

# 激光原理

陈钰清 王静环 编著

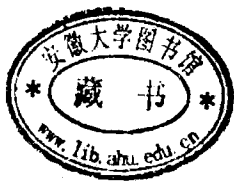


浙江大学出版社

# 激 光 原 理

陈钰清  
王静环

编著



浙 江 大 学 出 版 社

激光原理

陈钰清 王静环 编著

责任编辑 陈子饶

\* \* \*

浙江大学出版社出版

(杭州玉古路20号 邮政编码310027)

(Email: zupress@public1.hz.zj.cn)

浙江大学出版社电脑排版中心排版

杭州富阳何云印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

\* \* \*

850×1168 32开 13.25印张 328千字

1992年5月第1版 1998年7月第4次印刷

印数: 6501—8500

ISBN 7-308-00728-6/TP·045 定价: 13.50元

# 目 录

<b>第一章 激光的物理基础</b> .....	1
第一节 光的电磁波理论.....	1
第二节 光波的模式和光子的量子状态.....	5
第三节 光的相干性和相干体积 .....	13
第四节 光子简并度 .....	18
第五节 黑体辐射 .....	20
第六节 光的自发辐射、受激吸收和受激辐射.....	23
第七节 激光的产生 .....	32
第八节 激光器和激光的特性 .....	39
习题 .....	52
<b>第二章 光学谐振腔</b> .....	55
第一节 光学谐振腔的构成和作用 .....	56
第二节 光学谐振腔的模式 .....	60
第三节 光学谐振腔的损耗, Q 值及线宽 .....	71
第四节 光学谐振腔的几何光学分析 .....	76
第五节 光学谐振腔的衍射理论分析 .....	91
第六节 平行平面腔的 Fox-Li 数值迭代法 .....	98
第七节 稳定球面镜共焦腔.....	109
第八节 一般稳定球面镜腔及等价共焦腔.....	131
第九节 非稳定谐振腔.....	145
第十节 选模技术.....	159
习题.....	172
<b>第三章 高斯光束</b> .....	180
第一节 高斯光束的基本性质.....	180

第二节	高斯光束的传输	193
第三节	高斯光束通过薄透镜的变换	200
第四节	高斯光束的聚焦	206
第五节	高斯光束的自再现变换和 ABCD 定律在光学谐振腔中的应用	211
第六节	高斯光束的匹配	214
第七节	高斯光束的准直	217
	习题	223
<b>第四章</b>	<b>光场与物质间的相互作用</b>	<b>227</b>
第一节	光场与物质相互作用的经典理论	228
第二节	光谱线加宽	240
第三节	光场与物质相互作用的速率方程描述	266
	习题	274
<b>第五章</b>	<b>激光放大与振荡原理</b>	<b>276</b>
第一节	激光泵浦和集居数密度反转	276
第二节	激活介质的稳态增益放大	283
第三节	激光器振荡原理	305
	习题	341
<b>第六章</b>	<b>激光过程动力学</b>	<b>347</b>
第一节	激光振荡的建立	347
第二节	激光尖峰和弛豫振荡	356
第三节	激光器调 Q 原理	367
第四节	激光器锁模	378
第五节	激光器半经典理论概述	390
	习题	410
	<b>参考文献</b>	<b>413</b>
	<b>常用激光及原子常数表</b>	<b>414</b>

# 第一章

## 激光的物理基础

本章概述有关激光的物理基础知识。先回顾波动光学的基本理论和有关的数学表述式,然后重点讨论光的相干性和光波模式的关系,光的受激辐射以及光的放大和振荡的基本概念,激光器的基本原理和构成,激光辐射的特点。

### 第一节 光的电磁波理论

在物理学中,对光辐射场的性质存在两种不同的描述方法:一种是从波动观点出发把光辐射场看作是各种不同频率的电磁场的集合;另一种则从粒子的观点出发,把光辐射场看作是数目不固定的光子。两种观点都得到相同的结果,这说明光具有波动和粒子相统一的二重性,即所谓波粒二像性。

#### 一、波动方程

波动理论认为,光是一定频率范围内的电磁波,其运动规律可用麦克斯韦方程组来描述。在有介质存在的普遍情况下,麦克斯韦方程组的微分形式为:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1-1-1)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1-1-2)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (1-1-3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1-1-4)$$

该方程组对于物理性质连续的空间各点都成立。式中  $\vec{E}$  和  $\vec{H}$  分别为电场和磁场强度矢量,  $\vec{D}$  为电感应强度矢量,  $\vec{B}$  为磁感应强度矢量,  $\rho$  为自由荷密度,  $\vec{J}$  为自由电荷的电流密度。以上各量一般均是时间和空间坐标的函数。在已知电荷和电流分布的情况下,从麦克斯韦方程组还得不到场的唯一确定解,还必须由物质方程给予补充。物质方程是介质在电磁场的作用下发生传导、极化和磁化现象的数学表达式。电磁场 ( $\vec{E}$ 、 $\vec{H}$ ) 可以在介质中感生电和磁的偶极子,从宏观来说,可以导致电的极化  $\vec{P}$  或者磁的极化  $\vec{M}$ ,从而可得到下列物质方程:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1-1-5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (1-1-6)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1-1-7)$$

式中  $\sigma$  为电导率;  $\epsilon_0$  为真空中的介电常数;  $\mu_0$  为真空中的磁导率。

$$\text{在线性极化近似下 } \vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E} \quad (1-1-8)$$

式中  $\chi$  为介质的线性极化系数。

考虑到物质方程,则麦克斯韦方程(1-1-1)式和(1-1-3)式可写为

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (1-1-9)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \quad (1-1-10)$$

在非磁性各向同性均匀介质中,  $\vec{M} = 0$ ,从麦克斯韦方程组导出对光现象起主要作用的电场强度所满足的波动方程。

对(1-1-9)式两边取旋度(即  $\nabla \times$ )之后,得到

$$-\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \times \nabla \times \vec{E} \quad (1-1-11)$$

利用矢量关系

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \quad (1-1-12)$$

将(1-1-10)式和(1-1-12)式代入(1-1-11)式,可得

$$\nabla^2 \vec{E} - \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (1-1-13)$$

如果所考虑的是均匀各向同性介质,电磁波是在不包含电荷的非导体介质中传输,则可以认为其中的电导率  $\sigma = 0$ , 因而  $\vec{J} = \sigma \vec{E} = 0$ , 以及电荷密度  $\rho = 0$ , 因而  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ , 并利用  $C^2 = \frac{1}{(\epsilon_0 \mu_0)}$  则可得到光在非磁性的、各向同性的极化介质中传输的波动方程式:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 C^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (1-1-14)$$

这是一个二阶微分方程,式中  $\vec{E}$ (V/cm) 为光波的电场强度;  $\vec{P}$ (A · s/cm<sup>2</sup>) 为介质的电极化强度;C 为真空中的光速。

(1-1-14)式是线性光学的基本方程,它描述了各向同性均匀介质中的所有光学现象,如几何光学现象,衍射、干涉和金属光学现象等。但是不能描述光波在等离子体,磁化介质和双折射晶体中的传输。

## 二、赫姆霍兹方程

在真空中  $\vec{P} = 0$ , 波动方程(1-1-14)式的特解是在 z 方向传输的单色平面波,如

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t \pm \vec{k}z + \varphi) \quad (1-1-15)$$



式中  $\vec{k}$  表示传输方向上的波矢量;  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$  为波矢大小;  $\omega = 2\pi\nu$  为圆频率;  $\lambda$  是真空波长;  $\varphi$  为初相。

除用实数  $E$  表示电场强度外,激光中也常用复数。复数场强可表示成

$$\vec{u} = \vec{u}_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (1-1-16)$$

众所周知,只有它的实部才表示实际的场强,而共轭复数场强  $\vec{u}, u^*$  之和的 1/2 则为实际的场强,即

$$\vec{E} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{u}^*) \quad (1-1-17)$$

介质的极化强度也可用复数表示:

$$\vec{P} = \frac{1}{2}(\vec{\mathcal{F}} + \vec{\mathcal{F}}^*) \quad (1-1-18)$$

式中带“\*”量为共轭量;

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{F}} &= \epsilon_0 \chi \vec{u}; \\ \vec{\mathcal{F}}_0 &= \epsilon_0 \chi \vec{u}_0. \end{aligned}$$

在各向同性的均匀介质中,极化系数在时间和空间上都是常数。利用(1-1-17)式和(1-1-18)式,可以将光波在极化介质中传输的波动方程(1-1-14)式写成复数形式:

$$\Delta \vec{u} - \frac{1}{c^2}(1 + \chi) \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-1-19)$$

在稳态情况下,利用(1-1-16式)将波动方程(1-1-19)式化简为

$$\Delta \vec{u}_0 + \vec{\eta}^2 k^2 \vec{u}_0 = 0 \quad (1-1-20)$$

式中  $\vec{\eta}$  是介质的复数折射率,  $\vec{\eta} = \sqrt{1 + \chi}$  这个方程的特解只有在某些特殊情况下才是可能的,在大多数情况下只是近似,作为一次简化,辐射场的矢量特性可忽略,这样波动方程式就可过渡到赫姆霍茨方程。在标量场假设下(1-1-20)式可成为

$$\Delta u_0 + \bar{\eta}^2 k^2 u_0 = 0 \quad (1-1-21)$$

在真空中  $\bar{\eta} = 1$ , 于是有

$$\Delta u_0 + k^2 u_0 = 0 \quad (1-1-22)$$

(1-1-21)式和(1-1-22)式都称为赫姆霍茨方程。这个方程与波动方程是等价的。对于空间变数与时间变数可分离的波函数,其空间部分应满足这个方程。在第三章将从这个方程出发,导出各种形式高斯光束的表达式。

## 第二节 光波的模式和光子的量子状态

### 一、光子的基本性质

按照光的量子理论,光是一种以光速  $C$  运动的光子所组成的,并同其他的基本粒子(电子、质子、中子等)一样,具有一定的能量、动量和质量等。此外,组成实际光辐射的大量光子的集合,应遵循一定的统计规律性,这些规律性可用量子统计学的理论加以描述。

光子的基本性质可归纳如下:

1. 光子的能量  $\epsilon$  与光波频率  $\nu$  对应,即

$$\epsilon = h\nu \quad (1-2-1)$$

式中  $h$  为普朗克常数。

2. 光子具有运动质量  $m$ , 可表示为

$$m = \frac{\epsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (1-2-2)$$

光子的静止质量为零。

3. 光子的动量  $\vec{P}$  与单色平面光波的波矢  $\vec{k}$  对应:

$$\vec{P} = m c \vec{n}_0 = \frac{h\nu}{c} \vec{n}_0 = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi\nu}{\lambda} \vec{n}_0 = \hbar \vec{k} \quad (1-2-3)$$

式中  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ;  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n}_0$ ;  $\vec{n}_0$  为光子运动方向(平面波的传播方向)上的单位矢量。

4. 光子具有两种可能的独立偏振状态,对应于光波场的两个独立偏振方向。

5. 光子具有自旋,并且自旋量子数为整数,故光子的集合服从量子统计学中的玻色——爱因斯坦统计规律。

由以上的叙述可见,光子作为物质的基本单元的一种形式,它的粒子属性(动量、能量、质量等)与波动属性(频率、波矢、偏振等)是密切联系在一起的,这种内在的联系,只有在量子电动力学的理论基础上,才能从理论上把光的电磁(波动)理论和光子(微粒)理论在电磁场的量子化描述基础上统一起来,从而在理论上阐明了光的波粒二像性。因此,描写光的运动有两种方式,一种是从波动观点出发,另一种是从光子的观点出发。

## 二、光波的模式和光子的量子状态

在激光理论中,光波模式是一个重要概念。我们先从光的波动理论讨论,就是光的运动服从经典电磁理论的麦克斯韦方程组。对于在给定空间内任一点处光(电磁场)的运动情况,在初始条件和边界条件确定后,原则上就可求解麦克斯韦方程组,一般可得到很多解,而且这些解的任何一种线性组合都可满足麦克斯韦方程,每一个特解,代表一种电磁场(光)的分布,即代表电磁场(光)的一种本征振动状态。我们把每一个能代表场振动的分布叫做电磁场(光)的一种模式(或称一种波型),场的不同本征振动状态表示为不同的模式。对于封闭的体积,这种模式,实际上就是存在于该体积内的各种不同频率的驻波。

在光频区,一种光的模式表示麦克斯韦方程组的一个特解,

代表具有一定偏振、一定传播方向、一定频率和一定寿命的光波。因此，可以得到在给定体积内，所可能存在的光模式的数目  $g$ 。

现在讨论光在如图 1-2-1 所示的体积为  $V$  的各向同性介质中运动时，可能存在的模式数目。我们分下列三种情况讨论：

1. 在偏振和频率都是一定的情况下，因传播方向不同，可能存在的模式数目。由物理光学可知，各种模式的光在传播方向上的区别由它们的衍射来决定。假设光波是平面波，任何两个模式的光束在方向上必须至少相差一个平面波的衍射角，才能分辨开来。对应于从尺度为  $d$  的光源发出的波长为  $\lambda$  的光，因衍射限制，在  $R$  处所张的立体角为

$$d\Omega = \left(\frac{\lambda}{2d} \cdot R\right)^2 \pi / R^2 \approx \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2 \quad (1-2-4)$$

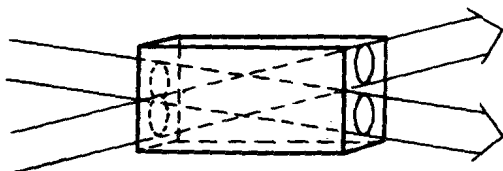


图 1-2-1 体积为  $V$  的各向同性介质中可能存在的模式数

若取衍射孔的大小为单位面积，则  $d\Omega = \lambda^2$  因此在整个空间  $4\pi$  立体角内，在单位体积中可以分辨出的模式数为

$$\frac{4\pi}{d\Omega} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \quad (1-2-5)$$

2. 在传播方向和偏振都一定时，因频率的不同，在  $\nu + \Delta\nu$

内,可能存在的模式数。一个寿命  $\Delta t$  的光波波列。如图 1-2-2 所

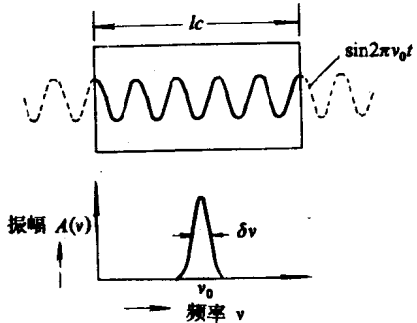


图 1-2-2 光波列及其频宽

示,由测不准定理可决定光谱宽度

$$\delta\nu \approx 1/\Delta t \quad (1-2-6)$$

这里  $\Delta t = l_c/c$ ,  $c$  是光速,  $l_c$  是光波列的长度,所以,  $\delta\nu \approx c/l_c$ 。两个光波的频率之差大于  $\delta\nu$  时,才能在测量中分辨出来。这样,在  $\nu$  到  $\nu + \Delta\nu$  频率间隔内的光,可能有

$$\frac{\Delta\nu}{\delta\nu} = \frac{l_c \Delta\nu}{c} \quad (1-2-7)$$

个模式。若光波的波列长度为单位长度,则上式为

$$\frac{\Delta\nu}{\delta\nu} = \frac{\Delta\nu}{c} \quad (1-2-8)$$

3. 偏振态不同而可能存在的模式数。具有任意偏振状态的单色平面波,都可以分解为两个振动方向互相垂直的,且彼此有一定相位关系的线偏振光,所以互相垂直的两个线偏振状态是描写光偏振特性的两个独立的偏振状态。这样,光具有两种独立

的偏振状态。而对于给定的传播方向和频率的光,只可能有两种不同的模式。

综上所述,我们得到在单位体积中,在 $\nu$ 到 $\nu + \Delta\nu$ 频率间隔内,因传播方向,频率以及偏振状态的不同,所可能存在的光模式数为

$$\frac{g}{V} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\Delta\nu}{c} \times 2 \quad (1-2-9)$$

由此可得,在体积 $V$ 内,在频率 $\nu$ 到 $\nu + \Delta\nu$ 间隔内,光的模式数为

$$g = \frac{8\pi\nu^2 \Delta\nu}{c^3} V \quad (1-2-10)$$

对于光波段, $g$ 是一个很大的数目。例如 $V = 1$ 厘米<sup>3</sup>, $\nu = 10^{14}$ 赫兹, $\Delta\nu \approx 10^{10}$ 赫兹,则 $g$ 为 $10^8$ 。这就是说,在光波段,通常有大量的模式的光同时存在。以后我们还将提到,只有在激光器中才能得到一个或少数几个模式的光,所以强度很大,其余的上亿个模式的光非常弱,要小十几个数量级。

在激光理论中,模式的概念是重要的。现在再从粒子观点阐明光子状态的概念,并将证明,光子态和光波模是等效的概念。根据光子统计理论,光子的运动状态,不能用相空间中的一点来代表。因为光子的动量与坐标之间存在海森堡测不准关系

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_x \Delta x &\geq h \\ \Delta P_y \Delta y &\geq h \\ \Delta P_z \Delta z &\geq h \end{aligned} \right\} \quad (1-2-11)$$

这表示,如果光子坐标 $x$ 测量值越准确,则动量 $P_x$ 的测量值就越不准确。所以只能在相空间划出面积元 $\Delta P_x \Delta x = h$ ,  $\Delta P_y \Delta y = h$ ,  $\Delta P_z \Delta z = h$ 来确定光子的一种状态。凡满足条件

$$\Delta P_x \Delta x \leq h$$

$$\Delta P_y \Delta y \leq h$$

$$\Delta P_z \Delta z \leq h$$

即在相空间面积元  $h$  内的各点,物理上是不能分开的,因而属于同一状态。这样,在六维相空间  $(x, y, z, P_x, P_y, P_z)$  内,光子的一种状态所对应的相空间体积元为

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \leq h^3 \quad (1-2-12)$$

上述相空间体积元称为相格。相格是相空间中用任何实验所能分辨的最小尺度。光子的某一运动状态只能定域在一个相格中,但不能确定它在相格内部的对应位置。

光子在以动量  $P_x, P_y, P_z$  组成的动量空间内,它的一种运动状态占据动量空间的体积元

$$\delta p = \Delta P_x \cdot \Delta P_y \cdot \Delta P_z$$

由(1-2-12)式得

$$\delta p = \frac{h^3}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{h^3}{V} \quad (1-2-13)$$

上式中的  $V = \Delta x \Delta y \Delta z$  是光子运动的体积。

现在我们讨论,在  $\nu$  到  $\nu + \Delta\nu$  频率间隔内,因光子的动量不同,所可能存在的状态数。这相当于求出光子在动量空间中一个半径为  $p = h\nu/c$ , 厚度为  $dp = h\Delta\nu/c$  的球壳内,可能有的光子状态数为  $4\pi p^2 dp / \delta p$ , 如图 1-2-3 所示。再考虑光子只可能存在于两种不同的偏振状态,所以在体积  $V$  内,  $\nu$  到  $\nu + \Delta\nu$  频率间隔内,因能量、动量及偏振状态的不同,并根据(1-2-3)式和(1-2-13)式。所有可能的光子状态数为

$$\begin{aligned} g &= \frac{4\pi p^2 dp}{\delta p} \times 2 = \frac{4\pi\nu^2 \Delta\nu}{c^3} V \times 2 \\ &= \frac{8\pi\nu^2 \Delta\nu}{c^3} V \end{aligned} \quad (1-2-14)$$

此式与(1-2-10)式的结果相一致。这表明从波动的观点得到光的模式数,与从光子的观点得到光子的量子状态数是相同的。

下面对光的模式和量子状态的概念再从物理学上作进一步讨论。

(1)由量子电动力学知道,某一种模式的光能量是量子化的,即它的能量可以表示  $h\nu$  的整数倍。同样,该模式光的动量也可表示为  $(h\nu/c)\vec{n}_0 = \hbar\vec{k}$  的整数倍,  $\vec{k}$  为波矢量。

这种能量为  $h\nu$  的物质单元,是属于该模式光的光子。如果不考虑偏振状态,具有相同能量和动量的光子在运动状态上是不可区分的,所以都属于同一种模式的光,它们都处于同一个模式内,由于光子是波色子,一种模式内的光子数目是没有限制的。

(2)光的模式和光子的量子状态,两者在概念上是等效的。根据前面的讨论,在给定的体积内,可能存在的光的模式数目等于光子的运动状态数目,所以,一种光的模式对应于光子的一种量子状态,在相空间中由一个相格描写,相格的体积为  $h^3$ 。同样,一种光的模式在相空间中也占有一个相格。现在我们考虑在空间  $\Delta x\Delta y\Delta z$  体积内驻波形式的光模式,驻波可以看作为由两列沿相反方向传播的行波组成。因此,一个光波模在相空间  $P_x$ ,  $P_y$  和  $P_z$  轴方向所占的线度为

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_x &= 2\hbar\Delta k_x \\ \Delta P_y &= 2\hbar\Delta k_y \\ \Delta P_z &= 2\hbar\Delta k_z \end{aligned} \right\} \quad (1-2-15)$$

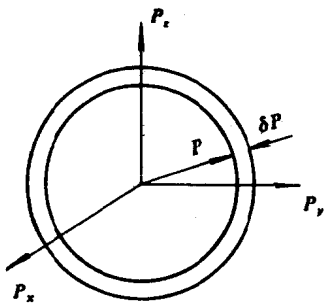


图 1-2-3 球壳内的光子状态数



则沿三个坐标轴方向传播的波分别应满足驻波条件:

$$\Delta x = m \frac{\lambda}{2}, \Delta y = n \frac{\lambda}{2}, \Delta z = q \frac{\lambda}{2} \quad (1-2-16)$$

式中  $m, n, q$  为正整数, 而波矢  $\vec{k}$  的三个分量应满足下列条件

$$\begin{cases} k_x = \frac{\pi}{\Delta x} m, \\ k_y = \frac{\pi}{\Delta y} n, \\ k_z = \frac{\pi}{\Delta z} q \end{cases} \quad (1-2-17)$$

每一组  $m, n, q$  对应于腔内的一种模式(包括两种偏振态)。

如果在以  $k_x, k_y, k_z$  为轴的直角坐标系中, 即在波矢空间中表示光波模, 则每个模对应波矢空间的一点, 如图 1-2-4 所示。每一个模式在三个坐标轴方向与相邻模的间隔为

$$\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \Delta x \Delta y \Delta z = h^3 \quad (1-2-18)$$

可见, 一种光的模式在相空间占据一个相格的体积, 而光子的一种运动状态

在相空间内也占有一个相格  $h^3$ , 所以光的模式和光子的量子状态在概念上是等价的属于一种模式的各个光子都具有相同的量子状态; 一种光的模式对应着一种光子的量子状态, 反之亦然; 模式即代表可以相互区分的光子的量子状态。

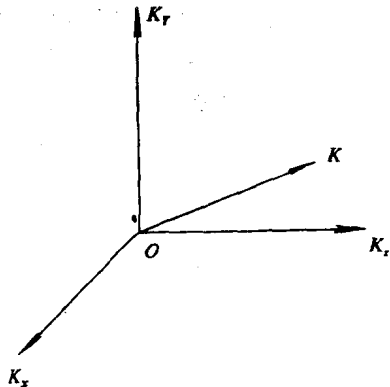


图 1-2-4 波矢空间