反 馈 系 统

〔美〕小B.C.乔斯等 编
方辉煜 祝楚恒 译
华 共校

国防工业出版社

内容简介

本书系根据1972年出版的〔美〕小B.C.乔斯等编写的《反馈系统》(Feedback Systems)一书翻译而成。

本书对于了解古典的和现代的自动控制理论的全貌，以及应用反馈理论来设计和分析线性、非线性自动控制系统有一定的参考价值。

全书共分八章。第一章概述了反馈理论。第二至第八章介绍了提高系统的灵敏度和稳定性、减小噪声和失真以及保持系统最优性等方面的许多新近发展成果。各章中所依据的许多结论，皆引自新近出版的杂志。书中列举的一些典型系统的数学模型有一定的普遍意义。

本书可供从事自动控制专业的科技人员、大专院校师生参考。

FEEDBACK SYSTEMS
Jose B. Cruz, Jr.
McGraw-Hill Book Company 1972

*

反馈系统

〔美〕小B. C. 乔斯等 编
方辉煜 祝楚恒 译
华 共 校

*

国防工业出版社 出版
北京市书刊出版业营业许可証出字第074号
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张 10 1/2 267千字
1976年7月第一版 1976年7月第一次印刷 印数：00,001—14,000
统一书号：15034·1469 定价：1.30元

出版者的话

随着现代科学技术的蓬勃发展，自动化技术越来越显示出它的生命力。反馈理论是自动控制方面重要的理论，它对于精密调节、稳定和减小噪声及失真的控制系统的设计和分析起着重要的作用。反馈的引入改进了系统结构的性质，而这些改进又有助于系统的分析和设计。例如，反馈提供了满足参数容许的技术要求的可能性，利用参数嵌入法能够简化设计计算，保持控制系统最优性以及使系统适应于外界条件的变化。特别是象卡尔曼的统计预测和滤波等新近理论的出现，使人们能够采用比古典的频域法更为有效的时域法来设计和分析系统。最近一个时期，利用与状态线性相关的测量数据估计线性系统状态的问题，得到了很大的重视，卡尔曼滤波方法给出了这一问题的无偏的最小方差估计。同时，诸如对系统的最优控制，系统的可控性、可测性和稳定性等方面的研究，更促使卡尔曼的方法得以广泛的研究和应用。

为了帮助读者了解古典的和新近的自动控制理论，以便在实际应用中参考，特组织翻译出版了此书。

本书共分八章。第一章阐述了为什么要用反馈并对反馈理论的全貌作了一般介绍。虽然其余各章是相对独立的，但是第一章对各章之间的相互联系仍作了说明。第二章至第八章，比较全面地介绍了在反馈系统的分析和设计方面的新近发展成果。第二章着重灵敏度分析，它是以后各章的基础。第三章讨论了非线性系统中反馈对信号失真的影响。第四章讨论了大线性系统的反馈设计，其中介绍了在有二次性能指标的大线性反馈系统设计中减少计算量的两种方法。第五章介绍最优控制系统的比较灵敏度问题，研究了对象参数变化对最优反馈系统性能的影响。第六章研究准

最优反馈控制，该章应用展开式得到反馈控制，虽然参数变化，仍能保持准最优性能。第七章介绍线性多回路反馈系统的理论，把布莱克、尼奎斯特、布莱克曼和博德理论推广到多回路线性反馈系统。第八章讨论泛函分析对含有未知对象的非线性控制系统的应用。

本书尽管理论性较强，但却列举了不少典型实例来加以说明，这些典型实例的数学模型具有一定的普遍意义。本书各章所依据的许多结论，皆引自新近发表的杂志，如果读者需要详细地研究，可以参看本书各章后所列的大量参考资料。

在译校时，对于原书中无视劳动人民的作用，过分强调资产阶级专家的个人发明权的地方作了适当删节。但为了使查证时有所标记，译文中仍保留了不少人名，相信读者能用批判的观点对待。尽管对所发现的原书错误已作了改正，但由于水平所限，书中仍可能有些缺点和错误，恳请读者批评指正。

目　录

第一章　系统中的反馈 …………………………………………………… 7

1.1　为什么要用反馈? …………………………………………………… 7

1.2　概述 ……………………………………………………………………19

第二章　灵敏度分析 ……………………………………………………26

2.1　比较灵敏度 ……………………………………………………………27

2.2　灵敏度降低准则 ………………………………………………………33

2.3　轨道灵敏度函数 ………………………………………………………40

2.4　一般系统的比较灵敏度 ………………………………………………60

2.5　有时变参数的系统 ……………………………………………………68

第三章　非线性系统中反馈对信号失真的影响 ………………………74

3.1　引言 ……………………………………………………………………74

3.2　单输入、单输出动态反馈系统中的非线性失真 ……………………83

3.3　多变量反馈系统中的非线性失真 ……………………………………95

3.4　失真和灵敏度的关系 ………………………………………………… 101

3.5　结束语 ………………………………………………………………… 105

第四章　大线性系统的反馈设计 ……………………………………… 107

4.1　引言 …………………………………………………………………… 107

4.2　近似定理 ……………………………………………………………… 108

4.3　耦合摄动方法 ………………………………………………………… 112

4.4　奇异摄动法 …………………………………………………………… 126

第五章　最优控制系统的比较灵敏度 ………………………………… 147

5.1　引言和摘要 …………………………………………………………… 147

5.2　技术准备和问题阐述 ………………………………………………… 150

5.3　最优系统的比较性能灵敏度 ………………………………………… 155

5.4　最优系统的比较轨道灵敏度 ………………………………………… 159

5.5　比较轨道灵敏度：一类最优系统 …………………………………… 165

5.6　比较轨道灵敏度：线性最优系统 …………………………………… 169

5.7　比较轨道灵敏度：饱和最优系统 …………………………………… 179

第六章　准最优反馈控制 ……………………………………………… 193

6.1　准最优控制的必要条件 ……………………………………………… 194

6.2　准最优控制的确定 …………………………………………………… 200

6.3 一类准最优控制的逼近性质 …… 226
6.4 含有参数估算器的最优灵敏度控制器 …… 242
6.5 结束语 …… 252
第七章 线性多回路反馈系统的理论 …… 254
7.1 引言 …… 254
7.2 基本系统和方程组$\mathscr{F}$ …… 255
7.3 求二口网络的传递和激励点函数 …… 256
7.4 基本流程图 …… 256
7.5 行列式 $\det F_{\mathscr{F}}(X_1)$、$\det\hat{F}_{\mathscr{F}}(X_1)$和$\det\bar{F}_{\mathscr{F}}(X_1)$ …… 259
7.6 布莱克曼方程的推广 …… 261
7.7 矩阵$F_{\mathscr{F}\mathscr{F}_0}$和$\hat{F}_{\mathscr{F}\mathscr{F}_0}$，以及由$\mathscr{F}$得到的"剩余方程组"的概念…… 264
7.8 关于$\det F_{\mathscr{F}\cdot\mathscr{R}}$和$\det\hat{F}_{\mathscr{F}\cdot\mathscr{R}}$的定理 …… 268
7.9 理论的某些简单应用 …… 273
第八章 泛函分析对含有未知对象的非线性控制系统的应用…… 283
8.1 引言 …… 283
8.2 数学基础 …… 283
8.3 迭代法 …… 295
8.4 对具有已知对象的控制问题的应用 …… 302
8.5 含有未知对象的自最优控制 …… 316
8.6 结束语 …… 333

反 馈 系 统

〔美〕小B.C.乔斯等 编
方辉煜 祝楚恒 译
华 共校

国防工业出版社

内容简介

本书系根据1972年出版的〔美〕小B.C.乔斯等编写的《反馈系统》(Feedback Systems)一书翻译而成。

本书对于了解古典的和现代的自动控制理论的全貌，以及应用反馈理论来设计和分析线性、非线性自动控制系统有一定的参考价值。

全书共分八章。第一章概述了反馈理论。第二至第八章介绍了提高系统的灵敏度和稳定性、减小噪声和失真以及保持系统最优性等方面的许多新近发展成果。各章中所依据的许多结论，皆引自新近出版的杂志。书中列举的一些典型系统的数学模型有一定的普遍意义。

本书可供从事自动控制专业的科技人员、大专院校师生参考。

FEEDBACK SYSTEMS
Jose B. Cruz, Jr.
McGraw-Hill Book Company 1972

*

反馈系统

〔美〕小B. C. 乔斯等 编

方辉煜 祝楚恒 译

华 共 校

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可证出字第074号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

$850\times1168^1/_{32}$ 印张 $10^1/_2$ 267千字

1976年7月第一版 1976年7月第一次印刷 印数：00,001—14,000

统一书号：15034·1469 定价：1.30元

出版者的话

随着现代科学技术的蓬勃发展，自动化技术越来越显示出它的生命力。反馈理论是自动控制方面重要的理论，它对于精密调节、稳定和减小噪声及失真的控制系统的设计和分析起着重要的作用。反馈的引入改进了系统结构的性质，而这些改进又有助于系统的分析和设计。例如，反馈提供了满足参数容许的技术要求的可能性，利用参数嵌入法能够简化设计计算，保持控制系统最优性以及使系统适应于外界条件的变化。特别是象卡尔曼的统计预测和滤波等新近理论的出现，使人们能够采用比古典的频域法更为有效的时域法来设计和分析系统。最近一个时期，利用与状态线性相关的测量数据估计线性系统状态的问题，得到了很大的重视，卡尔曼滤波方法给出了这一问题的无偏的最小方差 估 计。同时，诸如对系统的最优控制，系统的可控性、可测性和稳定性等方面的研究，更促使卡尔曼的方法得以广泛的研究和应用。

为了帮助读者了解古典的和新近的自动控制理论，以便在实际应用中参考，特组织翻译出版了此书。

本书共分八章。第一章阐述了为什么要用反馈并对反馈理论的全貌作了一般介绍。虽然其余各章是相对独立的，但是第一章对各章之间的相互联系仍作了说明。第二章至第八章，比较全面地介绍了在反馈系统的分析和设计方面的新近发展成果。第二章着重灵敏度分析，它是以后各章的基础。第三章讨论了非线性系统中反馈对信号失真的影响。第四章讨论了大线性系统的反馈设计，其中介绍了在有二次性能指标的大线性反馈系统设计中减少计算量的两种方法。第五章介绍最优控制系统的比较灵敏度问题，研究了对象参数变化对最优反馈系统性能的影响。第六章研究准

最优反馈控制，该章应用展开式得到反馈控制，虽然参数变化，仍能保持准最优性能。第七章介绍线性多回路反馈系统的理论，把布莱克、尼奎斯特、布莱克曼和博德理论推广到多回路线性反馈系统。第八章讨论泛函分析对含有未知对象的非线性控制系统的应用。

本书尽管理论性较强，但却列举了不少典型实例来加以说明，这些典型实例的数学模型具有一定的普遍意义。本书各章所依据的许多结论，皆引自新近发表的杂志，如果读者需要详细地研究，可以参看本书各章后所列的大量参考资料。

在译校时，对于原书中无视劳动人民的作用，过分强调资产阶级专家的个人发明权的地方作了适当删节。但为了使查证时有所标记，译文中仍保留了不少人名，相信读者能用批判的观点对待。尽管对所发现的原书错误已作了改正，但由于水平所限，书中仍可能有些缺点和错误，恳请读者批评指正。

目　录

第一章　系统中的反馈 …… 7
1.1　为什么要用反馈? …… 7
1.2　概述 …… 19
第二章　灵敏度分析 …… 26
2.1　比较灵敏度 …… 27
2.2　灵敏度降低准则 …… 33
2.3　轨道灵敏度函数 …… 40
2.4　一般系统的比较灵敏度 …… 60
2.5　有时变参数的系统 …… 68
第三章　非线性系统中反馈对信号失真的影响 …… 74
3.1　引言 …… 74
3.2　单输入、单输出动态反馈系统中的非线性失真 …… 83
3.3　多变量反馈系统中的非线性失真 …… 95
3.4　失真和灵敏度的关系 …… 101
3.5　结束语 …… 105
第四章　大线性系统的反馈设计 …… 107
4.1　引言 …… 107
4.2　近似定理 …… 108
4.3　耦合摄动方法 …… 112
4.4　奇异摄动法 …… 126
第五章　最优控制系统的比较灵敏度 …… 147
5.1　引言和摘要 …… 147
5.2　技术准备和问题阐述 …… 150
5.3　最优系统的比较性能灵敏度 …… 155
5.4　最优系统的比较轨道灵敏度 …… 159
5.5　比较轨道灵敏度：一类最优系统 …… 165
5.6　比较轨道灵敏度：线性最优系统 …… 169
5.7　比较轨道灵敏度：饱和最优系统 …… 179
第六章　准最优反馈控制 …… 193
6.1　准最优控制的必要条件 …… 194
6.2　准最优控制的确定 …… 200

6.3 一类准最优控制的逼近性质 …… 226
6.4 含有参数估算器的最优灵敏度控制器 …… 242
6.5 结束语 …… 252
第七章 线性多回路反馈系统的理论 …… 254
7.1 引言 …… 254
7.2 基本系统和方程组$\mathscr{F}$ …… 255
7.3 求二口网络的传递和激励点函数 …… 256
7.4 基本流程图 …… 256
7.5 行列式 $\det F_{\mathscr{F}}(X_1)$、$\det \hat{F}_{\mathscr{F}}(X_1)$和$\det \bar{F}_{\mathscr{F}}(X_1)$ …… 259
7.6 布莱克曼方程的推广 …… 261
7.7 矩阵$F_{\mathscr{F}\mathscr{F}_0}$和$\hat{F}_{\mathscr{F}\mathscr{F}_0}$，以及由$\mathscr{F}$得到的"剩余方程组"的概念…… 264
7.8 关于$\det F_{\mathscr{F}\cdot\mathscr{R}}$和$\det \hat{F}_{\mathscr{F}\cdot\mathscr{R}}$的定理 …… 268
7.9 理论的某些简单应用 …… 273
第八章 泛函分析对含有未知对象的非线性控制系统的应用…… 283
8.1 引言 …… 283
8.2 数学基础 …… 283
8.3 迭代法 …… 295
8.4 对具有已知对象的控制问题的应用 …… 302
8.5 含有未知对象的自最优控制 …… 316
8.6 结束语 …… 333

第一章　系统中的反馈

在精密调节、稳定和减小噪声及失真的系统设计中，由于成功且广泛地引入反馈，使反馈的重要性得到了充分的肯定。新的研究成果不仅加深了对反馈已知用途的理解，同时也引出了在系统设计中新的反馈概念。在 1.1 节中，讨论了反馈可能达到的主要目的，以此作为本书的概述。在 1.2 节中，简要介绍了以后各章的内容。

1.1　为什么要用反馈？

一个称为对象的受控系统，有一组输出，用矢量 y 表示；有一组输入，用矢量 u 表示。通常以一个外部输入矢量 r 表示所需要的输出，也是可行的。假设对象的输入 u 是从对 r 的运算得到的，则算子称为开环控制器，此系统叫做开环系统。图 1.1 示出开环系统的一般结构。若对象的输入 u 是从对 r 和 y 作运算得到的，则算子称之为反馈控制器，该系统被定义为反馈系统。图1.2示出反馈系统的一般结构。我们假定，输出是可以测量的。图1.2中用来感受输出的传感器，可看成是控制器的组成部分。

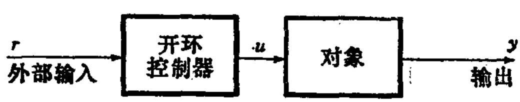

图1.1　开环系统

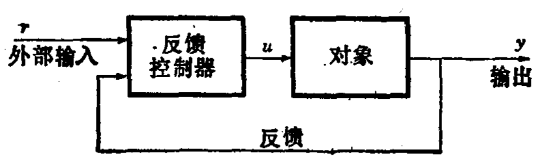

图1.2　反馈系统

本书所讨论的动力学系统的类型是以常微分方程形式描述的。这样的系统称为集中的时间连续动力学系统。反馈的基本概念也同样适用于离散的时间系统和分布系统，但为了使反馈主要论题的介绍简化，这些系统本书不作讨论。

系统中应用反馈未必能改进性能。事实上，如果对目的没有清楚的了解，则可能使它引起的问题较之它解决的问题要多。了解和评定所涉及的折衷办法，可以使我们知道其潜在的好处是什么。下面列举采用反馈可能达到的目的。

1.1.1 使不稳定系统得到稳定

反馈的主要目的之一是使不稳定系统得到稳定。在下述系统中，如火箭助推器系统，导航和制导的基准平台系统，宇宙飞船姿态系统，原子反应堆系统，机电浮动系统，受控的聚变，生物学系统中的受控发育过程，某些固体电子电路的偏压，如果不加上反馈，由于初始条件难以避免的误差以及用来确定开环控制的模型不精确，都会使这些系统变得无效。

为了说明应用反馈使一固有的不稳定系统达到稳定，研究图1.3中倒置的摆。这种摆是一根质量为m的杆，通过铰链支撑在一质量为M的车上。这里，杆的运动被约束在一个平面上，车的运动被约束在仅能沿水平面上的y方向。这种简单的机械系统已被广泛地研究，因为它是许多重要的宇宙空间应用[1~3]的一个简化模型。应用牛顿定律，便有：

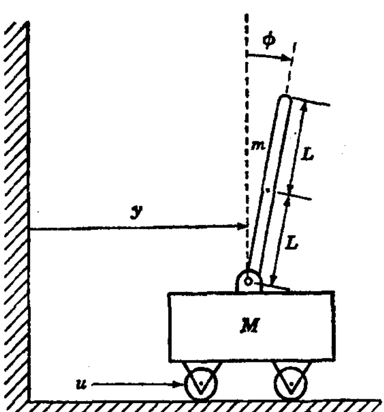

图1.3 倒置的摆，一固有的不稳定系统能以反馈方法使之稳定

$$\frac{Id^2\varphi}{dt^2}=VL\sin\varphi-HL\cos\varphi$$

$$\frac{md^2}{dt^2}(L\cos\varphi) = -mg + V$$

$$\frac{md^2}{dt^2}(y + L\sin\varphi) = H$$

$$\frac{Md^2y}{dt^2} = u - H$$

式中，$I=\frac{1}{3}mL^2$ 是杆对其重心的转动惯量；L 是杆长的一半；V 是车作用到杆上方向朝上的垂直力；H 是车作用到杆上方向朝右的水平力。当车静止时，杆处于垂直位置，力 u 为零，因此，系统处于平衡状态。这个平衡位置是不稳定的，这意味着，在该位置上若有任何初始摄动，不管它如何小，杆都会倒下。

现在我们研究一下，由于加上控制力 u 所引起的 φ 的小量运动。取近似值 $\sin\varphi\approx\varphi$ 和 $\cos\varphi\approx 1$，便有：

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + b_2u$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = a_{41}x_1 + b_4u$$

或者

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{pmatrix} u = Ax + Bu \quad (1.1)$$

式中，$x_1=\varphi$；$x_2=\dot{\varphi}$；$x_3=y$；$x_4=\dot{y}$；$a_{21}=3g(m+M)/L(m+4M)$；$a_{41}=-3mg/(m+4M)$；$b_2=-3/L(m+4M)$；$b_4=4/(m+4M)$；x 是一个四维矢量，它的分量为 x_1、x_2、x_3 和 x_4。假设对于初始状态有一个小的但是未知的摄动，并假设 u 是一开环控制，当 A 的所有特征值有负实数部分时，平衡点是渐近稳定的。当 A 至少有一个特征值有正实数部分时，那它总是不稳定的。建立在线性化系统基础上的这种稳定性法则是李雅普诺夫

(Lyapunov)第一方法（例如参阅参考资料〔4〕对这一点的论述)。A的特征值是下式的根：

$$\det(sI-A)=s^2(s^2-a_{21})=0 \tag{1.2}$$

由于 a_{21} 是正的，因而有一个正的实数特征值。因此，该开环系统的平衡点是不稳定的。

假设控制输入量 u 为 x_1、x_2、x_3 和 x_4 的线性组合：

$$u=k_1x_1+k_2x_2+k_3x_3+k_4x_4 \tag{1.3}$$

式中，k_1、k_2、k_3、k_4都是常数，则 u 被称为线性状态反馈控制，式（1.1）变为：

$$\dot{x}=Ax+B[k_1\quad k_2\quad k_3\quad k_4]x=(A+BK)x \tag{1.4}$$

当$A+BK$ 的所有特征值，即下式

$$\begin{aligned}\det(sI-A-BK)&=s^4-(b_2k_2+b_4k_4)s^3-(b_4k_3+a_{21}\\&+b_2k_1)s^2-(b_2a_{41}k_4-b_4a_{21}k_4)s-(b_2a_{41}k_3-b_4a_{21}k_3)\\&=0\end{aligned} \tag{1.5}$$

的所有的根有负实数部分时，具有状态反馈的线性化系统总是渐近稳定的。显然对于任何给定的一组 a_{21}、a_{41}、b_2 和 b_4 的值，可以选择反馈系数 k_3、k_4、k_1 和 k_2 使得式（1.5）中特征方程的系数为任何所要求的值。因此，只要复特征值以共轭对出现，不仅可以使特征值有负实数部分，也可以使特征值为任何值。于是，在这个例子中，对使初始状态偏离平衡位置的任何任意的充分小的摄动，当时间趋向无穷大时，运动总会趋向平衡点，在这种意义上，线性状态反馈总能使系统稳定。

以上例子说明了用于如下非线性非时变系统的李雅普诺夫第一方法：

$$\dot{x}=f(x,u) \tag{1.6}$$

这里，$f(0,0)=0$；x是n维；u是m维；f及$\partial f/\partial x$在原点的某邻域内都是连续的。在$x=0$和$u=0$时求得的$\partial f/\partial x$的值用A表示：

$$A=\frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_{\substack{x=0\\u=0}} \tag{1.7}$$

请注意，A是一个$n\times n$常数矩阵。假设u作为一开环控制，若A的所有特征值有负实数部分，平衡点$x=0$是渐近稳定的；若A至少有一个具有正实数部分的特征值，平衡点是不稳定的[4,5]。此外，假设有一反馈控制$u=\varphi(x)$（这里，$\varphi(0)=0$，$\partial f/\partial u$，φ和$\partial\varphi/\partial x$在原点的某一邻域内都是连续的），那么，当$A+BK$的所有特征值都有负实数部分时，非线性系统的平衡点是渐近稳定的[5]。B和K都是常数矩阵，它们分别定义为

$$B=\frac{\partial f}{\partial u}\bigg|_{\substack{x=0\\u=0}} \tag{1.8}$$

$$K=\frac{\partial \varphi}{\partial x}\bigg|_{x=0} \tag{1.9}$$

假设有这样一个反馈控制$u=\varphi(x)$，使$A+BK$的所有特征值有负实数部分，我们说这个非线性系统（1.6）是可稳定的。对于围绕平衡点的微小运动，（1.6）可用下面的线性化系统近似地表示：

$$\dot{x}=Ax+Bu \tag{1.10}$$

假设式(1.10)的线性化系统是可控的[6]，那么，总可以选择矩阵K，以得到$A+BK$的任何要求的特征值的集[6~8]。因此，线性化系统的可控性，保证（1.6）是可稳定的。

并非一线性系统的所有状态变量都可直接测得。但只要线性化系统是可控的和可观测的[6]，就可通过一个观测器[7]用反馈使系统稳定，这个观测器的输入包括能够测得的状态变量和对象输入。

假定p维输出y用下式表示：

$$y=g(x) \tag{1.11}$$

此时，在$x=0$和$g(0)=0$的某一邻域内，g和$\partial g/\partial x$都是连续的。因此，线性化输出为

$$y=Cx$$