



数字与模拟电子线路教学小丛书

非线性电子线路 分析基础

董基真 倪福卿 编

高等教育出版社

数字与模拟电子线路教学小丛书

非线性电子线路分析基础

董荔真 倪福卿 编

高等教育出版社

内 容 简 介

本书是数字与模拟电子线路教学小丛书中的一本。书中简要而较全面地介绍了非线性电子线路分析的理论基础和发展近况。

全书共五章。第一章简要介绍了非线性网络理论基础；第二、三章分别叙述了非线性电阻网络和非线性动态网络的分析；第四章介绍了器件的数学模型；第五章介绍了非线性电子线路的数值解法。

本书在非线性网络理论的基础上，借助于CAA技术对几种常用的频率变换电路进行了分析，并给出了计算程序。

本书可作为高等学校无线电技术专业高年级学生及有关专业研究生的教学参考书，也可供从事电子线路设计的工程技术人员参考。

本书经电工教材编审委员会电子线路编审小组委托朱钟霖副教授审稿，同意作为高等学校教学参考书出版。

本书责任编辑：李永和

数字与模拟电子线路教学小丛书 非线性电子线路分析基础

张嘉英 倪福卿 编

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

房山南召印刷厂印装

开本 787×1092 1/32 印张 8.875 字数 185,000

1983年7月第1版 1985年4月第2次印刷

印数 7,200—11,700

书号 15010·0504 定价 1.85 元

前 言

很长时间以来,在较多的教科书中,对非线性电子线路的分析和设计都采用传统的工程近似方法。由于这些方法有很大的局限性,特别是定量分析的准确度差,因此在实际工作中,电路参数仍需通过多次实验调整才能最后确定。最近十多年来,非线性网络理论和电路的 CAA 技术的发展,大大推动了非线性电子线路的精确分析和综合。本书对非线性网络理论作了简要的叙述,在此基础上较系统地介绍了非线性电阻网络和动态网络的各种分析方法,并着重于用数值解法分析了几种常用的频率变换电路。这些方法对非线性电子线路的分析和设计有一定的实际意义,它为电子线路的优化设计打下了基础。

本书可作为高等学校有关专业的研究生、高年级学生的教学参考书,对从事电子线路设计的工程技术人员也有一定的参考价值。

本书第一、二、三章由董荔真编写,第四、五章由倪福卿编写。全书承北方交通大学朱钟霖副教授审定,并给予热情指导。我院俞宝传教授、王远副教授审阅了全书的初稿,并提出宝贵意见。在编写过程中,还得到教研室同志们的帮助,在此一并致谢。

由于水平所限,书中难免有错误或不妥之处,恳切欢迎读者指正。

编者 1983.3

于北京工业学院

目 录

第一章 非线性网络理论基础

§ 1-1 网络元件及其表征方法	1
1-1-1 二端元件(<i>two-terminal element</i>)	2
1-1-2 时变元件(<i>time-varying element</i>)	9
1-1-3 多端元件(<i>multiterminal element</i>)	11
1-1-4 受控元件(<i>dependent element</i>)	18
§ 1-2 网络的分类及特性的表征	20
1-2-1 线性网络及端口型线性网络	21
1-2-2 非线性网络及端口型非线性网络	25
1-2-3 时不变与时变网络及端口型时不变与时变网络	26
§ 1-3 非线性网络的分类	28
§ 1-4 网络的元件定律、互连定律及运动方程	29
1-4-1 元件定律	29
1-4-2 元件的互连定律	30
1-4-3 网络的运动方程(<i>equations of motion</i>)	30
习题	31

第二章 非线性电阻网络的分析

§ 2-1 分析非线性电阻网络的基本原理	35
2-1-1 非线性电阻网络的运动方程	35
2-1-2 求解非线性函数方程的实用方法	40
§ 2-2 非线性网络元件的数学表示法	41
2-2-1 幂级数法	41
2-2-2 内插法	45
2-2-3 最小二乘法	50

§ 2-3 非线性电阻网络的三个基本概念	53
2-3-1 工作点的概念	53
2-3-2 策动点特性图(DP图)	54
2-3-3 转移特性图(TC图)	55
§ 2-4 图解法	56
2-4-1 概述	56
2-4-2 决定工作点的图解法	57
2-4-3 决定 DP 图的图解法	64
2-4-4 决定 TC 图的图解法	68
2-4-5 含有三端电阻器网络的 DP 图和 TC 图	76
§ 2-5 分段线性迭代法	76
2-5-1 概述	76
2-5-2 确定工作点	79
2-5-3 确定 DP 图	82
2-5-4 确定 TC 图	89
2-5-5 分段线性迭代分析法的优点	91
§ 2-6 数值解法	91
2-6-1 定点的概念——皮卡德(Picard)迭代法	92
2-6-2 牛顿-拉夫逊方法(Newton-Raphson method)	95
2-6-3 大型非线性电阻网络的数值解法	104
习题	117

第三章 非线性动态网络的分析

§ 3-1 分类和复杂度	124
3-1-1 分类的依据	124
3-1-2 用观察法确定复杂度	126
§ 3-2 分析动态网络的基本原理	132
§ 3-3 用状态变量法分析非线性动态网络	134
3-3-1 状态变量的选择和状态方程的建立	134
3-3-2 自治网络和非自治网络	150
3-3-3 求解非线性微分方程的方法简介	150

习 题	170
-----	-----

第四章 器件的数学模型

§ 4-1 概 述	173
§ 4-2 半导体二极管模型	176
4-2-1 直流模型	176
4-2-2 交流模型	183
§ 4-3 双极型晶体管(BJT)模型	185
4-3-1 EM_1 模型	185
4-3-2 EM_2 模型	193
§ 4-4 场效应晶体管(FET)模型	200
4-4-1 结型场效应管模型	200
4-4-2 绝缘栅场效应管模型	203
习 题	207

第五章 非线性电子线路的数值解法

§ 5-1 概 述	209
5-1-1 工程近似分析方法的回顾	209
5-1-2 工程近似分析方法的局限性	215
§ 5-2 非线性常微分方程的数值解法	216
5-2-1 微分方程的初值问题和离散化	216
5-2-2 数值积分算法和迭代公式	218
5-2-3 数值解法的误差和数值稳定性	219
§ 5-3 非线性电子线路的瞬态分析	224
5-3-1 非线性电阻的线性化伴随模型	225
5-3-2 线性动态元件的离散化伴随模型	228
5-3-3 非线性动态元件的伴随模型	233
5-3-4 举例	236
§ 5-4 非线性周期性电路的稳态时域解法——阿普里尔-特里克 (Aprille-Trick)算法	267

5-4-1 阿普里尔-特里克算法的原理和步骤	267
5-4-2 阿普里尔-特里克算法的数值计算	270
习 题	272
参 考 文 献	275

第一章 非线性网络理论基础

§ 1-1 网络元件及其表征方法

在网络理论中,感兴趣的六个表征电基本现象的变量是:电荷 $q(\text{C})$, 电压 $v(\text{V})$, 电流 $i(\text{A})$, 磁链 $\phi(\text{Wb})$, 功率 $p(\text{W})$ 及能量 $w(\text{J})$ 。在任一时刻 t , 这些量之间的普遍关系是

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1-1-1)$$

$$v(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (1-1-2)$$

$$p(t) = v(t)i(t) = \frac{dw(t)}{dt} \quad (1-1-3)$$

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t v(\tau)i(\tau) d\tau \quad (1-1-4)$$

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (1-1-5)$$

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (1-1-6)$$

式中 τ 为积分变量。这些关系对任何网络都是成立的, 但对于不同特性的元件, 这些变量间的制约关系不同。为此, 有必要对构成网络的元件进行分类, 并阐明各类元件的各变量之间的相互关系。

本书只研究集中参数网络元件。

1-1-1 二端元件(*two-terminal element*)

一 电阻器

特性可用 $v-i$ 平面中的一条曲线所表征的二端元件称为二端电阻器。一般地说, 电阻器可分为线性电阻器和非线性电阻器两大类。

对于线性电阻器, 其特性可用 $v-i$ 平面中一条通过原点的直线来表征, 并可用数学式 $i = Gv$ 或 $v = Ri$ 来描述, 如图 1-1-1 所示。常数 G 代表直线的斜率, 称为电导。常数 R 定义为 G 的倒数, 称为电阻。电阻的数值完全确定了电阻器的特性。 $R > 0$ 者为正电阻器, $R < 0$ 者为负电阻器。若 $R = 0$, 称此线性电阻器为短路, 若 $R = \infty$, 则称为开路。

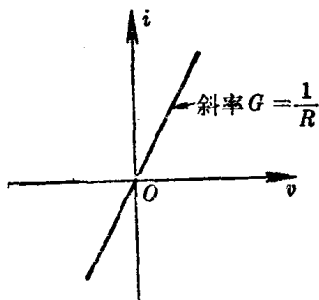


图 1-1-1 线性电阻器特性

对于非线性电阻器, 其特性不再是通过原点的直线, 而是用一条 $v-i$ 曲线来表征的。此时, 用一个简单的数已不再能表征非线性电阻器的特性, 而必须给出完整的 $v-i$ 曲线, 或用可能导出的、很接近其 $v-i$ 特性曲线的数学表示式来近似。例如, 真空二极管的特性可近似用 $3/2$ 次幂定律表示; $i = kV^{3/2}$ 。 k 是取决于二极管内部结构实际尺寸的常数。半导体结型二极管可近似用指数律表示; $i_d = I_s [\exp(\lambda v_d) - 1]$ 。 I_s 和 λ 是依赖于二极管的物理参数。

非线性电阻器根据其 $v-i$ 曲线的不同大致又可分为三类,即流控电阻器(*current-controlled resistor*)、压控电阻器(*voltage-controlled resistor*)和单调电阻器(*monotonic resistor*)。流控电阻器是端电压为通过元件电流的单值函数的电阻器,例如,微波功率测量用的 RRG1 型热敏电阻器,其特性如图 1-1-2 所示;压控电阻器是通过元件的电流为元件端电压的单值函数的电阻器,例如,隧道二极管,其特性如图 1-1-3 所示;单调电阻器的 $v-i$ 特性是单调上升或单调下降的曲线,这种电阻器既是流控的又是压控的,例如,

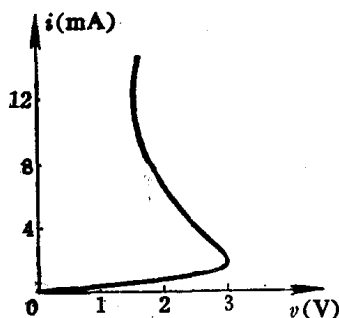


图 1-1-2 RRG1 热敏电阻器特性曲线

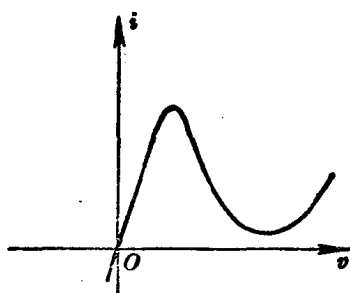


图 1-1-3 隧道二极管特性曲线

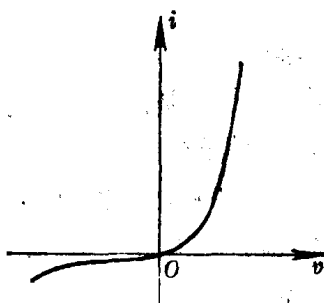


图 1-1-4 半导体二极管 PN 结特性曲线

半导体结型二极管, 其特性如图 1-1-4 所示。

非线性电阻器已被广泛地用在整流、倍频、混频和限幅等电路中。某些非线性电阻器还可用于放大和产生信号。

二 电容器

特性可用 $v-q$ 平面上的一条曲线所表征的二端元件称为二端电容器。

线性电容器的特性可用 $v-q$ 平面上通过原点的一条直线来表征, 如图 1-1-5 所示, 并可表示为 $q=Cv$ 。常数 C 代表直线的斜率, 称为电容。一个线性电容器可完全由称做电容的数值所表征。据式(1-1-1)流入线性电容器的电流 i 可写为

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (1-1-7)$$

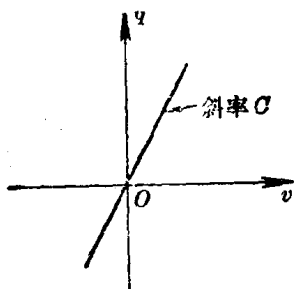


图 1-1-5 线性电容器特性

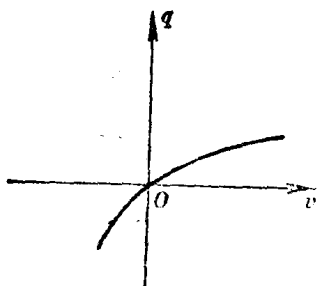


图 1-1-6 MOS 电容器特性

非线性电容器的特性不是由一条通过原点的直线而是由一条别的 $v-q$ 曲线来表征的。此时电容器的特性已不能再用一简单的数来表示, 而必须给出完整的 $v-q$ 曲线。一个非线性电容器的实例为金属氧化物半导体(MOS)电容器, 其 $v-q$ 曲线如图 1-1-6 所示。

若非线性电容器是(电)压控(制)的, 则用 $q=q(v)$ 表示

其特性。如果它是(电)荷控(制)的, 则用 $v=v(q)$ 来表示其特性。对压控电容器可写为

$$C(v) = \frac{dq(v)}{dv} \quad (1-1-8)$$

称其为增量电容(*incremental capacitance*), 流入电容器的电流表示为

$$i(t) = C(v(t)) \frac{dv(t)}{dt} \quad (1-1-9)$$

用非线性电容器进行混频或倍频比用非线性电阻器具有更高的效率。除此之外, 它作为低噪声、高灵敏度的参量放大器以及调整简便、性能可靠的电子调谐器, 更是被广泛地应用于电子技术中。

三 电感器

特性可用 $i-\phi$ 平面上的一条曲线来表征的二端元件称为二端电感器。

同样, 线性电感器的特性可用 $i-\phi$ 平面上通过原点的一条直线来表征, 并可解析地表示为 $\phi = Li$ 。常数 L 代表直线的斜率, 称为电感。线性电感器可完全地用电感的数值所表征。据式(1-1-2)线性电感器两端的电压 v 可写为

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (1-1-10)$$

非线性电感器必须给出整条 $i-\phi$ 曲线才能表征其特性。绕在铁芯上的线圈即是常见的非线性电感器, 在一个正弦电流激励下, 它的 $i-\phi$ 曲线如图 1-1-7 所示, 称为磁滞回线。

若非线性电感器是(电)流控(制)的, 则用 $\phi = \phi(i)$ 表示其特性。如果是(磁)链控(制)的, 则用 $i = i(\phi)$ 表示其特性。

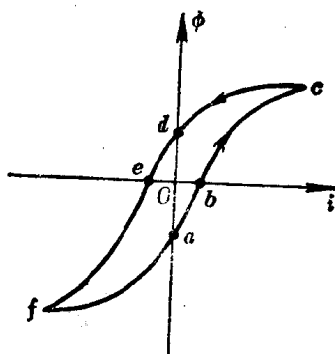


图 1-1-7 非线性电感器特性

对于流控电感器可写

$$L(i) = \frac{d\phi(i)}{di} \quad (1-1-11)$$

称其为增量电感,电感器两端的电压为

$$v(t) = L(i(t)) \frac{di(t)}{dt} \quad (1-1-12)$$

请注意图1-1-7所示的磁滞回线,当 $i=0$ 时,则对应两个不同的 ϕ 值(a 点或 d 点)。这两个不同状态可用来表示计算机中的两个状态(0和1),并且两种状态都有 $i=0$,即不消耗功率,因此这种非线性电感器是很好的记忆元件(*memory element*)。

四·记忆电阻器

特性可用 $\phi-q$ 平面上的一条曲线来表征的二端元件称为记忆电阻器,简称忆阻器。它是由蔡少棠于1970年首先提出的第四种基本电路元件^①。从电路理论的观点出发,基本电路

^① L. O. Chua, "Memristor—The missing circuit element", *Sch. Elec. Eng.*, Purdue. Univ., Lafayette. Ind., Tech. Rep. TR-EE70-39, Sep. 15. 1970

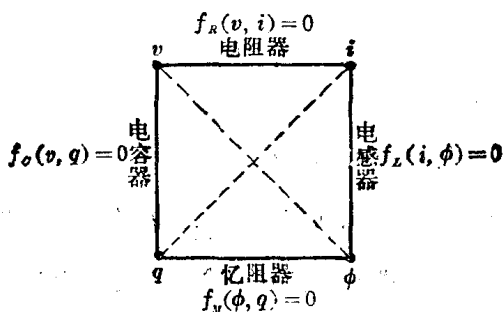


图 1-1-8 四种基本电路元件的制约关系

元件是由 v, i, ϕ, q 四个基本变量之间的两个变量所组成的制约关系来定义的。例如，电阻器是由 $f_R(v, i) = 0$ 定义的；电容器是由 $f_C(v, q) = 0$ 定义的，流过电容器的电流为 $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ ；电感器则是由 $f_L(i, \phi) = 0$ 定义的，电感器两端的电压为 $v(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$ 。但是，四个基本变量可能存在如图

1-1-8 所示的六种组合关系，人们熟知的是前面列举的五种组合关系，因此，根据推理可以定义第六种组合关系，即

$$f_M(\phi, q) = 0 \quad (1-1-13)$$

它描述了第四种基本电路元件——忆阻器的制约关系。

若忆阻器的 ϕ - q 特性可表示为电荷 q (或磁链 ϕ) 的单值函数，则称它为荷控 (或磁控) 忆阻器。荷控忆阻器的端电压可写

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{d\phi(t)}{dq(t)} \frac{dq(t)}{dt} \\ &= M(q(t)) i(t) \end{aligned} \quad (1-1-14)$$

式中

$$M(q(t)) = \frac{d\phi(t)}{dq(t)} \quad (1-1-15)$$

它具有电阻的量纲,称为增量忆阻。由式(1-1-15)看出,任意时刻 t_0 的增量忆阻值取决于流过忆阻器的电流从 $t = -\infty$ 至 $t = t_0$ 时刻的积分 [即 $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$]。因此,虽然在给定时刻 t_0 的忆阻器的特性和一个一般电阻器的特性相同,但由于它的阻值和流过忆阻器电流的过去历史有关,即具有记忆电流的过去行为的性质,所以称之为记忆电阻器。若 ϕ - q 特性为一条通过原点的直线,据式(1-1-15)可得 $M(q) = R$,则成为线性时不变电阻器。因此,忆阻器只有当 ϕ - q 特性为非线性时才有意义,换言之,忆阻器是二端非线性元件。

虽然目前尚未发现无源性的忆阻器件,但是从理论上已证明了这种电路元件的存在^①,而且可用作某些电路器件的模型。例如,图 1-1-9a 所示的库仑电池就可以很好地用忆阻器来模拟。当金棒(阳极)放在盛有电解液的银容器(阴极)中时,假设阳极上已有初始沉积的银离子,一旦在阳极和阴极间加有电压 v 时,阳极上的银离子便将移至阴极,从而出现大电流,此时 1-2 端之间等效为阻值很小的线性电阻器。到某一时刻 $t = t_0$ 时,由于阳极上的银离子大部分已转移至阴极,因此, $t > t_0$ 时的电流变得很小,此时 1-2 端之间等效为阻值很大的线性电阻器。这样一个器件的特性可以用图 1-1-9b 所

① L. O. Chua, "Memristor—The missing circuit element", *IEEE Trans on circuit Theory*, Sep. 1971, pp. 507~519.

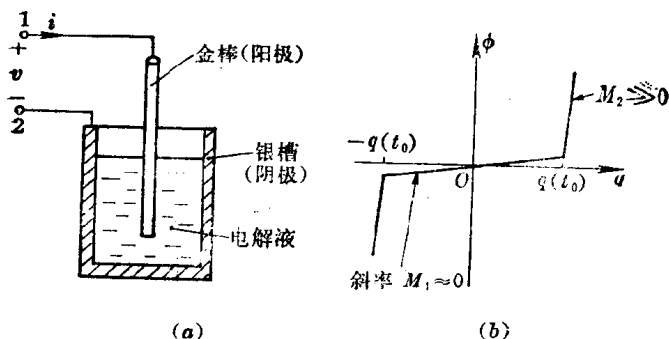


图 1-1-9 库仑电池及其忆阻器模型特性

示的忆阻器特性来模拟。显然,这是一个荷控忆阻器,其增量忆阻 M_1 的大小与阳极上初始沉积的银离子有关。

1-1-2 时变元件(time-varying element)

若表征二端电阻器、电容器和电感器的 $v-i$ 、 $v-q$ 和 $i-\phi$ 曲线对所有的时间均保持不变,这些元件即称为时不变(time-invariant)元件。若它们的曲线作为时间的函数而变动,则称之为时变元件。

例如,一个动臂由电机带动旋转的电阻器就是一个时变电阻器。其 $v-i$ 特性如图 1-1-10 所示,并解析地表示为

$$v = R(t)i$$

式中 $R(t)$ 是时变电阻,它表示在任一时刻 t 电阻器特性斜率的倒数。

值得指出的是,时变元件不一定是线性元件。实践中,一个非线性时不变元件在时变偏置电源的作用下,以小信号方式工作时,则非线性时不变元件的特性与线性时变元件的特性相似。例如,一个非线性时不变电阻的特性由