李金锡 等编

工科大学物理基本教材

下

天津大学出版社

工科大学物理基本教材

（下册）

李金锷　等编

天津大学出版社

内 容 提 要

本书是《工科大学物理基本教材》下册．内容包括：振动学基础、简谐波、电磁振荡和电磁波、光的波动性、光的量子性、原子结构、物质波和量子物理等八章．各章末配有一定数量的思考题和习题．书后附有习题参考答案．根据打好基础、精选内容和加强能力培养的原则，本书对于与大学物理前后相关的课程作了慎重研究，解决了重复与脱节等问题．在内容上加强了近代物理部分．全书份量适当，利于教学，能满足大多数工科院校的教学需要．

工科大学物理基本教材

（下册）

李金锷　等编

天津大学出版社出版
（天津大学内）
河北省昌黎县印刷厂印刷
新华书店天津发行所发行

开本：850×1168毫米 1/32　印张：$11^5/_8$　字数：310千字
1989年12月第一版　　1998年6月第5次印刷
印数：18202—21202
ISBN 7—5618—0170—X
O·20　　定价：12.00元

目　录

第十一章　振动学基础

振动是机械运动的普遍形式之一。物体在平衡位置附近来回作周期性运动叫做机械振动，例如摆的振动，气缸中活塞的振动，分子或晶体晶格中的原子的振动，一切发生体的振动等。此外，有一些物理量，它们在某一数值附近随时间作周期性的变化，也属于振动的范畴，例如交变电流、交变电磁场等。这些运动的本质虽然不是机械运动，但运动规律的数学描述却与机械振动类似。所以，机械振动的理论是一切振动学的理论基础。

振动之所以特别重要，还在于它是波动的基础，一切波动都是某种振动的传播过程。振动现象是多种多样的，其中最基本最简单的振动是谐振动，复杂的振动都可以分解成一系列的谐振动。我们将先讨论谐振动的特点及其基本规律，再根据动力学观点建立谐振动的微分方程，然后讨论阻尼振动和受迫振动，最后讨论谐振动的合成和分解。

§11－1　谐　振　动

一、弹簧振子的谐振动

把一个轻弹簧左端固定，右端系一个质量为m的物体，放在摩擦力可略去不计的水平气垫导轨上，将物体稍为移动后，物体就在弹性力的作用下相对平衡位置作自由振动。这整个系统叫做弹簧振子，如图11-1所示。设物体位置在0点时，弹簧为原长，作用在物体上的力等于零，这个位置就是物体的平衡位置。如果把物体向右移到位置P，则弹簧被拉长，所以有指向左方即指向平衡位置的力作用到物体上，从而使物体返回到平衡位置。当物体

回到平衡位置时，弹簧的作用力等于零，但是因为物体在返回时获得动能，所以它不停止在平衡位置而继续向左移动。当物体在平衡位置左边时，弹簧被压缩，则物体所受的力指向右方即仍指向平衡位置，这时力的作用是阻挠物体运动，直到物体静止在位置 p'。此后，物体在弹性力的作用下向右移动。这样，在弹性力的作用下物体在平衡位置作往复振动。

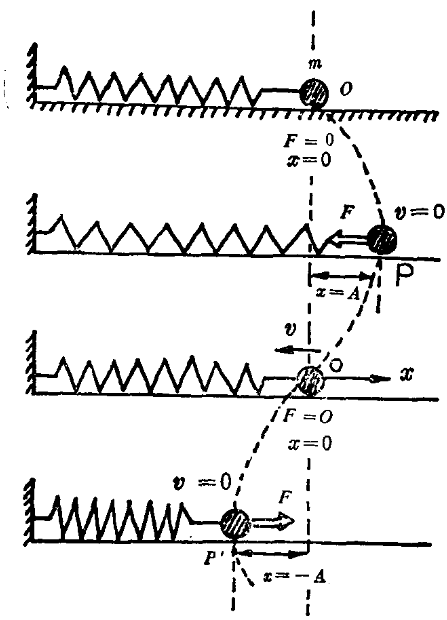

图11-1 弹簧振子的振动

取平衡位置 0 为 x 轴的原点，并设 x 轴向右为正，按照虎克定律，在弹性极限内物体所受的弹性力和位移成正比，且永远指向平衡位置。这个力 f 可表示为

$$f = -kx \qquad (11\text{-}1\text{-}1)$$

式中 k 为弹簧的倔强系数；负号表示力和移位的方向相反，即弹性力的方向总是指向原点，这是谐振动的基本特点。

二、谐振动的运动方程

根据牛顿第二定律建立物体运动的微分方程式，并将 $f = ma$ 代入公式（11-1-1），可得

$$ma = -kx \quad \text{或} \quad a = -\frac{k}{m}x \qquad (11\text{-}1\text{-}2)$$

因为 k 和 m 都是正的恒量，所以它们的比值可用另一个恒量 ω_0 的平方来表示，即

$$k/m = \omega_0^2 \qquad (11\text{-}1\text{-}3)$$

合并（11-1-2）及（11-1-3）式，并以加速度是位移对时间的二阶导数代入，即得

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2x=0 \qquad (11\text{-}1\text{-}4)$$

这就是谐振动的微分方程式。它是一个二阶线性常系数微分方程，其解为

$$x=A\cos(\omega_0 t+\varphi) \qquad (11\text{-}1\text{-}5)$$

式中A和φ是二个恒量（积分常数），这就是谐振动的运动方程（位移和时间的关系式）。

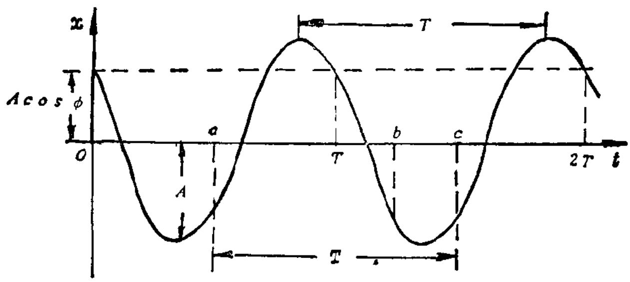

图11-2　谐振动的位移时间曲线

下面用图11-2来阐明公式（11-1-5）中各个量的物理意义：x表示t时刻振子的位移，A表示振子的最大位移，叫振幅（只取正值）。当$t=0$时，振子的位移为$x=A\cos\varphi$；当$t=2\pi/\omega_0$时，振子的位移$x=A\cos(2\pi+\varphi)=A\cos\varphi$。因为振子经过这个时间后回到原来的位置，所以$t=2\pi/\omega_0$是振子往复一次所需的时间叫周期，用$T_0$表示，即周期

$$T_0=2\pi/\omega_0 \qquad (11\text{-}1\text{-}6)$$

而频率ν_0为

$$\nu_0=1/T_0=\omega_0/2\pi \qquad (11\text{-}1\text{-}7)$$

若周期的单位用秒[s]，则频率的单位为秒$^{-1}$ [s^{-1}]，又叫赫兹[Hz]，由公式（11-1-6）及（11-1-7）可知$\omega_0=2\pi\nu_0$，

ω_0可以理解为频率ν_0的2π倍，叫做振动的圆频率。从公式（11-1-3）可以看出，ω_0的数值，实际上是由振动系统的力学性质确定，也叫振动系统的固有频率，（$\omega_0 t+\varphi$）角叫谐振动的周相角或位相，位相决定时刻t谐振动的振动状态（位置和速度），φ角表示$t=0$时的位相角叫做初位相，它决定初始的振动状态（位置和速度）。根据以上分析，振子在一个周期内位相经历着从0到2π的变化，因而在一个周期内，谐振动的振动状态是不相同的。例如，图11-2中a、b两点是同一周期内两个不同的时刻，振子在这两个时刻具有不同的位相。虽然在a、b两个时刻具有相同的位移，但其速度不同，所以a、b两点表示振子在一个周期内两不相同的状态。所谓振动状态相同，是说不仅位移相同，而且速度也相同，对一个以一定频率作谐振动的质点来说，凡是位移和速度都相同的状态，它们所对应的位相总是相差2π或2π的整数倍，由此可见，位相是描述质点在时刻t时振动状态的重要物理量。

三、谐振动的速度和加速度

根据谐振动的运动方程，$x=A\cos(\omega_0 t+\varphi)$对时间求导数，即得谐振动的速度为

$$v=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=-\omega_0 A\sin(\omega_0 t+\varphi) \qquad (11\text{-}1\text{-}8)$$

上式也可写成

$$v=v_m\cos(\omega_0 t+\varphi+\pi/2) \qquad (11\text{-}1\text{-}9)$$

式中$v_m=\omega_0 A$称为速度振幅。把速度对时间求导数，即得加速度为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega_0^2 A\cos(\omega_0 t+\varphi) \qquad (11\text{-}1\text{-}10)$$

或 $$a=\omega_0^2 A\cos(\omega_0 t+\varphi\pm\pi)=a_m\cos(\omega_0 t+\varphi\pm\pi) \qquad (11\text{-}1\text{-}10a)$$

式中$a_m=\omega_0^2 A$称为加速度振幅。由公式（11-1-9）和公式（11-1-10a）可知，作谐振动的质点，它的速度和加速度也

是时间的余弦函数，其速度振幅和加速度振幅分别为$v_m=\omega_0 A$和$a_m=\omega_0^2 A$，而它们的周期和位移的周期相等，但速度、加速度和位移三者具有不同的位相。将公式(11-1-9)、公式(11-1-10a)

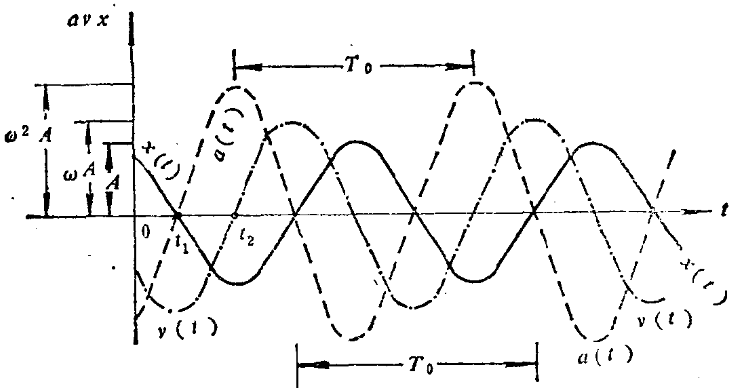

图11-3　谐振动的位移、速度、加速度的对比图

与公式（11-1-5）相比较，除振幅不同外，速度的位相比位移的位相超前$\pi/2$；加速度的位相比位移的位相超前π（或落后π），也就是说加速度与位移反相。

根据公式（11-1-5）、（11-1-9）、（11-1-10a）画$x(t)$、$v(t)$和$a(t)$在同一坐标上（如图11-3所示），以便进行对比。在图中可以看到，三者的周期是相同的，但在同一时刻三者的位相不同或者说三者之间有位相差，表现在，当位移为零时，速度最大，加速度为零（如图中t_1点）；而位移最大时，速度等于零，加速度却是最大，但与位移方向相反（如图中t_2点）。

最后应该指出，如果一个物理量随时间变化的规律遵从余弦函数（或正弦函数）的关系，那么广义地说，这物理量就在作谐振动，不管这物理量是位移、速度、加速度、角位移等力学量，还是电流、电势差、电场强等电学物理量。只要它们的变化符合谐振动的规律，尽管其本质有区别，谐振动随时间而变化的数学

规律是普遍适用的。

四、旋转矢量法 为了直观地了解谐振动运动方程式中各个量的物理意义，并为后面讲述振动合成提供简捷的方法，我们介绍谐振动的旋转矢量法。

如图11-4所示，在图平面内取坐标轴ox，由原点O作一个矢量OM，矢量的长度等于振幅A，这个矢量也叫振幅矢量并以$\boldsymbol{A}$表示，它以圆频率ω_0的角速度，在图平面内绕O点作逆时针匀速转动。$t=0$时，矢量$\boldsymbol{A}$在OM_0处与x轴的夹角等于φ；在时刻t，矢量$\boldsymbol{A}$在OM处与x轴之间的夹角等于$\omega_0 t+\varphi$；

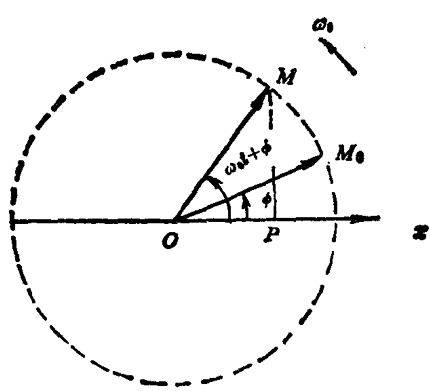

图11-4 谐振动的旋转矢量法

此时矢量$\boldsymbol{A}$的末端在x轴上的投影点P的位置是$x=A\cos(\omega_0 t+\varphi)$，此式与公式（11-1-5）完全相同。矢量$\boldsymbol{A}$旋转一周所需的时间与谐振动的周期相同，矢量$\boldsymbol{A}$端点$M$作匀速率圆周运动，通常把这个圆叫参考圆。

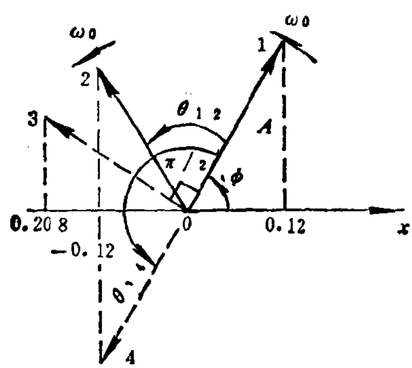

图 11-5

由此可见，谐振动的运动规律可以用一个匀速转动的旋转矢量来表示：矢量的长度即振动的振幅，

矢量旋转的角速度即振动的圆频率，矢量在时刻 t 与 x 轴的夹角为振动的位相$\omega_0 t+\varphi$，而 $t=0$ 时矢量与 x 轴的夹角就是振动的初位相 φ。

［例题 1］ 如图11-5有一匀速旋转的矢量$\boldsymbol{A}$作逆时针方向转动，其长度为0.240m，圆频率$\omega_0=\pi/2\ s^{-1}$，在 $t=0$ 时，矢量$\boldsymbol{A}$与 x 轴夹角 φ 为$\pi/3$。试求：（1）矢量$\boldsymbol{A}$端点在 x 方向上投影点的运动方程；（2）画出 $t=0$、$t=1.00s$、$t=2.00s$时矢量$\boldsymbol{A}$的位置及其端点在 x 方向的投影；(3)从谐振动的起始点 $x=+0.120m$到 $x=-0.120m$处所需的最短时间和最长时间（一个周期内）。

［解］（1）矢量$\boldsymbol{A}$端点在 x 方向上投影点的运动方程为

$$x=A\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

$$=0.240\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)\ \text{m}$$

（2）当 $t=0$ 时，矢量$\boldsymbol{A}$在“1”位置上；$t=1.00s$时，矢量$\boldsymbol{A}$在“3”位置上；$t=2.00s$时，矢量$\boldsymbol{A}$在“4”位置上。其矢量$\boldsymbol{A}$在 x 方向的投影分别为$x_1=+0.120m$、$x_3=-0.208m$，$x_4=-0.120m$（这些数据可直接从矢量图得到或从运动方程得到）。

（3）振动位移从 $x=+0.120m$到 $x=-0.120m$所需的最短时间即矢量$\boldsymbol{A}$从“1”位置匀速旋转到“2”位置所需时间

$$t=\theta/\omega_0=\theta_{12}/\omega_0=\frac{\pi/3}{\pi/2}=\frac{2}{3}=0.667s$$

同理从 $x=+0.120m$到 $x=-0.120m$所需最长时间，即矢量A从“1”位置匀速旋转到“4”位置所需时间

$$t'=\frac{\theta}{\omega_0}=\frac{\theta_{14}}{\omega_0}=\frac{\pi}{\pi/2}=2.00s$$

式中 t、t'也可以从运动方程中计算得到。

［例题 2］ 利用旋转矢量绘制 $x=A\cos\omega_0 t$及$x'=A\cos(\omega_0 t+\pi/4)$两条振动曲线，如图 11-6（$a$）、（$b$）所示。并比较

两个谐振动的步调（图11-7）。

［解］ 振幅矢量A以ω_0的角速度作逆时针方向运动，如图11-6（a）、（b）中矢量A都从位置“1”开始，连续经过2、3、4……各位置，在圆周上两相邻位置的时间间隔各为$\frac{1}{8}$周期。

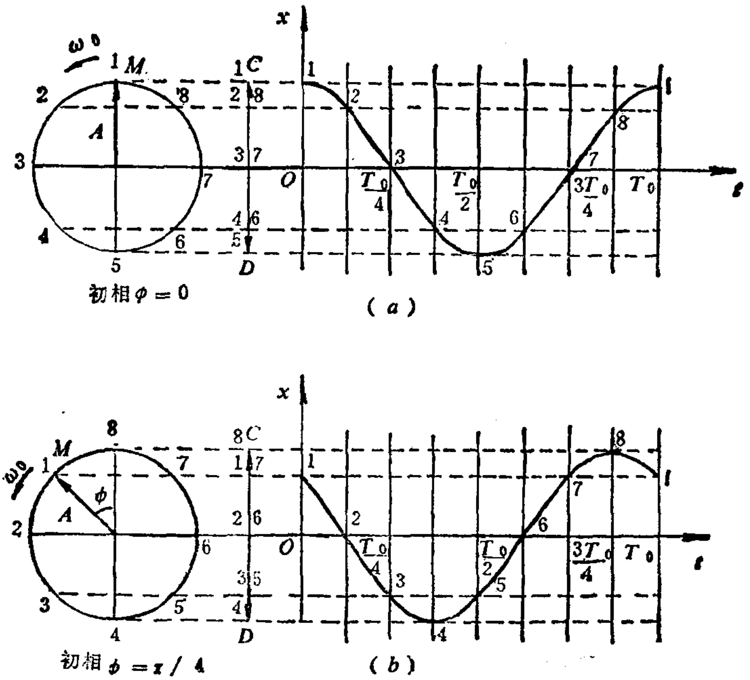

图11-6 谐振动移与动时间曲线

把这些位置投影于和圆的竖直直径平行的直线CD上，再在CD的右边画出许多彼此间距离相等并和CD平行的直线。这些直线依次和圆上的各位置1、2、3……相联系。再把圆周上的位置“1”投影在第一条直线上，位置“2”投影在第二条直线上，依此类推。这样一点一点地画，就得到图11-6（a）、（b）右边的曲线即谐振动的位移时间曲线。

下面，将$x=A\cos\omega_0 t$和$x'=A\cos(\omega_0 t+\pi/4)$两个谐振动的步调作一比较，如图11-7。当$t=0$时，谐振动$x$的初位相为

$\varphi = 0$，而谐振动x'的初位相$\varphi' = \pi/4$，这两个谐振动存在着一

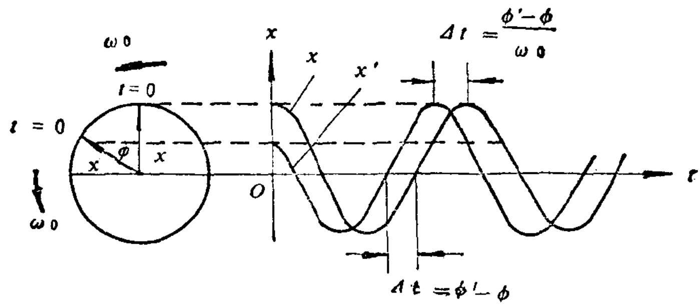

图11-7　两个谐振动x(t)和x'(t)的步调

个位相差$\Delta\varphi = (\omega_0 t + \varphi') - (\omega_0 t + \varphi) = \pi/4$。这个位相差在图11-7中亦可用时间差$\Delta t = (\varphi' - \varphi)/\omega_0$来表示，即谐振动到平衡点（或位移正、负最大）时晚的一段时间$\Delta t = (\varphi' - \varphi)/\omega_0$。若从位相上看也可以说谐振动$x'$的动作比谐振动$x$的动作超前$\pi/4$，一般情况下位相差$(\varphi' - \varphi)$可正可负，相应地我们常说谐振动$x'$比谐振动$x$超前或落后。当$\varphi' = \varphi$时，我们称这两个谐振动为同相或同步；当$\varphi' - \varphi = \pi$时，两个谐振动相差半周期，称为两个反相的谐振动。

五、弹簧振子的固有周期及其振幅和初位相的确定

根据公式（11-1-6）谐振动的周期是$T_0 = 2\pi/\omega_0$，根据公式（11-1-3）谐振动的圆频率$\omega_0^2 = k/m$，现将$\omega_0 = \sqrt{k/m}$代入$T_0 = 2\pi/\omega_0$，则得

$$T_0 = 2\pi\sqrt{m/k} \tag{11-1-11}$$

或频率
$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{k/m} \tag{11-1-12}$$

上式说明弹簧振子的周期（或频率）由振子系统本身的力学性质（倔强系数k及振子质量m）来决定，而与振幅及初位相无关。由此常称T_0为固有周期，称ν_0为固有频率。

振幅A和初位相φ是由振动的初始条件来确定的。由于

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$v = -\omega_0 A\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

若已知 $t = 0$ 时，$x = x_0$，$v = v_0$，则显然有

$$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi & (11\text{-}1\text{-}13) \\ v_0 = -A\omega_0\sin\varphi & (11\text{-}1\text{-}14) \end{cases}$$

解此方程组可得

$$A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2/\omega_0^2}$$

$$\mathrm{tg}\varphi = -\frac{v_0}{\omega_0 x_0}$$

这个结果表明，已知初位移和初速度，就能确定谐振动的振幅和位相。

〔例题 3〕 若图11-1中的弹簧倔强系数为0.125kg/cm，物体质量为400g。（1）当用手把物体从平衡位置向右拉，距离10.0cm后，立即撒手并按停表开始计时；（2）使物体在距平衡位置10.0cm处，具有2.40m/s的速度向左运动并开始计时。分别求出两种情况的运动方程及频率与周期。

〔解〕谐振动的运动方程为 $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$，只要求出 A、ω_0与 φ 的具体值，运动方程就确定了。在同一振动系统中，初始条件不同，但圆频率ω_0相同，已知弹簧倔强系数$k = 0.125\text{kg/cm} = 0.125 \times 9.8 \times 10^2\text{N/m}$；物体质量 $m = 400\text{g} = 0.400\text{kg}$。于是得振动系统的圆频率为

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{\frac{0.125 \times 9.8 \times 10^2\text{N/m}}{0.4\text{kg}}}$$

$$= 17.5\text{s}^{-1}$$

下面根据周期和频率的公式得出

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{6.28}{17.5} = 0.358\text{s}$$

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0.358} = 2.79\text{Hz}$$

（1）由于从左向右为坐标轴的正方向。按题意可知：$t=0$时，$x_0=10.0\text{cm}=0.100\text{m}$，$v_0=0$，于是可得到此情况下的振幅$A$与初位相$\varphi$分别为

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega_0^2}}=x_0=0.100\text{m}$$

$$\varphi=\text{arctg}\left(-\frac{v_0}{x_0\omega_0}\right)=0$$

运动方程为　$x=0.100\cos(17.5t)\text{m}$　　　（a）

（2）此时的初始条件为：$t=0$时，$x_0=0.100\text{m}$　$v_0=-2.40\text{m/s}$（负号表示初速与坐标轴的正向相反）。于是有

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega_0^2}}=\sqrt{(0.100)^2+\left(\frac{-2.40}{17.5}\right)^2}$$
$$=0.170\text{m}$$

$$\varphi=\text{arctg}\left(-\frac{v_0}{\omega_0x_0}\right)=\text{arctg}\left(\frac{2.40}{0.1\times17.5}\right)$$
$$=53.8^\circ\text{ 或 }233.8^\circ$$

由于$x_0=A\cos\varphi=0.100\text{m}$，$x_0$为正值，故应该用$53.8^\circ(0.937\text{rad})$所以运动方程为

$$x=0.170\cos(17.5t+0.937)\text{m}\qquad(b)$$

〔例题4〕　若将例题1中的弹簧振子垂直地悬挂起来，如图11-8（b）所示，并使它作铅直方向的振动，试问：（1）它是不是谐振动？周期是多少？（2）当这个弹簧振子在铅直方向取得平衡以后，再将物体向下拉10.0cm并以2.40m/s的速度迅速向下推动该物体，开始计时，求运动方程（弹簧很轻，质量可以忽略不计）。

[解]（1）如图11-8所示，其中（a）图为弹簧没有系物体时的长度l，图（b）为系物体m后弹簧伸长Δl并获得平衡，即在数值上$k\Delta l=mg$。现在通过0点的水平线标志平衡位置，并以0点为原点沿铅直作坐标轴ox，规定向下为正，如图11