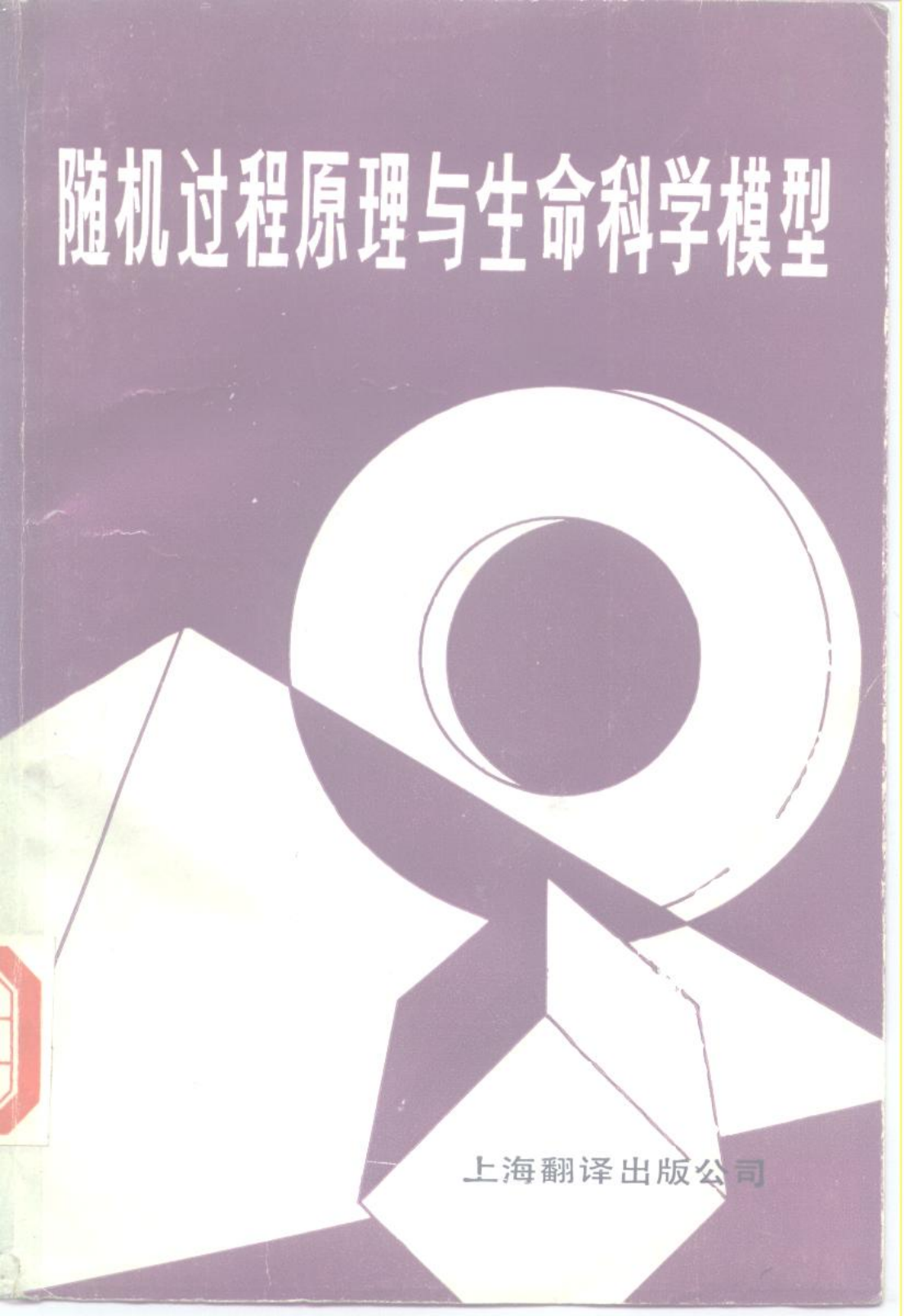


随机过程原理与生命科学模型



上海翻译出版公司

随机过程原理 与生命科学模型

[美] 蒋庆琅著
方积乾 译

上海翻译出版公司

1987

内 容 提 要

本书系统介绍随机过程理论中的重要结果和它们的应用,尤以生命科学应用为主。全书共十七章,前三章是预备知识,其后各章包括分枝过程、马尔柯夫链、更新过程、人口增长模型、一般增殖过程、生死过程和排队过程,疾病-死亡过程、一般疾病-死亡过程,移民过程和增殖-疾病-死亡过程。书中关于柯尔莫哥洛夫方程的显式解,关于遍历链的高阶转移概率的表达式,关于多重转移概率和转移时间的结果,关于交替更新过程的定理,都是第一次发表。书中还给出了很多实用例子和有启发性的练习。

An Introduction

fo

Stochastic Processes and their Applications

作者: Chin Long Chiang

出版者: Robert E. Krieger Publishing Co.

1980

随机过程原理与生命科学模型

[美] 蒋庆琅 著

方积乾 译

上海翻译出版公司

(上海武定西路1251弄20号)

新华书店上海发行所发行 商务印刷馆上海印刷厂印刷

开本850×1156 1/32 印张15.75 字数390,000

1987年6月第1版 1987年6月第1次印刷

印数 1—5,000

统一书号: 13311·40 定价: 4.70 元

献 给 我 的
父 亲 和 母 亲

译者赘言

我在美国 California 大学 Berkeley 分校学习时曾有幸选修了蒋庆琅教授为研究生开设的课程：随机过程与生物学模型，教材便是本书的英文版。当时就觉得这本书颇具特色，既阐明随机过程的理论，又提供大量刻画生命现象的随机模型，理论高深而清晰，应用丰满而精辟。后来在蒋教授指导下做博士论文，发现许多文献引用了这本书，美国以及欧洲许多国家更发表了书评，或荐为随机过程的优秀教本，或誉为生命现象随机模型的荟萃，尤其始料不及的，化学工程方面的论文竟也不乏以这本书的某些章节为基础者。

现在，我把这本书推荐给国内数学、统计学、生物学、人口学、流行病学乃至社会科学和工程科学等领域的学者们。数学和统计学工作者不仅可以从这本书发现许多值得进一步探索的课题，同时也可以为数学和统计学向实践、向生命科学靠拢找到可贵的借鉴。其它领域的学者也许可以从这本书找到新的方法学，使你们的研究工作向动态的、随机的和系统的高度迈进。

我要感谢作者蒋庆琅教授，是他的耳提面命使我熟悉了这本书，并产生了翻译的欲望；他审阅了全部译稿，免除了较大的偏差。也要感谢上海翻译出版公司张致中先生，虽然至今未得谋面，但书信中，作为出版家他那难能可贵的的发展边缘学科的使命感对我是一大鞭策。

时值三八佳节，我不禁缅怀生母王耀华、感谢养母方秀珍，前者赐我智慧，后者催我奋进。些许果实，当献母亲。

方积乾 1986.3.8.

北京医科大学基础医学院
生物数学与生物统计学教研室

前 言

本书旨在成为随机过程或应用概率论的一本教科书，也可以作为另一些课程的参考书，如数理统计、工程(可靠性理论)、生物统计(生存分析)和人口学(移民过程)等。内容包括我以前所写的《生物统计学中的随机过程引论》(Wiley, 1968)一书第I部分中八章的扩写和新增加的涉及这一主题各个方面的九个章节。1968年书中生物统计的内容删去了。1968年的书出版后五年便绝版了，自售完最后一本起至今差不多已有六年时间，现在来修订和增补，使之完善。

这里将随机过程的发展设想为一个特殊的序列。书中材料安排的次序是：离散过程、单一状态连续过程、二状态过程和多状态过程。现在预备知识里包含了新的一章(第3章)，有关指数型分布，因为它在随机过程、生存分析和可靠性理论中是很重要、很有用的。

在第4至第7章，增加了离散过程和更新过程，因为它们是随机过程的一个基本部分。第6章中的代数处理不同于Feller [1968]等书中所用的传统方法。这一章中对高阶转移概率的显式表示可能会帮助读者较好地理解Markov链并付诸应用。

第8章和第10章包括著名的描述人口增长的连续过程和排队过程。第9章中的一般生殖过程和随机过程中的一个等式为推导任何增长过程和衰减过程的显式表示增添了工具。流行病学模型作为一个例子体现了上述等式在解决一些困难问题时的作用。

有关简单疾病-死亡过程的第一个章节(第11章)除了增加一节生成函数和一节生存与疾病的多阶段性外，基本上照旧。第12和第13章中关于多重转移概率和多重转移时间的内容基本上是

新的。这几章里的有关公式都是最终的形式,因而便于实际应用。当不存在吸收状态时,二状态模型引伸出一个交替更新过程。一般更新过程的部分内容已被推广到这种情形。

强度函数矩阵(微分生成元) V 有相异特征根的情形下, Kolmogorov 微分方程的显式解已在前一版中出现过,现在再次写在第14章。第15章中,这个显式解已被推广到矩阵 V 有重根或复数根的情形。第16和第17章是前版书中相应内容的再现,只是作了些微变动。

我认为随机过程的重要性在于它作为科学研究的分析工具时的强大威力而不是它的理论发展。我相信,本书和1968年的书都反映了这一点。

我曾将本书的内容用于我在 California 大学 Berkeley 分校和 Harvard 大学所教的课程中,我再次从读过若干章节的朋友们所给予的指教和鼓励中受益,他们是 B. J. van den Berg, J. Deming, J. Emerson, J. P. Hsu, E. Peritz, P. Rust, S. Selvin, R. Wong 和 G. L. Yang。每章之末的习题均有解答,但为了赶这本书的出版日期,不准备和正文一起出版。最后,我深切地感谢 Bonnie 女士,她在修改过程中协助了秘书性工作,并以无比的技术和耐心把手稿打印成文。

蒋庆琅

California 大学, Berkeley

1979年9月

1968 年版本的前言

时间、寿命和危险因素是生物统计学中随机过程的主要素。死亡危险因素、疾病危险因素、出生危险因素和其它危险因素持续地以不同的强度作用于人。远早于现代概率论和统计学，人们就已经涉及死亡的可能性和寿命的长度，并且构造表格来度量寿命。但是直到近代，由于随机过程理论的高度发展，人们才以概率的观点来系统地研究人类群体的经历过程。

本书旨在展示描述这些过程的随机模型。重点是某些结果和显式解，而不是随机过程的一般理论。对理论推导有兴趣的读者可参阅这方面极为丰富的文献。

为了便于阅读本书，需要具备概率论和统计学的基本知识。我们仅假定读者学过微积分，虽然，欲理解全部内容最好熟悉微分方程和矩阵代数。

全书分成两大部分。第 I 部分开头是一章关于随机变量和一章关于概率生成函数，这些是后续各章都要用到的。第 3 章是人口增长的基本模型，从 Poisson 过程到时变生-死过程。这一章后面的习题给出了有实践意义而在其它场合又没有提及的某些模型。

出生和死亡在人类群体中无疑是最重要的事件，但统计上更复杂的是疾病过程。疾病可能并存、重复和逆转，因而其分析更具挑战性。本书将疾病处理为离散的，把一个群体看成由离散的疾病状态组成。如果某个体感染上一种疾病，我们就说其处于一个特定的状态。该个体可能离开一个疾病状态转向另一个疾病状态，或进入死亡状态，考虑疾病的转化是涉及多重转移概率和多重转

移时间的有趣新课题。具有两个疾病状态的情形是基本的,第4章和第5章讨论这类简单的疾病-死亡过程。

在处理含任意有限个疾病状态的一般疾病-死亡过程时,我们介绍有限 Markov 过程。为了避免重复和保持数学内容的循序渐进,我们在第6章放下疾病过程去讨论一般情形下的 Kolmogorov 微分方程。这一章几乎全部是方程显式解的推导。为方便读者,第3节写了矩阵代数的知识。

在第6章解了 Kolmogorov 方程之后,第7章关于一般疾病-死亡过程的讨论就很顺利了;然而,这个模型十分有趣,随即引出了另一章。第8章里,一般疾病-死亡过程被推广到考虑移民和出生引起的人口增长。这两种可能性分别引出了迁出-迁入过程和增殖-疾病-死亡过程,但是对后一种情形,我未能给概率分布函数提供一个显式解。

第II部份是关于生存和死亡中的特殊问题。寿命表和竞争风险是生物统计学中传统的中心课题。处理随防研究中的不完全信息实际意义颇大。我尽量把这些问题同概率论和统计学原理结合起来。我希望我对这些课题和现代概率统计是一视同仁的。

必须强调,虽然疾病过程的概念来自生物统计学研究,但它在其它领域也有着广泛的应用。死亡危险强度(死亡力)和工业产品可靠性理论中的失效率是同义的,疾病状态在人口学中可以类比为地理位置,在室分析中可以是房室的概念,在别的场合也可以是职业或其它明确定义的情形。不考虑疾病,我们可以考虑一个人是否失业,一个基因是否突变,一条电话线是否被占用,电梯是否在工作,机器是否坏了,等等。

本书原是为生物统计学的学生而写的,但也不妨用于其它领域的课程。以下对教学计划提点建议:

1. 作为生物统计方面一年的课程:第1章和第2章,接着是第10至12章,然后是第3至8章。在第10章开头,正式介绍纯

死亡过程是必要的。

2. 作为人口学方面一年的课程: 可以采取上述计划 1. 术语“疾病过程”解释为“内部迁移过程”可能更适合。

3. 作为生物统计或人口学课程的补充教材: 第 9 至 12 章。

4. 作为随机过程方面一学期的课程: 第 2 至 8 章。

如果作一般参考书用, 第 9 章可以略去。

本书中一部份是我自己研究的成果, 有些是第一次发表(例如, 第 5 章和第 6 章的一部份); 一部份是随机过程课程的讲义, 我很感谢这些内容的原作者。我曾利用本书的材料在 California 大学 (Berkeley), Michigan, Minnesota, North Carolina, Yale 和 Emory 等大学以及 London 大学的 London 卫生学院教过课。

若不是受惠于许多朋友, 这本书是不可能完成的。我感谢 Myra Jordan Samuels 夫人和 Helen E. Supplee 小姐的大力协助, 他们读了初稿并提出许多可贵的批评和建议, 改善了这本书的质量。我感谢 California 大学 (Berkeley) 卫生学院和美国国立卫生院 No. 5-S01-FR-0544-06 基金对这项工作的资助。Peter Armitage 教授邀请我到 London 卫生学院担任的讨论班课程使我有机会几乎全力进行与这本书有关的研究工作。我也要向 Richard J. Brand 和 Geoffrey S. Watson 致谢, 他们读了某些章节, 并提出了有益的建议。也要感谢 Shirley A. Hinegardner 夫人出色的打字、Dorothy Wyckoff 夫人耐心的数值计算和 Cynthia P. Debus 夫人的秘书工作。

蒋庆琅

California 大学, Berkeley

1968 年春

目 录

第1章 随机变量	1
1. 引言	1
2. 随机变量	2
3. 多变量概率分布	5
4. 数学期望	7
4.1. 一个有用的不等式	9
4.2. 条件期望	10
5. 矩、方差和协方差	11
5.1. 随机变量线性函数的方差	13
5.2. 随机变量两个线性函数间的协方差	15
5.3. 随机变量乘积的方差	15
5.4. 随机变量的函数的近似方差	16
5.5. 条件方差和协方差	16
5.6. 相关系数	17
6. Chebyshev 不等式和大数定律	18
6.1. Chebyshev 不等式	19
6.2. Bernoulli 定理	19
6.3. 大数定律	20
6.4. 中心极限定理	22
7. 习题	23
第2章 概率生成函数	27
1. 引言	27
2. 一般性质	27
3. 卷积	28
4. 例	30
4.1. 二项分布	30
4.2. Poisson 分布	31

4.3. 几何分布和负二项分布	31
5. 连续性定理	34
6. 部分分式展开	36
7. 多变量概率生成函数	37
7.1. 边缘分布的概率生成函数	39
7.2. 条件分布的概率生成函数	40
8. 随机个数的随机变量之和	45
9. 习题	46
第3章 指数型分布和最大似然估计	49
1. 引言	49
2. Gamma 函数	49
3. 卷积	51
4. 矩生成函数	52
4.1. 中心极限定理	55
5. 不同分布随机变量之和	56
6. 相继随机变量之和	59
7. 最大似然估计	61
7.1. 最大似然估计的优良性	64
8. 习题	65
第4章 分枝过程、随机游动和破产问题	69
1. 一个简单分枝过程	69
1.1. 消失的概率	71
2. 随机游动和扩散过程	73
2.1. 随机游动	74
2.2. 扩散过程	75
3. 赌徒的破产	78
3.1. 赌局数目的期望值	80
3.2. 在有限次赌博中破产的概率	81
4. 习题	85
第5章 Markov 链	88
1. 引言	88
2. Markov 链的定义和转移的概率	89

3. 高阶转移概率 $p_{ij}(n)$	94
4. 状态的分类	97
5. $p_{ij}(n)$ 的渐近性质	102
6. 闭状态集和不可约链	105
7. 平稳分布	110
8. 一个遗传学应用	112
8.1. 各有两个等位基因的两个位点	120
9. 习题	121
第6章 有限 Markov 链的代数处理	125
1. 引言	125
2. 随机矩阵 P 的特征值和一个有用的引理	125
2.1. 一个有用的引理	128
3. 高阶转移概率的公式	131
4. 极限概率分布	135
5. 例	138
6. 习题	148
第7章 更新过程	151
1. 引言	151
2. 离散时间更新过程	154
2.1. 更新过程和事件的分类	154
2.2. B 的发生概率	157
2.3. $\{f(n)\}$ 和 $\{p(n)\}$ 的概率生成函数	160
2.4. 应用于随机游动	160
2.5. 延迟更新过程	163
3. 连续时间更新过程	164
3.1. 某些特定分布	166
3.2. 在时间区间 $(0, t]$ 内的更新次数	173
3.3. 更新函数和更新密度	176
3.4. 示例	177
4. 习题	180
第8章 人口增长的若干随机模型	182
1. 引言	182

2. Poisson 过程	182
2.1. 概率生成函数方法	184
2.2. Poisson 过程的某些推广	185
3. 单纯增殖过程	187
3.1. Yule 过程	189
3.2. 时变 Yule 过程	191
3.3. 时变 Yule 过程中的联合分布	193
4. Polya 过程	195
5. 单纯死亡过程	198
6. 移民过程	201
6.1. 一个简单的迁入-迁出过程	201
6.1.1. 另一种推导	204
7. 附录——一阶常微分方程	205
7.1. 常微分方程	205
7.2. 偏微分方程	209
7.2.1. 预备知识	210
7.2.2. 辅助方程	212
7.2.3. 通解	213
8. 习题	215
第 9 章 一般增殖过程、一个等式和一个流行病模型	219
1. 引言	219
2. 一般的增殖过程	219
3. 随机过程中的一个等式	226
4. 一个简单的随机流行病模型——McKendrick 模型	230
4.1. 概率 $p_{1,n}(0, t)$ 的解	231
4.2. 感染时间和一次流行期	233
5. 习题	236
第 10 章 生-死过程和排队过程	239
1. 引言	239
2. 线性增长	240
3. 时变的一般生-死过程	244
4. 排队过程	246
4.1. $M/M/S$ 排队的微分方程	248

4.2. $M/M/1$ 排队	249
4.2.1. 队伍的长度	250
4.2.2. 服务时间和等待时间	251
4.2.3. 间隔时间和流动强度	255
4.3. $M/M/S$ 排队	255
4.3.1. 队伍的长度	257
4.3.2. 服务时间和等待时间	257
5. 习题	260
第 11 章 简单的疾病-死亡过程——Fix-Neyman 过程	264
1. 引言	264
2. 健康转移概率 $P_{as}(0, t)$ 和死亡转移概率 $Q_{as}(0, t)$	266
3. Chapman-Kolmogorov 方程	271
4. 期望逗留期	273
5. 在健康状态和死亡状态的人口数	274
5.1. 极限分布	277
6. 人口数的生成函数	278
7. 生存和疾病的阶段	282
7.1. 生存时间的分布	284
7.2. 最大似然估计	290
8. 习题	293
第 12 章 简单疾病-死亡过程中的多重转移概率	299
1. 引言	299
2. 恒等式和多重转移概率	300
2.1. 多重到达概率 $P_{ab}^{(m)}(0, t)$ 的公式	302
2.2. 三个等式	303
2.3. $P_{ab}^{(m)}(0, t)$ 公式的归纳法证明	304
2.4. 多重更新概率 $P_{aa}^{(m)}(0, t)$ 的公式	305
3. 微分方程和多重转移概率	306
4. 概率生成函数	307
4.1. 多重转移概率	309
4.2. 公式的等价性	311
5. 随机恒等式的证明	311
6. Chapman-Kolmogorov 方程	313

7. 转移次数的条件概率分布	316
8. 向死亡的多重转移	317
9. 多重进入转移概率 $P_{ag}^{(n)}(0, t)$	317
10. 习题	319

第 13 章 简单疾病-死亡过程的多重转移时间——交替

更新过程	325
------------	-----

1. 引言	325
2. 多重转移时间的密度函数	326
3. 多重转移时间的卷积	328
4. 多重转移时间的分布函数	330
4.1. 第 m 次更新时间的分布函数	332
4.2. 第 m 次到达时间的分布函数	334
5. 生存时间	336
6. 二状态随机过程	338
6.1. 多重转移概率	339
6.2. 多重转移时间	340
6.3. 更新次数和更新时间	341
7. 习题	345

第 14 章 Kolmogorov 微分方程和有限 Markov 过程.....352

1. Markov 过程和 Chapman-Kolmogorov 方程	352
1.1. Chapman-Kolmogorov 方程	353
2. Kolmogorov 微分方程.....354	
2.1. Kolmogorov 微分方程的推导.....355	
2.2. 例	358
3. 矩阵、特征值和对角化.....359	
3.1. 特征值和特征向量	362
3.2. 矩阵的对角化	364
3.3. 一个有用的引理	365
3.4. 特征向量矩阵	366
4. Kolmogorov 微分方程解的明显表达式	370
4.1. 强度矩阵 V 及其特征值	372

4.2. 个体转移概率 $P_{ij}(0, t)$ 的第一个解	373
4.3. 个体转移概率 $P_{ij}(0, t)$ 的第二个解	376
4.4. 两个解的等价性	379
4.5. Chapman-Kolmogorov 方程	380
4.6. 极限概率	380
5. 习题	381
第 15 章 Kolmogorov 微分方程和有限 Markov 过程	388
——续	388
1. 引言	388
2. 个体转移概率的第一个解	388
3. 个体转移概率的第二个解	392
4. 习题	400
第 16 章 一般疾病-死亡过程	402
1. 引言	402
2. 转移概率	404
2.1. 健康转移概率 $P_{\alpha\beta}(0, t)$	404
2.2. 向死亡的转移概率 $Q_{\alpha\beta}(0, t)$	406
2.3. 关于转移概率的一个等式	408
2.4. 极限转移概率	410
2.5. 在健康和死亡状态的期望逗留期	411
2.6. 处于健康状态和死亡状态的人口数	412
3. 多重转移概率	414
3.1. 多重退出转移概率 $P_{\alpha\beta}^{(n)}(0, t)$	415
3.2. 向死亡的多重转移概率 $Q_{\alpha\beta}^{(n)}(0, t)$	418
3.3. 多重进入转移概率 $P_{\alpha\beta}^{(n)}(0, t)$	419
4. 年度健康指数	420
5. 习题	424
第 17 章 移民过程和增殖-疾病-死亡过程	426
1. 引言	426
2. 迁出-迁入过程——Poisson-Markov 过程	428
2.1. 第一种方法	429