可达的线性系统关系. 这种分析途径首先是由 Peterson^[29]提出, Murata^[30-32]的工作最为出色. 它的优点在于可以借助线性代数的有关结果, 简洁地展现 Petri 网的一些性质, 尤其是结构性质. 当然, 其作用是有限的, 难于很好地刻画动态特征. 一般来说, 它对可达性的刻画只是一个必要条件, 而非充分, 只有针对无冲突的子类才是充要的. 最近, 文献[37]试图作出努力, 取得了一些进展, 但仍未很好地解决.

图分析技术是以一个有限的有向图(树), 直接展现一个网系统的运行机制, 类似于一个状态机. Karp 和 Miller^[36]首先提出这一思想. 它的优点是能反映一个网系统的动态行为和一些特征. 特别地, 对一个有界 Petri 网, 它是一个准确刻画, 而且对应一个有限状态机. 然而, 对无界 Petri 网, 它只能部分反映. 最近, 文献[81]提出一个通项可达森林的工具, 企图以一组通项化的可达树准确刻画一个网系统(包括有界无界). 这是一个有吸引力的研究方向.

归纳分析技术是针对 Petri 网的状态复杂性而提出的. 一般来说, 一个规模不大的系统, 可能会出现状态组合爆炸的危险, 从而

给分析带来困难,对此人们提出化简和分解的思想.化简是将一个较复杂的 Petri 网简化成一个比较简单的 Petri 网而又要保留一些性质不变的同态变换过程.这个过程减小了可达状态空间,对简单网的分析能为理解原网提供充分的信息.分解的思想即是“分而治之”,是将一个复杂的网系统分解成若干较为简单的网系统,分解过程也要保持一些性质不变.这样,通过分析简单的子网系统便可了解复杂的网系统.这方面的研究是近些年 Petri 网领域中一主流方向,但是大多数工作都局限在保性研究上,而且条件过强,很难普适.保持行为的化简、分解研究,减弱条件,提高适应性将是进一步努力的目标.

Petri 网理论研究的另一主流方向是建立在通用网论基础之上的并发行为的特性研究.通用网论是从更为基础,更为抽象的网模型(如 C/E 系统,EN 系统)上探讨系统的特性,其中最为重要的就是并发性.Petri 先生自 70 年代以来一直从事这方面的工作,其中最为著名的就是他所建立的并发公理系统^[27,28].在此基础上,许多研究者开展了并发语义的刻画^[43],系统并发行为、序列行为的等价关系^[44],并发、冲突行为的关系^[45],并发系统的构造^[46],以及基于 Petri 网的并发系统与 CSP、CCS 在语义上的关系^[47,48]等等研究,取得了一些深刻结果.然而,这方面的工作仍有待进一步发展,如对并发行为表达层次的划分与实现,对这些理论结果真正付之应用的研究等等.

Petri 网语言也是 Petri 网中一重要研究方向,Hack^[49]和 Peterson^[29]最早从事这方面的研究.将一个 Petri 网所有可能的引发序列的集合视为该网产生的语言,文献[29]研究了该语言的封闭性,以及与经典形式语言的关系.Hack 在文献[50]中还讨论了网模型的计算能力,指出带抑止弧的增广 Petri 网与著名的图灵机在计算能力上是等价的,从而充分显示出 Petri 网模型的表达能力.另外,Rozenberg 等人^[51]在事件多重集上讨论了子集语言的类似问题,文献[52]给出了 Petri 网语言的一个很好综述.这以后的工作还有文献[78]给出了 Petri 网语言与形式语言关系的一个清楚

刻画,文献[53]分别从各个角度研究了 Petri 网语言的性质.然而,同经典形式语言相比,Petri 网语言显得不那么成熟.首先没有建立 Petri 网语言的表达层次及相应的文法关系,只将 Petri 网看成是语言的产生器,而没有考察作为识别器的可能.还有,Petri 网讨论的一些重要性质(如活性等)极少以语言的形式加以刻画和分析.这方面的问题既反映出 Petri 网语言研究的不成熟性,同时也为我们展现出新的极具吸引力的研究方向.

在 Petri 网应用方面,出现了许多可喜的成果.早期的工作主要涉及计算机科学的有关领域,如文献[54]将 Petri 网用于通信网络的协议验证与分析;文献[55]讨论了操作系统的 Petri 网描述;文献[56]研究了 Petri 网在分布式数据库系统中的应用;文献[57]考察了 Petri 网在实时系统中的应用,提出了加时间因素的 Petri 网以及文献[58]为研究系统性能分析,提出了随机 Petri 网(定量模型中专题论述).此外,为浓缩系统描述的规模,文献[59]引入了着色 Petri 网,文献[60]提出了谓词变迁网等新网种.近些年来,Petri 网的应用渗透到计算机科学的新领域,如文献[32]利用 Petri 网研究了并发程序的描述与验证,文献[32]研究了知识的 Petri 网表示;文献[61]讨论了面向对象的 Petri 网模型.同时,Petri 网也广泛地用于自动化、机械制造、军事指挥等学科领域,尤其热门的可算是基于 Petri 网的系统控制研究,文献[62]首先引入受控 Petri 网的网种,并用于自动化车间的建模与调度控制.文献[42]研究了自动制造动力系统的 Petri 网建模与分析.

1.2.2 定量模型

定量模型主要刻画系统性能的数量指标,为优化、调度、评价系统提供操作模型和处理方法.这方面的模型主要包括:

1. 极大(小)代数

极大(小)代数是一类新的代数系统,它在集合上定义了两种运算:

$$a \oplus b = \max\{a, b\}(\min\{a, b\}),$$