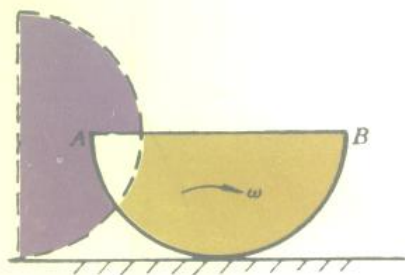


理论力学 的基本概念 与解题技巧

■■戴泽墩 李树焕 编



北京理工大学出版社

理论力学的基本概念 与解题技巧

戴泽墩 李树焕 编

北京理工大学出版社

内 容 简 介

本书是针对学生在学习理论力学课程中,实际存在的疑难问题而编写的一本课外读物。全书包含 18 个专题,每个专题均按照提出问题、分析问题、解决问题的模式展开讨论。其特点是针对性强、实用性强。本书是高等工科院校学生学习理论力学的一本理想的课外辅助教材,也是教师备课、学生报考研究生时的一本不可多得的学习参考材料。

图书在版编目 (CIP) 数据

理论力学的基本概念与解题技巧/戴泽墩,李树焕编.
—北京:北京理工大学出版社,1997. 2
ISBN 7-81045-225-8

I. 理… II. ①戴… ②李… III. 理论力学-高等学校-
解题 IV. 031-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 23929 号

北京理工大学出版社出版发行

北京市海淀区白石桥路 7 号

邮政编码 100081 电话 (010) 68422683

各地新华书店经售

北京国马印刷厂印刷

* 787 × 1092

787 × 1092 毫米 32 开本 6.5 印张 143 千字

1997 年 2 月第一版 1997 年 2 月第一次印刷

印数: 1—3000 册 定价: 9.00 元

※ 图书印装有误,可随时与我社退换 ※

前 言

本书内容包括各自独立的，有关理论力学基本概念的十八个专题。它们分别成稿于1987年前后，当时是为了指导学生怎样学好理论力学而以油印小册子的形式陆续发给学生课外阅读的。这些小册子很受同学们欢迎，并得到了北京市理论力学课程评估组的专家们的充分肯定，他们一致建议有关出版社予以公开出版。从那时至今，作者根据当时的使用情况和后来进一步的教学实践，陆续对上述小册子进行了整理、修改和补充，最后形成了本书。

本书重点阐述了学生易于疏忽和易于产生错误理解的重要概念。当学生正确地理解了这些概念后，即可总结出很多解算问题的技巧，从而能有效地提高其分析问题和解算问题的能力。本书的编写形式，有别于普通的教科书和一般的参考书，它屏弃了所谓的“系统性”和“完整性”，不追求面面俱到，而是针对学生学习时普遍存在的问题进行开门见山地提出和分析。因而全书的内容绝不是教科书的简单重复或其全部内容的浓缩。

本书是专为学习理论力学课程的学生编写的一本课外读物，也可供学生在参加各类理论力学考试前复习参考和教师在教学参考。

北京航空航天大学谢传锋教授对本书书稿进行了认真的审阅，并提出了宝贵的意见，在此谨表衷心谢意。

限于水平，错误和疏漏在所难免，敬请同行专家和读者
指正。

编者 1996 年 11 月
于北京理工大学

目 录

1. 工程结构的受力分析	(1)
2. 力系简化理论在约束反力的分析与计算中的应用	(14)
3. 求解物系平衡问题的基本分析法与技巧	(23)
4. 怎样计算力对点之矩	(40)
5. 力对空间任意轴之矩的计算公式与应用技巧	(56)
6. 有摩擦时平衡问题的解析解法	(60)
7. 分析摩擦构成的静不定系统的解析解法	(72)
8. 关于代数量符号的约定问题	(79)
9. 矢量运算及其性质在解题过程中的应用	(88)
10. 变矢量的相对导数与绝对导数的关系及其应用	(98)
11. 求解平面运动刚体角加速度的分析方法	(106)
12. 点的复合运动中怎样选取动点、动系	(115)
13. 应用动能定理时必须注意的几个问题	(135)
14. 关于用微分形式的动能定理求加速度的方法	(145)
15. 质心守恒时求质心位移的一个简便方法	(158)
16. 有关应用动量矩定理的几个基本概念	(168)
17. 应用达朗伯原理时的一些技巧	(177)
18. 虚功计算的两个问题及其应用	(193)

1. 工程结构的受力分析

工程结构是指由若干构件联结而成的组合体，用以支承载荷或传递运动和力。由于它具有重量轻、强度高的特点，因而在工程中得到了广泛的应用。

常见的工程结构有三种：

(1) 构架——是至少含有一个多力构件且具有稳定几何形状的工程结构，其各个构件均被完全约束而没有任何活动度，用以支承载荷。

(2) 桁架——是全部构件都是二力直杆的特殊构架，用以支承载荷。

(3) 机构——是全部构件都只受部分约束的构架，因而有一定的活动度，用以传递力和运动。

工程结构的受力分析是结构分析的重要组成部分。

(一) 光滑圆柱铰链的受力分析

光滑圆柱铰链的联结是工程结构中各构件相互联结的主要形式。因此，认清光滑圆柱铰链的结构及其受力状况乃是顺利进行工程结构受力分析的关键一环。

当两个或两个以上带有相同孔径的物体用一个光滑的圆柱销钉穿连起来时，各物体都将受到光滑销钉的约束，这种约束称为光滑圆柱铰链约束。此约束的特点是能完全限制各被联结物体沿销钉任何径向方向的移动，而不能限制它们绕

销钉的转动。对于这种约束，我们应认清以下几点。

(1) 被销钉联结的各物体间没有直接的相互作用，它们都分别只与销钉产生相互作用。

(2) 任一被联结物体与销钉之间只有一对作用与反作用力。(注意：不是两对或两对以上，也不可能是力偶。)

(3) 这对相互作用力的作用线通过销钉中心（即铰链中心），但其方向与大小都只能由物体的平衡条件确定。因此，在未确定其方向与大小之前进行分析力画受力图时，通常都是用过铰链中心的已知方位的二正交分量来表示，把方向与大小这两个未知因素转化为方向已知而大小未知的二未知因素，如图 1-1 所示。

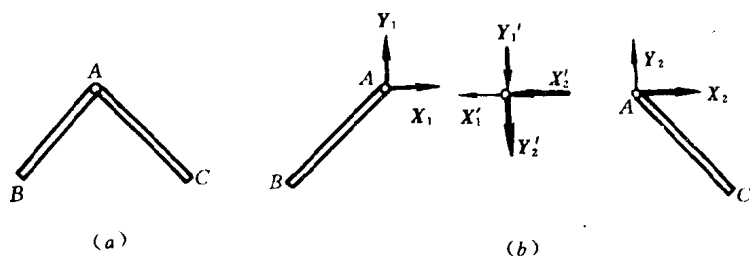


图 1-1

图 1-1 (a) 表示 AB 、 AC 二杆用销钉 A 相联结，即二杆在 A 端均受到光滑圆柱铰链约束。图 1-1 (b) 中 X_1, Y_1 与 X_1', Y_1' ; X_2, Y_2 与 X_2', Y_2' 分别表示销钉 A 与 AB 和 AC 杆间的一对作用力和反作用力的两个已知方向的正交分量。

(4) 在以下特殊情况下，通过简单的平衡原理可以确定光滑圆柱铰链约束反力的方位。

(i) 二力平衡

不计自重的物体若只在其上两点受到光滑圆柱铰链的约束反力作用而平衡，则该物体为二力平衡体。根据二力平衡原理可知此二力必沿二销钉中心的连线且等值、反向、共线，如图 1-2 所示。图 1-2 (a) 为三铰拱桥简图， Q 为左半拱 BC 的自重， P 为作用于销钉 B 上的已知铅直力，不计右半拱 AB 的自重，则右半拱 AB 为在 A 、 B 两点光滑铰链约束反力作用下处于平衡的二力平衡体。因此右半拱的受力图应如图 1-2 (b) 或图 1-2 (c) 所示。 A 、 B 两点的约束反力应沿着二销钉中心的连线，等值、反向、共线。这就是说在二力平衡情况下可以确定铰链约束反力的方位，但不能确定其具体的大小与指向。当应用平衡方程确定其大小与指向时，仅相当于一个未知量。必须指出，在二力平衡时，铰链约束反力的方位一般都要用二力平衡条件确定其方位，而不用它们的二正交分量去表示。

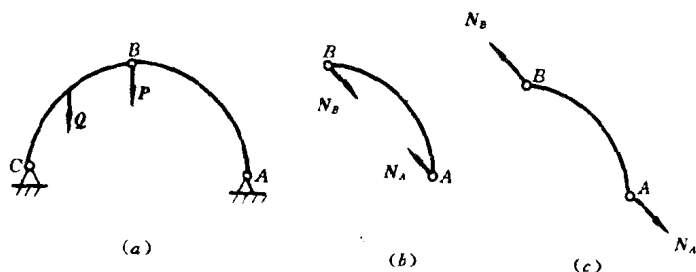


图 1-2

(ii) 三力平衡

当物体仅受三力作用而平衡，且其中一力为未知的光滑销钉的约束反力时，若已知其它二力的方向，则可根据三力平衡定理确定这时光滑销钉约束反力的方向，如图 1-3 所示。

在图 1-3 (a) 中, AB 为已知自重 P 的匀质细杆, A 端受光滑圆柱铰链约束, B 端受光滑铅直墙壁约束。 AB 杆在重力 P 和 A 、 B 两点约束反力 N_A 、 N_B 作用下处于三力平衡。因力 P 和 N_B 的方向已知分别为铅直与水平, 设其作用线的交点为 O 点, 则根据三力平衡定理可确定未知的光滑销钉约束反力 N_A 的方向必沿销钉中心 A 与 O 点的连线如图 1-3 (b) 所示。必须指出, 由于这时计算 N_A 方向角 α 的大小比较麻烦, 所以若用 N_A 的二正交分量表示则更为方便, 如图 1-3 (c) 所示。

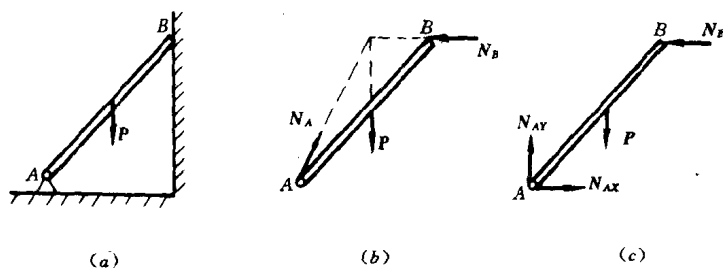


图 1-3

(iii) 力偶平衡

当物体在一力偶与二约束反力作用下处于平衡时, 若已知其中一约束反力的方向, 则根据力偶只能与力偶相平衡的原理可确定另一未知的光滑圆柱铰链反力的方向必与已知的约束反力方向相反, 而且它们的大小也相等, 二者将组成力偶与已知力偶相平衡。如图 1-4 (a) 所示, 无重杆 AB 在已知力偶矩 m 和 A 、 B 两点约束反力作用下处于平衡。因 AB 杆在 B 点受光滑面约束, 其约束反力 N_B 的方向应与光滑面垂直, 故根据平衡原理可确定未知的光滑圆柱铰链 A 的约束反力 N_A 必与 N_B 方向相反, 大小相等, 二者组成的力偶与已知

的力偶相平衡, 如图 1-4 (b) 所示。

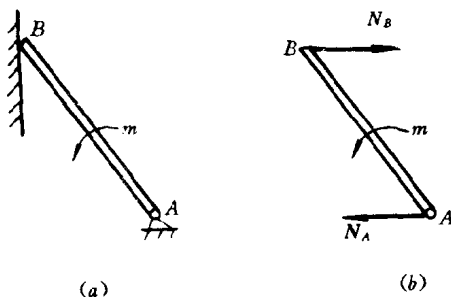


图 1-4

(5) 在不需单独分析销钉受力时, 可将销钉附于某一个或几个与其相联的物体上, 分析这个组合体的受力。因销钉与相联物体间的相互作用力为内力, 故在画此组合体的受力图时不予画出。例如在图 1-5 (a) 所示构架中, AB 和 BC 为无重杆, P 为作用于销钉 A 上的已知铅直力。若需单独分析销钉 A 的受力, 其受力图如图 1-5 (b) 所示。若不需单独分析销钉 A 的受力, 则可将销钉附于 AC 杆 (也可附于 AB 杆), 画这个组合体的受力图, 如图 1-5 (c) 所示。

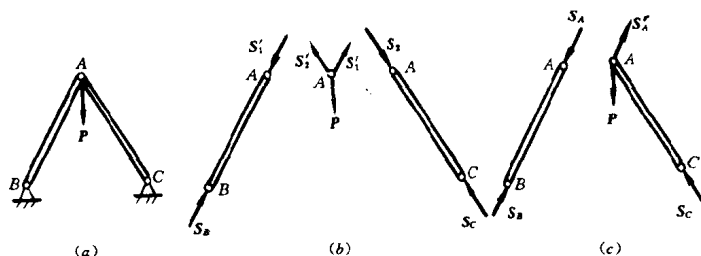


图 1-5

应该指出, 销钉附于哪个物体上, 一般勿需作文字说明。

由所画受力图中应能清楚地分辨。

(二) 工程结构受力分析范例

工程结构的受力分析，一般是要求分析其中某一或某些构件或整体结构的受力状况并画出对应的受力图。在进行工程结构的受力分析时，应先判定结构中无二力平衡体和在力偶作用下平衡的构件。若有，则对于前者，应按二力平衡原理确定铰链反力的方位，对于后者，在能够确定铰链反力的方向时亦应按力偶平衡原理确定之。在分析力画受力图时，一般勿需作文字说明。应能在图上清楚表明：研究对象、施力体与受力体、作用力与反作用力、以及平衡原理等情况。在以下的范例中，为了帮助读者更好地理解，特作了必要的简单说明。

〔例 1-1〕 在图 1-6 (a) 的构架中， P 为作用于销钉 A 上的已知水平力。不计各杆自重与摩擦，试分别画出 ABC 杆、 ADE 杆和整体构架的受力图。

〔解〕 构架中 BD 杆为二力杆，设它受拉力，则 ABC 杆与 ADE 杆的受力图分别如图 1-6 (b)、(c) 所示。由图可见，

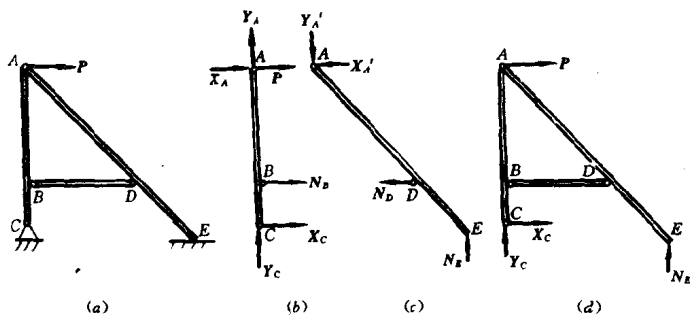


图 1-6

这时销钉 A 附于 ABC 杆上, 而销钉 B 、 D 分别附于 ABC 杆和 ADE 杆。 X_A 、 Y_A 与 X'_A 、 Y'_A 分别为 ADE 杆与销钉 A 间的作用力与反作用力。请读者想想: 若将销钉 A 附于 ADE 杆, 则受力图应是怎样的? 这时 X_A 、 Y_A 与 X'_A 、 Y'_A 又应表示哪两个物体间的相互作用力?

构架的整体受力图, 示于图 1-6 (d) 中。

〔例 1-2〕 在 1-7 (a) 所示构架中, m 为作用于 AB 杆的已知力偶矩, P 为作用于 BD 杆中点的已知水平力。不计摩擦与自重, 试分别画出 AB 杆、 BD 杆和销钉 C 的受力图。

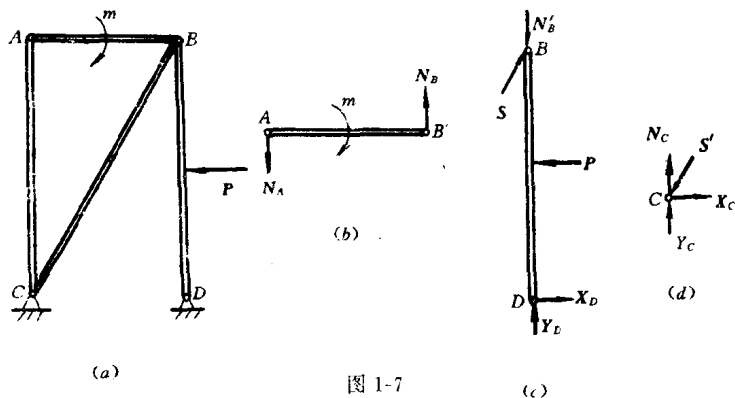


图 1-7

〔解〕 因构架中 AC 杆和 BC 杆为二力杆, AB 杆为在力偶作用下的平衡体, 故可画出 AB 杆与 BD 杆的受力图分别如图 1-7 (b), (c) 所示。由图可见销钉 B 附于 BD 杆, 而销钉 A 附于 AB 杆。 N_A 为二力杆 AC 作用 AB 杆之力, N_B 与 N'_B 为销钉 B 与 AB 杆之间的作用力与反作用力, S 为二力杆 BC 作用于销钉 B 之力。销钉 C 的受力图示于图 1-7 (d) 中。其中 N_C 、 S' 分别为二力杆 AC 和 BC 的作用力, X_C 、 Y_C 为支座作用于销钉 C 之力的二正交分量。

〔例 1-3〕 在图 1-8 (a) 所示构架中, P 为已知铅直作用力。不计自重与摩擦, 试分别画三杆的受力图。

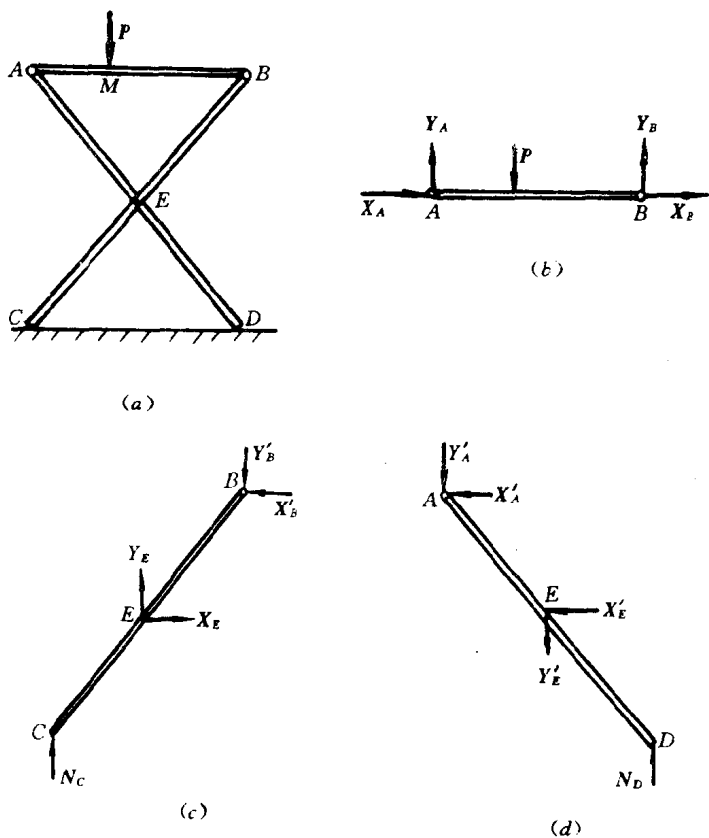


图 1-8

〔解〕 在本构架中无二力杆和力偶平衡体。各杆的受力图分别如图 1-8 (b), (c), (d) 所示。可以看出, 这时销钉 A, B, E 可认为是附于任一与之相联的物体上。

〔例 1-4〕 在图 1-9 (a) 所示构架中, P 为作用于销钉

A 上的已知铅直力, m 为作用于 DE 杆上的已知力偶矩。不计自重与摩擦, 试分别画出三杆的受力图。

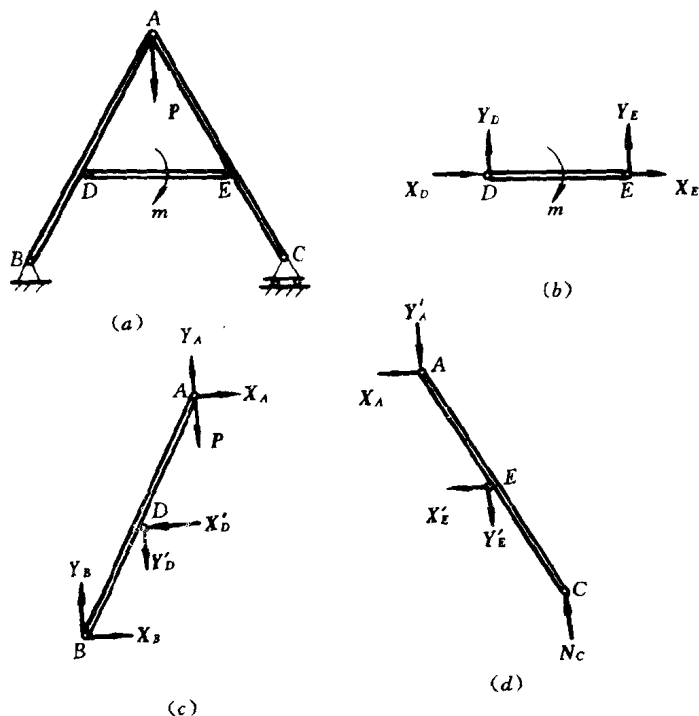
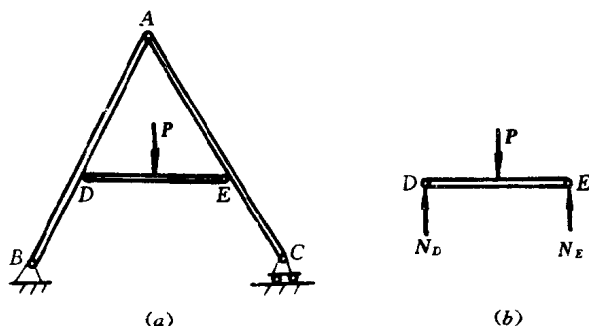


图 1-9

[解] 此构架中无二力构件, 但有力偶作用下的平衡体 DE 杆。 DE 杆应在已知力偶矩 m 与由 D, E 两点铰链反力组成的力偶作用下相平衡。但 D, E 两点约束反力的方向无法确定, 故只能分别用它们的二正交分量表示。 DE 杆的受力图示于图 1-9 (b) 中。设销 A 附于 AB 杆, 则 AB, AC 二杆的受力图分别如图 1-9 (c), (d) 所示。

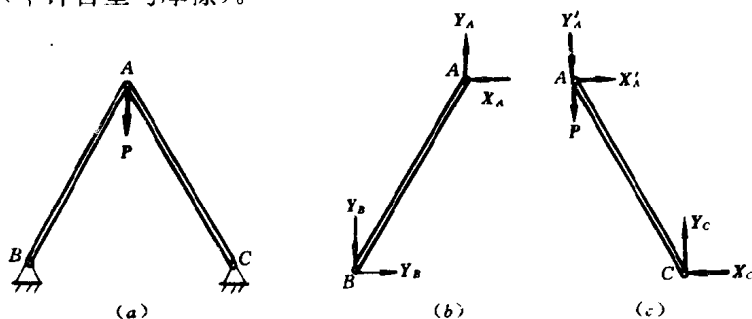
思考与练习题

1-1 在图示构架中， P 为作用于 DE 杆中点的已知铅直力。若将 DE 杆的受力图画成图示的那样，对不对？为什么？（不计自重与摩擦）。



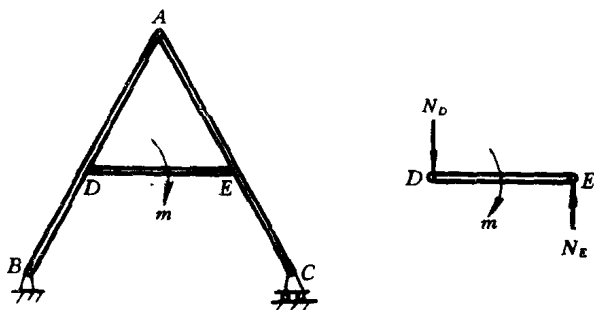
题 1-1 图

1-2 在图示构架中， P 为作用于销钉 A 上的已知铅直力。若将 AB 、 AC 二杆的受力图画成图示的那样对不对？为什么？（不计自重与摩擦）。



题 1-2 图

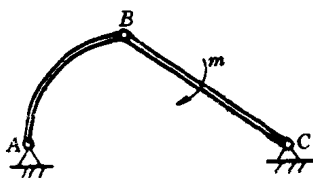
1-3 在图示构架中, m 为作用于 DE 杆上的已知力偶矩, 不计自重与摩擦, 若将 DE 杆的受力图画成图那样, 对不对? 为什么?



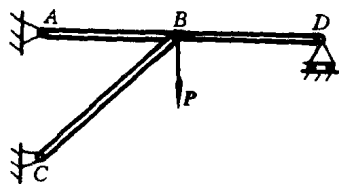
题 1-3 图

1-4 在图示构架中, m 为作用于 BC 杆上的已知力偶矩, 不计自重与摩擦, 试分别画出 AB 杆与 BC 杆的受力图。

1-5 在图示构架中, P 为作用于销钉 B 上的已知铅直力, 不计自重与摩擦, 试分别画出 AB 杆、 BC 杆和 BD 杆以及销钉 B 的受力图。并指出哪些力是作用力与反作用力关系。



题 1-4 图



题 1-5 图

1-6 图示构架中, P 、 Q 为已知铅直力, 试分别画出销钉 B 附于 BC 和 AB 杆时各杆的受力图。不计自重与摩擦。