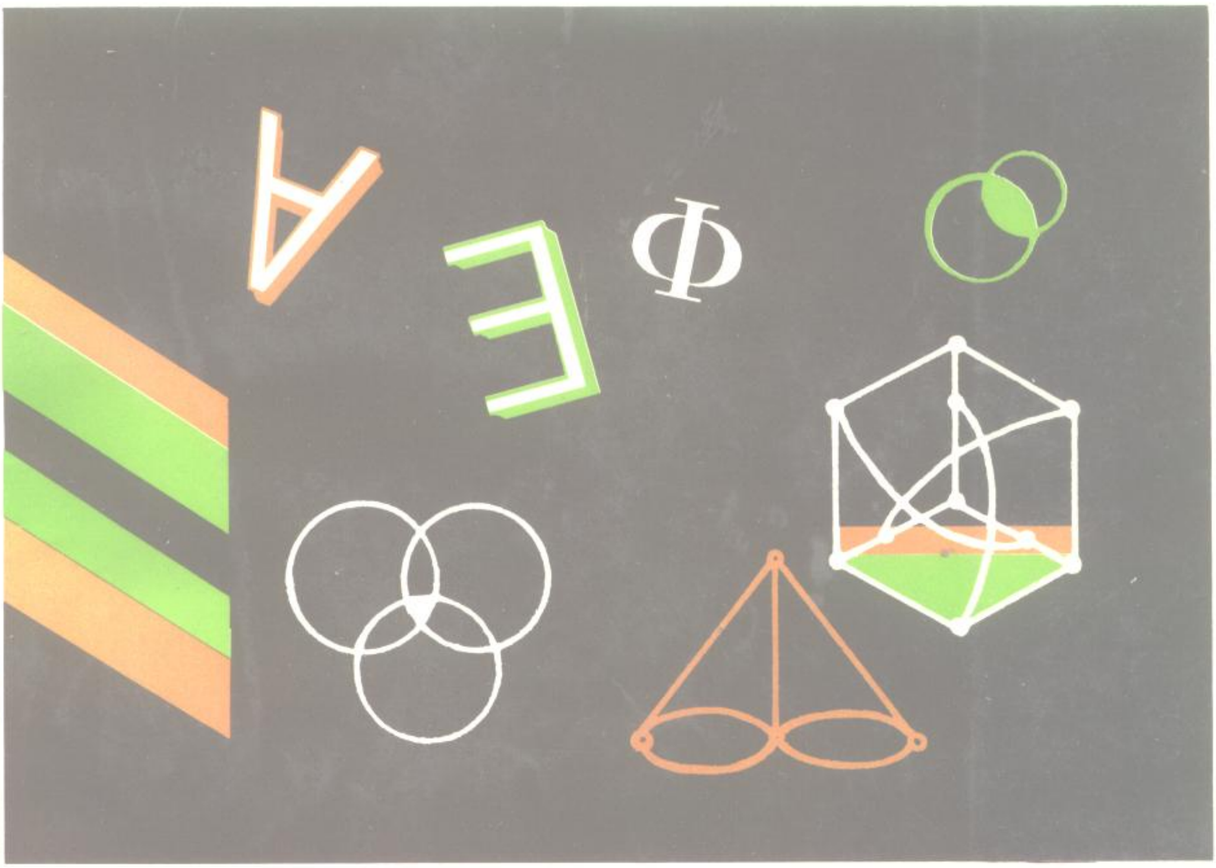
LISAN

SHU XUE

离散数学

黄天发 编著



电子科技大学出版社

离 散 数 学

[illegible]天发 编著

电子科技大学出版社

· 1995 ·

[川]新登字 016 号

内 容 提 要

本书共分四章，第一章数理逻辑；第二章集合论；第三章代数系统；第四章图论；另加一个附录。本书叙述严谨、详尽，配合正文有大量的例题和习题。附录是部分习题的提示或解答。

本书可作为计算机专业的教材，也可供有关计算机专业的科技人员参考。

离散数学
黄天发 编著
*
电子科技大学出版社出版
(成都建设北路二段四号)邮编 610054
电子科技大学出版社印刷厂印刷
四川省新华书店经销
*
开本 787×1092 1/16 印张 27.313 字数 665 千字
版次 1995 年 3 月第一版 印次 1995 年 3 月第一次印刷
印数 1-6000 册
中国标准书号 ISBN 7-81043-168-4/O・15
定价：18.80 元

出 版 前 言

根据计算机科学技术发展和高等教育自学考试发展的需要，四川省高等教育自学考试委员会委托电子科技大学有关部门组织编写出版了《离散数学》一书。

本书可作为高等教育自学考试计算机科学与工程专业和相近专业的“离散数学”课程教材，也可作为普通高等学校有关专业该课程的教材。

四川省高等教育自学考试委员会办公室

一九九五年三月

前　言

本书系由1986年编写的《离散数学》重新编写的。随着计算机科学技术的发展，重新编写时，对原书的结构进行了较大调整，内容作了较大的修改和增删。同时，考虑到该课程的理论性较强，为此，在内容的阐述时力求严谨、详尽，并给出大量例题，尽量做到易学易懂。书中标有“*”号的章节可作为选学内容，以便读者根据实际情况进行取舍。如不讲变换群，则从定义3.2.3.2到习题3.2.3之间的内容也可省去不学。

本次编写增加了一个附录和索引。附录是部分习题的提示和解答。

本书的顺利完成和出版得到了电子科技大学计算机系领导的大力支持，一些老师对该书的原稿提出了许多宝贵建议。编者谨向他们表示诚挚的谢意。

限于编者的水平，必有许多不足之处，望同行和读者指正。

编著者

94.6.2

目 录

第一章 数理逻辑

数理逻辑是用数学方法来研究思维规律和形式结构，后者包括概念、判断和推理间的结构与联系。概念是思维的基本要素，由概念对事物的属性进行肯定或否定，就是判断，从一个判断或若干判断推出另一个判断，称为推理。

形式化不仅是现代逻辑的基本特征，而且也是使用计算机解决问题的一个必要条件。因此，形式化方法和形式系统对计算机科学有十分密切的关系。特别是，在数理逻辑中，将人类的推理过程分解成一些简单的、机械的工作，使得用机器代替人类推理的设想有了实现的可能。

1.1 数理逻辑简介

数理逻辑，又称为**符号逻辑**。它是采用数学方法研究抽象思维的规律，研究的中心问题是推理。特别是研究数学中的推理的科学。

数理逻辑研究推理，即研究推理中前提和结论之间的形式关系。这种形式关系是由作为前提和结论的命题的逻辑形式决定的。

在数理逻辑的研究中要构造逻辑演算。**逻辑演算**是为了研究前提和结论之间的的形式关系而构造的形式系统。逻辑演算反映自然语言的某些特征，其中的合式公式反映命题的逻辑形式，其中的形式推理反映演绎推理。

推理是从前提推出结论。在各门科学的研究活动中，都要进行推理。推理中的前提和结论都是命题，都有具体的涵义。从怎样的前提出发，能推出怎样的结论，不能推出怎样的结论，这是各门科学自己要研究的问题。例如，在数学分析中，由下面的前提(1)和(2)：

(1) 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续；

(2) $f(a)$ 和 $f(b)$ 的符号不同

能推出结论(3)：

(3) 在 a,b 之间有 c，使得 $f(c)=0$。

但是，如果在(1)中把闭区间 $[a,b]$ 改为开区间 (a,b)，则由(1)和(2)就不能推出(3)。这个例子陈述了一个具体的前提和结论之间的推理关系。数学分析在这个例子中研究了连续函数的性质，但并不是研究推理。数学中除数理逻辑之外的各个分支都并不研究它们所使用的推理。

推理是数理逻辑所研究的主要对象。数理逻辑研究推理时并不涉及前提和结论的内容，而是研究前提和结论之间的形式关系。

前提和结论都是命题。命题有逻辑形式，或者说逻辑结构。例如下面的两个命题：

(4) $a=0$ 或 $a<0$

(5) $a\neq 0$

命题(4)有以下的逻辑形式：

A 或 B

命题(5)有以下的逻辑形式：

非 A

我们考虑下面(6)中三个互相联系的逻辑形式：

$$(6)\begin{cases} A \text{ 或 } B \\ \text{非 } A \\ B \end{cases}$$

我们说这是三个互相联系的逻辑形式。意思是，第一个逻辑形式是由两个命题用"或"连接而构成，第二个逻辑形式就是在第一个逻辑形式中的第一个命题的前面加上"非"(就是加以否定)而构成，第三个逻辑形式就是由第一个逻辑形式中的第二个命题构成。显然，任何三个命题，如果它们分别具有(6)中的逻辑形式(不论其中的 A 和 B 是怎样的命题)，则当其中的前两个命题是真命题时，后一命题必然也是真命题。这样，我们也说由前两个命题能推出后一个命题。例如，当前面的(4)和(5)是真命题时，"$a<0$"必定是真命题。我们说，由(4)和(5)能推出"$a<0$"。

由"$a=0$ 或 $a<0$"和"$a\neq 0$"能推出"$a<0$"，这是前面说过的，由具体的前提推出具体的结论，是一个具体的推理关系。(6)中前两个逻辑形式与后一个逻辑形式所表示的则是推理中前提和结论之间的一种形式关系。

(6)中的逻辑形式所表示的前提和结论之间的这种形式关系称为**演绎推理关系**。数理逻辑中的演绎逻辑就是研究前提和结论之间的演绎推理关系的。

为了研究推理，研究推理中前提和结论之间的形式关系，为了确切地反映命题的逻辑形式，在数理逻辑的研究中要构造称为逻辑演算的形式系统。形式系统是一种**形式语言**，它反映自然语言的某些特征。逻辑演算中有**合式公式**，在合式公式中可以确切地反映命题的逻辑形式。因此，在逻辑演算中可以确切地反映前提和结论的逻辑形式之间的关系，也就是前提和结论之间的形式关系。

逻辑演算分为命题逻辑和一阶逻辑(或谓词逻辑)。

1.2 命题逻辑

命题逻辑或称为**命题演算**。命题逻辑是逻辑演算中最简单最基本的部分。

命题逻辑的特征在于，在研究逻辑的形式时，我们把一个命题只分析到其中所含的命题成份为止，不再分析下去，不把一个简单命题再分析为非命题成份的集合，不把谓词和量词等非命题成份分析出来。通过这样的分析可以显示出一些重要的逻辑形式，这种形式和有关的逻辑规律就属于命题逻辑。

1.2.1 命题和命题联结词

命题逻研究的对象是命题。所谓命题是指具有唯一真值的语句，我们知道，语句可分为陈述句、疑问句、祈使句和感叹句等，其中只有陈述句能分辨真假(可能有例外)，其它语句都无所谓真假。

定义 1.2.1.1 **命题**是具有唯一真值的陈述句。所谓**真值**就是语句为真或为假的这种

性质①。当一个语句为真时，则称它的真值为真；当一个语句为假时，则称它的真值为假。命题的真值可以简称为命题的值。

例 1.2.1.1

(1) 北京是中国的首都。

(2) 成都是中国最大的城市。

(3) 请坐好！

(4) 你上哪？

(5) $x+y>5$。

解(1)是真命题，(2)是假命题，(3)和(4)两句不是陈述句，所以不是命题。(5)虽然是陈述句，但它的值要随 x,y 的取值而变，不唯一，因此也不是命题。

从以上分析可以看出，判断一个语句是否为命题，首先要看它是否为陈述句，然后再看它是否具有唯一的真值，这和我们是否知道它是真还是假是两回事。

(1)～(5)几个语句都是由简单句构成，即它们各自都不能再分解为其它语句了。由简单句构成的命题称为**简单命题**。另外，还存在**复合命题**，它们是由**简单命题**和**联结词**(或**连结词**)复合而成的。例如，“峨嵋山和九寨沟都是祖国的风景名胜区”。这句话就可以看成是由简单命题“峨嵋山是祖国的风景名胜区”和“九寨沟是祖国的风景名胜区”经用联结词“并且”复合而成的复合命题。

数理逻辑的特点是逻辑推理变成类似数学演算的完全形式化了的逻辑演算。为此，首先要把推理涉及到的各个命题符号化。

简单命题一般用大写英文字母 $P,Q,R,\cdots,P_i,Q_i,R_i,\cdots$ 表示，将符号放在它所表示的命题之前。例如：

P：青岛是个美丽的海滨城市。

Q：白天鹅仅产在我国北方。

对于简单命题来说，它的真值是确定的，这样的命题又称为**命题常项**。例如上面的 P,Q 都是命题常项，其中 P 的值是真，Q 的值是假。另外，还有一些真值不确定的简单句，如例 1.2.1.1 中的(5)：$x+y>5$，它的值随 x,y 的取值而变，但是，每当给定 x,y 一组赋值后，它们的值也就确定了，从而变成了一个简单命题。例如，$1+3>5$ 为假命题，而 $2+4>5$ 为真命题。这种真值可变化的简单句称为**命题变项**。一般也用符号 $P,Q,R,\cdots,P_i,Q_i,R_i,\cdots$ 表示命题变项。一个符号，例如 P 到底表示的是命题常项还是命题变项，一般可由上、下文确定，不会发生混淆。

我们将真值也符号化。一般用 1(或 T)表示“真”，用 0(或 F)表示“假”②。对于一个确定的命题，它的值不是 1 就是 0，因此，我们有时也用 1 表示抽象的“真命题”，用 0 表示抽象的

---

① 在二值逻辑中(本章所介绍的内容都在二值逻辑范围内)，我们把命题看成一个可取真值或假值(二者必居其一，也仅居其一)的陈述句。我们关心的不是这些陈述句的真值究竟是真还是假，而关心的是它可以被赋予真、假二值之一这样一种可能性，以及假如规定了它的赋值后，它将怎样与其它的命题发生联系。

“本命题是假的”不是一个命题，虽然它是一个陈述句，但不能判定其真假值。因为，如果指派命题是“真”，则这个语句取假值。又如果指派命题是“假”，则这个语句取真值。这种自相矛盾的语句称为“悖论”。因此，命题不但是陈述句，而且还要能判定其真值。

② 此处，T 是英文 True(真)的第一个字母而 F 是英文 False(假)的第一个字母。

"假命题"。

复合命题的符号化，不仅要涉及到其中的简单命题的符号化，还要涉及到其中的联结词的符号化。下面给出几种常用的符号化的联结词及相应的复合命题的定义。

定义 1.2.1.2 设 P 是一个命题，复合命题"非 P"(或"P 的否定")称为 P 的**否定**，记作 $\neg P$，读作非 P，符号 $\neg$ 称为**否定联结词**。$\neg P$ 是真当且仅当 P 是假。

联结词"$\neg$"的定义可用表 1.2.1.1 表示("$\neg$"的定义用真值表表示，真值表的定义见定义 1.2.2.4)：

表 1.2.1.1

P	$\neg P$
0	1
1	0

例 1.2.1.1 P:上海是一个城市。

$\neg P$:上海不是一个城市。

定义 1.2.1.3 设 P,Q 是两个命题，复命题"P 并且 Q"称为 P,Q 的**合取**，记作 $P\wedge Q$，读作 P 且 Q，符号 $\wedge$ 称为**合取联结词**。规定 $P\wedge Q$ 是真当且仅当 P 和 Q 同时是真。

联结词"$\wedge$"的定义可用表 1.2.1.2 表示。

表 1.2.1.2

P	Q	$P\wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

合取所表示的逻辑关系是 P,Q 两个命题同时成立。因此，日常语言中的联结词"既…又…"，"不但…而且…"，"虽然…但是…"等，都可以符号化为 $\wedge$。例如："小王既聪明又用功"可以符号化表示为 $P\wedge Q$，其中 P 为"小王聪明"，Q 为"小王用功"。

定义 1.2.1.4 设 P,Q 是两个命题，复合命题"P 或者 Q"称为 P,Q 的**析取**，记作 $P\vee Q$，读作 P 或 Q，符号 $\vee$ 称为**析取联结词**。规定 $P\vee Q$ 是真当且仅当 P,Q 至少有一个是真。

联结词"$\vee$"的定义可用表 1.2.1.3 表示。

表 1.2.1.3

P	Q	$P\vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

由定义可以看出，析取表示的是一种"相容或"(或"可兼或")，即允许 P,Q 同时为真。例

如，“今天下雨或者刮风”可以写成 $P \vee Q$，其中 P 为“今天下雨”，Q 为“今天刮风”，因为“下雨”和“刮风”这两件事是可以同时在今天发生的。当然，这两件事也可能只发生一件。

然而，日常语言中的“或者…或者…”，“不是…就是…”等联结词是有二义性的，它们有时表示的是一种不相容的或(或不可兼的或)，即不允许两个命题同时为真。

例 1.2.1.2 “第一节课不是上数学就是上英语”，这时就是不能再写成 $P \vee Q$，要表示这种逻辑关系，我们引入下面定义的联结词。

定义 1.2.1.5 设 P,Q 是两个命题，复合命题“P 或 Q 恰有一个① 成立”，称为 P,Q 的**异或**，记作 $P\bar{\vee}Q$。符号 $\bar{\vee}$ 称为**异或联结词**。规定 $P\bar{\vee}Q$ 是真当且仅当 P,Q 恰有一个是真②。

联结词“$\bar{\vee}$”的定义可用表 1.2.1.4 表示。

表 1.2.1.4

P	Q	$P\bar{\vee}Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

于是，上面的“第一节课不是上数学就是上英语”可写成 $P\bar{\vee}Q$，因为数学和英语不能同时在第一节上。

数理逻辑语言是精确的，无二义的。我们在符号化日常语言描述的复合命题时要慎用逻辑联结词。

定义 1.2.1.6 设 P,Q 是两个命题，复合命题“如果 P 则 Q”称为 P **蕴涵** Q，记作 $P\rightarrow Q$；符号→称为**蕴函联结词**。规定 $P\rightarrow Q$ 是真，当且仅当 P 真和 Q 假不同时成立。

$P\rightarrow Q$ 又可称为 P,Q 的**蕴涵式**，其中 P 称为蕴涵式的**前件**(或**前提**)，而 Q 称为蕴涵式的**后件**(或**结论**)。

联结词“→”的定义可用表 1.2.1.5 表示。

表 1.2.1.5

P	Q	$P\rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$P\rightarrow Q$ 表示的基本逻辑关系是：P 是 Q 的充分条件，或者说 Q 是 P 的必要条件。因此，复合命题“只要 P 就 Q”，“P 仅当 Q”，“只有 Q 才 P”等都可以写成 $P\rightarrow Q$ 的形式。

从定义可以看出，这样的说法也对。规定 $P\rightarrow Q$ 是假，当且仅当 P 是真而 Q 是假。为什

① “恰有一个”是指“有一个且仅有一个”。

② 显然，这样的说法也对，规定 $P\bar{\vee}Q$ 是真当且仅当 P,Q 的值不能同时为真，否则 $P\bar{\vee}Q$ 的值为假。

么这样规定呢？我们用一个例子来说明。“如果我有时间，我就来看你”。显然，当我有时间，我来看了你，原话是真的；当我有时间而不来看你时，原话是假的；但是如果我没有时间，则不论我是否来看你。原话都应认为是真的。

在文学中，山盟海誓时说，“海枯石烂不变心”就是前件假，后件真的例子。它的应用显然美化了意境。

在日常语言中，“如果 P 则 Q”的前件 P 和后件 Q 总是有着某种内在联系的。然而，在数理逻辑中，关心的只是复合命题与其中各简单命题之间抽象的真值关系，而不关心各简单命题的具体内容是什么。因此，只要各简单命题的真值是确定的，则不管它们之间是否有内在联系，都可以由联结词组成真值确定的复合命题。

例 1.2.1.3 下面两名话：

如果鸟不会飞，则 $2\times2=4$；

如果 $2+2=4$，则夸夸其谈可以创造财富。

在日常语言中，这是两个毫无意义的命题，然而在数理逻辑中，它们都可以写成 $P\rightarrow Q$ 的形式，并且由定义 1.2.1.5 可知，前一句话为真而后一句话为假。

定义 1.2.1.7 *设 P,Q 是两个命题。复合命题“P 当且仅当 Q”称为 P* **等价于** *Q，记作 $P\leftrightarrow Q$，符号 $\leftrightarrow$ 称为* **等价联结词**。*规定 $P\leftrightarrow Q$ 是真当且仅当 P,Q 真值相同*①。

联结词“$\leftrightarrow$”的定义可用表 1.2.1.6 表示。

表 1.2.1.6

P	Q	$P\leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

等价所表示的逻辑关系是，P 是 Q 的充分必要条件。“P 等价于 Q”也可说为“**P 与 Q 等价**”。

例 1.2.1.4 “两圆面积相等当且仅当两圆半径相等”是真的等价式，而“两角相等当且仅当它们为对顶角”是假的等价式，它们都可以写成 $P\leftrightarrow Q$ 的形式。

在日常语言中，P 与 Q 等价中的 P,Q 是有着某种内在联系的，但在数理逻辑中，则不一定要求如此。例如，设 P 为“上海是一个城市”，Q 为“$2+2=4$”，则 $P\leftrightarrow Q$ 表示“上海是一个城市等价于 $2+2=4$”。此等价式中的 P,Q 都是真。因此，此等价式的值是真，但 P 和 Q 之间显然没有内在联系。

以上介绍了六种联结词及其相应的复合命题形式，这些联结词反映了复合命题和简单命题之间抽象的逻辑关系，即真值关系，所以又称为**真值联结词**。下面我们仍简称为**联结词**。

异或联结词在数理逻辑的理论研究和应用中用得较少，因此，我们下面引用联结词时最多引用五种，即非（否定），与（并且），或（或者），蕴涵（如果，则）和等价（当且仅当）。

---

① “P,Q 真值相同”是指“P,Q 或者同时是真或者同时是假”。

二值逻辑范围内的命题，一般都可以根据以上的定义和方法形式化，即写成符号串的形式。步骤如下：

(1) 找出各简单命题，分别符号化。

(2) 找出各联结词，把简单命题逐个联结起来。

例 1.2.1.5 将下列命题符号化：

(1) 地球不是圆的。

(2) 2 是偶数并且是素数。

(3) 小张是优秀生或是歌唱队员。

(4) 如果我下班早，就去商店看看，除非我很累。

(5) 四边形是平行四边形的充要条件是它的一双对边平行而且相等。

解 各命题的符号化如下：

(1) $\neg P$。其中 P：地球是圆的。

(2) $P \wedge Q$。其中 P：2 是偶数，Q：2 是素数。

(3) $P \vee Q$。其中 P：小张是优秀生，Q：小张是歌唱队员。

(4) $\neg P \to (Q \to R)$。其中 P：我很累，Q：我下班早，R：我去商店看看。

此句中的联结词"除非"相当于"如果不…"的意思，所以第三句 $\neg P$ 可看成是 $(Q \to R)$ 成立的一个条件。

(5) $P \leftrightarrow Q$。其中 P：四边形是平行四边形，Q：四边形的一双对边平行而且相等。

1.2.2 合式公式与真值函数

在构造逻辑演算时，我们首先要规定采用的符号，由符号构成符号串，然后在其中规定一类特殊的符号串，称为合式公式。逻辑演算中的符号以及由符号构成的合式公式是我们要研究的对象。

我们用大写英文字母 $P, Q, R, \cdots$ 等代表一个**抽象的命题**，或称为**命题符号**（或**命题变项**）。

定义 1.2.2.1 *命题符号称为*原子。

命题逻辑中的符号分为三类，即：

(1) 命题常项或命题变项（或原子）：$P, Q, \cdots$。

(2) 命题联结词：$\neg$，$\wedge$，$\vee$，$\to$，$\leftrightarrow$。

(3) 圆括号：(，)。

上节给出的复命命题 $\neg P, P \wedge Q, P \vee Q, P \to Q, P \leftrightarrow Q$ 既可以看成是具体命题的符号化表达式，也可以看成是含有命题变项 P, Q 的真值不唯一的抽象命题公式。在它们的基础上，还可以构造出更复杂的命题公式。命题公式给出了复合命题及其简单命题之间真值关系的逻辑结构。

命题公式是由命题常项或命题变项，联结词等组成的**符号串**。反之，是否任何的符号串都是命题公式呢？例如，$P\neg, \wedge Q$？回答是否定的。为了明确什么样的符号串才是命题公式，我们给出合式公式的定义，并且规定：**一个符号串是命题公式当且仅当它是合式公式。**

定义 1.2.2.2 *合式公式是如下定义的一个符号串：*

(Ⅰ) $P, Q, R, \cdots, P_i, Q_i, R_i, \cdots, 1, 0$ 是**合式公式**。（简称公式）。

（Ⅱ）如果 A,B 是公式，则 $(\neg A),(A\wedge B),(A\vee B),(A\rightarrow B),(A\leftrightarrow B)$ 也是公式。

（Ⅲ）只有有限次地应用（Ⅰ），（Ⅱ）构成的符号串才是合式公式。

合式公式可以简称为**公式**（或称为**命题公式**）

例 1.2.2.1 符号串 $(P\wedge((\neg Q)\vee R))$ 是公式。

解 给定符号串是公式，因它可以应用形成规则经过以下步骤来构成：

(1) Q	（Ⅰ）
(2) $(\neg Q)$	（Ⅱ）
(3) R	（Ⅲ）
(4) $((\neg Q)\vee R)$	(2)，(3)（Ⅱ）
(5) P	（Ⅰ）
(6) $(P\wedge((\neg Q\vee R))$	(4)，(5)，（Ⅱ）

其中(1)～(6)都是公式，只用六个步骤就构成了。故原符号串是合式公式。

命题逻辑中，一个符号串是否是一个公式，可用下面的算法进行判定。

算法 1.2.2.1 设 A 是一个符号串。

1° 如果 A 是空串，则输出“A 不是公式”，然后停机。

2° 置 $A_0=A,\ i=0$

3° 如果 A_i 中没有形式为 $(\neg P),(P\wedge Q),(P\vee Q),(P\rightarrow Q)$ 或 $(P\leftrightarrow Q)$ 的子串，则转 5°。

4° 将 A_i 中任何一个或几个 $(\neg P),(P\wedge Q),(P\vee Q),(P\rightarrow Q)$ 或 $(P\leftrightarrow Q)$ 的子串代以原子公式，得到 A_{i+1}，然后置 $i=i+1$，并转 3°。

5° 如果 A_i 是单独的命题符号（或 1，0），则输出“A 是公式”，否则输出“A 不是公式”，然后停机。

上述算法 1.2.2.1 的正确性是显然的。

例 1.2.2.2 判断符号串 $((P\wedge Q)\leftrightarrow(R\vee(\neg Q))$ 是否是公式？

解 应用算法 1.2.2.1，我们有：

(1) $((P\wedge Q)\leftrightarrow(R\vee(\neg Q))$	
(2) $(P\leftrightarrow(R\vee(\neg Q))$	用 P 代替 $(P\wedge Q)$
(3) $(P\leftrightarrow(R\vee Q)$	用 Q 代替 $(\neg Q)$
(4) $(P\leftrightarrow Q$	用 Q 代替 $(R\vee Q)$

由于(4)不能继续作出替换，又不是一个单独的命题符号，所以符号串(1)不是公式。

在构造公式的过程中，我们每应用一次形成规则 Ⅱ，在公式中就要增加一对括号。为了书写简便，我们约定：

1) 公式 $(\neg A)$ 的括号可以省略，写成 $\neg A$。

2) 任一公式的最外层括号可以省略。

例 1.2.2.3 简化公式的表示：$((P\wedge Q)\leftrightarrow(R\vee(\neg Q)))$

解 显然可简化为：$(P\wedge Q)\leftrightarrow(R\vee\neg Q)$。

在以上的定义中，我们引进了 A,B 这样的符号，它们表示的是任意的公式，而不是某个具体的公式，这些符号称为**元语言符号**。而符号 $P,Q,P\rightarrow Q$ 等表示的是具体的命题公式即具体的公式，称它们为**对象语言符号**。所谓**对象语言**是指用来描述研究的对象（此处是命题逻辑）的语言，而**元语言**是指用来描述对象语言的语言，它们是不同研究层次上的语言。