

振 动

上 册

Б. В. 布尔加可夫

科 学 出 版 社

振 动

上 册

Б. В. 布尔加可夫 著

王 君 健 译

科 学 出 版 社

1964

Б. В. Булгаков

КОЛЕБАНИЯ

Гостехиздат

1954

內 容 簡 介

本书总结了作者在振动理论方面的研究成果。原书分为三部分：第一部分包括矩阵运算和运算微积分基础，以及分析动力学的某些知识；第二部分讨论单自由度系统的自由振动和受迫振动，其中侧重于非线性系统；第三部分叙述了多自由度线性系统的固有振动和受迫振动，无源系统，可调整的线性系统，具有周期性系数的线性系统，多自由度的非线性系统。由于书中采用了符号运算，而使得问题的阐述十分简洁。

中译本分上、下册出版。本书为上册，包括原书的第一、二部分。

本书可供力学等方面的研究人员、工程技术人员以及高等院校力学专业的师生参考。

2P57/10

振 动

上 册

Б. В. Булгаков 著

王君健 译

*

科学出版社出版 (北京朝阳门大街117号)

北京市书刊出版业营业许可出字第061号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总经销

*

1964年6月第一版

书号：2979 字数：325,000

1964年6月第一次印刷

开本：850×1168 1/32

(京)0001—6,700

印张：12 1/2

*

定价：[科七] 2.10元

原出版者的話

保里斯·符拉基米羅維奇·布尔加可夫 (Б. В. Булгаков) 是力学領域中的一个杰出的苏联学者。他誕生于 1900 年 8 月 6 日。1928 年，毕业于以罗蒙諾索夫命名的国立莫斯科大学的数理系。从 1928 年起至 1952 年 4 月 29 日逝世为止，布尔加可夫一直就在国立莫斯科大学从事教学和科学研究工作。

在莫斯科大学，布尔加可夫担任数学力学系的教授和教研室主任的职务。在这些年月里，他讲授过理論力学，应用力学，回轉仪理論，振动理論等課程。

在一般力学，振动理論，彈性理論的这些方面，有許多出色的成就是属于布尔加可夫的。

1946 年，布尔加可夫当选为苏联科学院的通訊院士。

布尔加可夫用了他一生中最后六年的时间，将他自己的大量研究成果，总結在“振动”这一书中。1949 年他写完了头两部分，并且作为书的第一卷而出版了。第三部分則是讲述有限个自由度系統的。布尔加可夫一直工作到死前的最后几天，可是沒有能完全写成。根据莫斯科大学数学力学系学术委员会的委託，Я. Н. 罗坦貝尔格教授整理了遺稿和完成了付印的准备工作。

本版将整个三部分合成一册出版。头两部分沒有变动（只是改正了一些已发现的錯排或疏忽的地方）；第三部分則是首次刊行。

本书的第一部分包括矩陣运算和运算微积基础；并且还叙述了分析动力学中与振动理論极为有关的某些問題。

在第二部分中，討論了一个自由度系統的自由振动和受迫振动，其中側重于非綫性系統。

第三部分的头两章（第七和第八章），則討論了多个自由度綫性系統的固有振动和受迫振动。除了对一般理論作了詳細的、別

具风格的叙述以外,同时也很留意于应用方面。特别是,振动衰减速度问题,在任意变动的外力下的扰动累积问题,以及电路理论问题(第八章 I 部分)。

第九章阐述无源系统,即不含有能源的系统。在 A 部分中讲的是线性保守系统的理论;而在 B 和 B 部分中则讨论了合成的无源二端网络和四端网络问题,以及合成校正电路的问题。

第十章谈到了可调整的线性系统。

在第十一章中,讨论了具有周期系数的线性系统的理论问题。

第十二章的内容是多个自由度的非线性系统的振动理论。

在附录中刊出了本书作者的一篇文章的译稿。这篇文章,作者曾于 1940 年发表在《Compositio Mathematica》杂志上。这篇文章的内容直接关系到本书最后一章中所谈到的问题。

书末的文献目录并不想作到详尽无遗。其中,有些文献是作者直接采用过的;有的文献则是由于某些问题原来在本书中,或是在其他有关的书中只粗略地谈了一下,我们引进来能帮助读者对此作深入的探讨。

圆括弧中的数字是表示公式的编号;而方括弧则是文献目录的编号。这两种情形,也包括小节的编号,凡是用句点分开的第一个数字是指明章数的;然而,在一章中引用本章的节数和公式时,这个数字是不写出来的。

在第一和第二部分中,制表和画图所需要进行的计算,大部分都是 И. З. 皮罗可夫完成的;数理科学副博士 И. А. 巴拉也娃参加了本书第三部分的出版准备工作。

目 录

(上 册)

原出版者的話	ix
--------	----

第一部分

毗連的数学問題和一般力学問題

第一章 矩陣运算基础	3
------------	---

A. 基本定义

§ 1.1 矩陣, 秩	3
§ 1.2 矩陣的加法、減法和乘法	5
§ 1.3 单位矩陣	10
§ 1.4 复合矩陣, 块	12
§ 1.5 伴随矩陣和逆矩陣, 矩陣的除法	15
§ 1.6 矩陣的冪	22
§ 1.7 初等变换	25
§ 1.8 化矩陣为正則的形式	30
§ 1.9 关于两个矩陣乘积的秩的雪尔維斯特定理	31
§ 1.10 欧几里德和爱米特度量空間	32
§ 1.11 坐标变换	34
§ 1.12 反骨架	36
§ 1.13 綫性矢量函数, 相似矩陣	37
§ 1.14 矩陣单元	39
§ 1.15 矩陣的有理函数	40
§ 1.16 凱萊矩陣	41

B. 多項式矩陣

§ 1.17 多項式矩陣, 相抵性	47
§ 1.18 不变因式和初等因子	48

§ 1.19 相抵的多項式矩陣, 我們可以用乘以某些行列式為常數的 方陣的辦法來獲得.....	50
§ 1.20 塊狀多項式矩陣的變換.....	51
§ 1.21 多項式矩陣的乘法和除法.....	51
§ 1.22 三角形的多項式矩陣.....	55
§ 1.23 對角形的、准對角形的以及某些三角形的多項式矩陣的初 等因子.....	63
§ 1.24 一次多項式矩陣的正則形式和相抵性.....	66
§ 1.25 矩陣的微分.....	69
§ 1.26 本征值.....	70
§ 1.27 哈密爾頓-凱萊方程	75

B. 解析的矩陣函數

§ 1.28 矩陣級數和極限.....	78
§ 1.29 內插多項式.....	83
§ 1.30 矩陣多項式和矩陣冪級數的雪爾維斯特公式.....	88
§ 1.31 矩陣函數的解析開拓.....	92
§ 1.32 兩個係數為純量的冪級數相乘.....	93
§ 1.33 朗朗矩陣級數的雪爾維斯特公式.....	95
§ 1.34 純量多項式、冪級數和朗朗級數的本征值.....	96
§ 1.35 矩陣的有理分式函數.....	98
§ 1.36 矩陣函數的初等因子.....	99
§ 1.37 模列的性質	103
§ 1.38 矩陣的積分、矩陣串	105
第二章 運算微積基礎	108
§ 2.1 一般概念	108
§ 2.2 卡爾松變換	109
§ 2.3 單位的對應關係	111
§ 2.4 綫性性質	111
§ 2.5 原象的積分	112
§ 2.6 原象的微分	113
§ 2.7 綫性的微分表达式	114
§ 2.8 映象的微分	115

§ 2.9	延迟和超前定理	115
§ 2.10	原象的有限和与有限差	117
§ 2.11	位移定理	118
§ 2.12	关于参变量的积分	119
§ 2.13	关于参变量的微分	119
§ 2.14	映象的乘法	120
§ 2.15	相似定理	120
§ 2.16	原象的初始值	121
§ 2.17	原象的最终值	121
§ 2.18	某些最简单的函数的映象	121
§ 2.19	展开定理	127
§ 2.20	具有常系数的线性微分方程	128
§ 2.21	运算微积在纯量方程上的应用	132
§ 2.22	梯形函数	137
§ 2.23	梯形函数的有限和与有限差	138
§ 2.24	两梯形函数的映象相乘	139
§ 2.25	某几个梯形函数的映象	140
§ 2.26	常系数的线性差分方程	140
§ 2.27	收敛横标	143
§ 2.28	实变函数的谱表现	145
§ 2.29	根据映象求原象	147
§ 2.30	反演公式中积分的计算	149
§ 2.31	原象的相乘	152
§ 2.32	原象的平方和原象的乘积在区间 $(0, \infty)$ 中的积分	154
第三章	分析动力学的方程式	166
§ 3.1	力学系统的约束和虚位移	166
§ 3.2	约束的反作用和它们所作的功	168
§ 3.3	第一类拉格朗日方程和分析动力学的基本方程	169
§ 3.4	广义坐标	171
§ 3.5	第二类的拉格朗日方程	173
§ 3.6	几何说明	177
§ 3.7	二阶导数解出的拉格朗日方程	182
§ 3.8	拉格朗日方程推广到机电学系统上	185

§ 3.9 能量方程	186
§ 3.10 罗斯变换	188
§ 3.11 正则方程	190
§ 3.12 哈密尔顿的变分方程	192
§ 3.13 接触变换	193
§ 3.14 用母函数来表示的接触变换	195
§ 3.15 哈密尔顿-雅可比定理	197
§ 3.16 不明显地依赖于时间的哈密尔顿函数	198

第二部分

单个自由度的系统

第四章 问题的提出, 线性系统	203
-----------------------	-----

A. 运动方程式

§ 4.1 正则方程和相图	203
§ 4.2 固有振动	204
§ 4.3 线性系统	206
§ 4.4 一般问题之归结为积分方程	209

B. 具有常系数的线性系统

§ 4.5 作为线性滤波器的振动系统	212
§ 4.6 自动调整	213
§ 4.7 具有线性闭合规律的随动系统	214
§ 4.8 运动方程式的一般解	217
§ 4.9 平衡位置的稳定性	220
§ 4.10 瞬间扰动后振动的阻尼	222
§ 4.11 受迫振动	226
§ 4.12 根据稳定系数选择调整器参数	232

B. 具有常系数和时滞力的线性系统

§ 4.13 问题的提出	236
§ 4.14 运动方程的一般解	238

§ 4.15 本征方程式根的确定	243
§ 4.16 沒有原始阻尼力和回復力的系統	244
§ 4.17 无外加阻尼的系統	247
第五章 非綫性系統的固有振動	252

A. 保守系統

§ 5.1 正則方程的积分	252
§ 5.2 运动的一般性質	253
§ 5.3 角变量和作用变量	258
§ 5.4 牛孔和林德斯切特方法	261

B. 散逸系統

§ 5.5 运动的一般性質	266
§ 5.6 庫倫摩擦力	267
§ 5.7 庫倫摩擦力和綫性摩擦力同时存在	274
§ 5.8 有自由程的陀螺导向仪	276
§ 5.9 庫倫摩擦力和二次摩擦力同时存在	279

B. 自振系統

§ 5.10 一般說明	287
§ 5.11 钟	287
§ 5.12 定常振幅的图解法和穩定性的判定	297
§ 5.13 电子管振蕩器	299
§ 5.14 具有間隙的随动系統	302
§ 5.15 蒸汽机	311

Г. 波恩加萊方法

§ 5.16 含有小参数的固有振動方程的周期解	315
§ 5.17 接近于綫性系統的系統	317
§ 5.18 一次近似	320
§ 5.19 二次和高次近似	321
§ 5.20 綫性化頻率	325

§ 5.21	在保守系統中的应用	326
§ 5.22	在电子管振蕩器中的应用	329
§ 5.23	运动方程的右边部分明显地依赖于時間的情形	333
§ 5.24	在蒸汽机中的应用, 飞輪計算	334

II. 均 值 法

§ 5.25	基本思想	342
§ 5.26	縮短方程	343
§ 5.27	綫性近似的選擇	346
§ 5.28	定态	347
§ 5.29	在保守系統中的应用	350
§ 5.30	具有非綫性位定力和粘滯阻力的系統	355
§ 5.31	电子管振蕩器中的过渡过程	357
第六章	非綫性系統的受迫振動	361
§ 6.1	問題的提法和縮短方程的获得	361
§ 6.2	具有扰动力頻率的定常振動及其稳定性	364
§ 6.3	具有非綫性回復力的系統	368
§ 6.4	具有非綫性回復力和粘滯阻力的系統	378
参考文献		382

第一部分

毗連的数学問題 和 一般力学問題

第一章 矩陣运算基础

A. 基本定义

§1.1 矩陣. 秩 矩陣論乃是古典代数的基本內容之一。然而,只是在最近的十多年当中,它才在物理和技术的科学上得到了广泛的应用。矩陣論的独特之点乃是由于采用某种特有的符号来进行运算,这在对变量系統作綫性变换时,和在求解綫性代数方程組、微分方程組、积分方程組和有限差分方程組时,能够使得方法系統化,計算簡單化。

若一些复数,特別是一些实数,构成了一个长方形的表格,則这些数的全体称为一个矩陣。在記法上,我們是在表格的左右两边各加上两根直綫,即

$$a = \left\| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{array} \right\| . \quad (1.1)$$

数 a_{jk} 称为矩陣的元素。它的第一个附标是指明行的序数,而第二个則是指明列的序数。上面写出的那个矩陣,是由 m 行和 n 列組成的。它还可以被簡写成:

$$a = \| a_{jk} \| \quad (m \times n), \quad (1.2)$$

并且,我們就說,这个矩陣是 $m \times n$ 型的。

当 $n=1$ 时,即得到单列矩陣

$$v = \left\| \begin{array}{c} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{array} \right\|, \quad (1.3)$$

当 $m=1$ 时,則得到单行矩陣

$$w = \| w_1 \cdots w_n \| . \quad (1.4)$$

当 $m=n$ 时, 就是 n 阶方阵. 若矩阵不是正方形的, 或者不一定是正方形的, 而此时又想要强调这一情形, 那我们可以称它是长方形的. 特别说来, 当 $m>n$ 时, 矩阵乃是立式的; 而当 $m<n$ 时, 它就是卧式. 为了与矩阵区别开来, 我们将复数(特别是实数)称为纯量; 不过, 它们也可以被看作是 1×1 型的矩阵.

由矩阵 a 中的 u 个行和 v 个列的元素组成的表

$$a \begin{bmatrix} j_1 & \cdots & j_u \\ k_1 & \cdots & k_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{j_1 k_1} & \cdots & a_{j_1 k_v} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{j_u k_1} & \cdots & a_{j_u k_v} \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

我们称作 a 的子阵. 显然, $u \leq m, v \leq n$. 如果 $u=v$, 也就是说, 如果子阵是正方形的, 那末, 它的行列式

$$a \begin{pmatrix} j_1 & \cdots & j_u \\ k_1 & \cdots & k_u \end{pmatrix} = \det a \begin{bmatrix} j_1 & \cdots & j_u \\ k_1 & \cdots & k_u \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a_{j_1 k_1} & \cdots & a_{j_1 k_u} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{j_u k_1} & \cdots & a_{j_u k_u} \end{vmatrix} \quad (1.6)$$

就称之为矩阵 a 的 u 阶子式.

我们说矩阵具有秩 r 是指: 在矩阵的 r 阶子式中, 至少有一个要异于零, 而所有高于 r 阶的子式, 则都等于零. m, n 中的最小数与秩的差称为阙. 如果阙等于零, 那么, 这个矩阵的秩就是这一类型矩阵所能具有的最大秩.

与方阵同阶的子式只有一个, 这个子式也就是方阵的行列式

$$\Delta = \det a = |a_{jk}|. \quad (1.7)$$

如果它等于零, 这个矩阵就称为奇异的. 反之, 就称为非奇异的. 非奇异方阵的秩就等于方阵的阶, 而阙则等于零.

我们说矩阵等于零是指: 当且仅当对于一切的 j 和 k 来说, $a_{jk}=0$ 都成立. 这一事实通常表示为:

$$a=0. \quad (1.8)$$

设若除了 a 以外, 还有另一个矩阵

$$b = \|b_{jk}\| \quad (p \times q). \quad (1.9)$$

我们说矩阵 a 和 b 相等是指: 当且仅当两个矩阵是同一类型的 ($m=p, n=q$), 并且, 对于所有的 j 和 k , 都有 $a_{jk}=b_{jk}$. 这一事实就写成

$$a=b. \quad (1.10)$$

如果我們將矩陣 a 的行變換成列,而將它的列變換為行,則這樣得到的一個新的矩陣,我們就稱為矩陣 a 的轉置矩陣,並且用符號 a^T 來表示。因此

$$a_{jk}^T = a_{ki}. \quad (1.11)$$

特別是,單行矩陣的轉置矩陣就是單列矩陣;而單列矩陣轉置後,則變為單行矩陣。如果有一個方陣 a ,它恆等於自己的轉置矩陣,亦即是 $a=a^T$,或是

$$a_{jk} = a_{kj}, \quad (1.12)$$

則這樣的矩陣就稱為是對稱的矩陣。

一個矩陣,如果它的元素是與 a_{jk} 共軛的複數 $\bar{a}_{jk}$,則這樣的矩陣用 $\bar{a}$ 來表示。

如果對於矩陣 a^* 的元素來說,它們存在着關係

$$a_{jk}^* = \bar{a}_{kj}, \quad (1.13)$$

則稱 $a^* = \bar{a}^T$ 是 a 的愛米特共軛矩陣。若對於方陣 a 來說,有 $a=a^*$,即

$$a_{jk} = \bar{a}_{kj}, \quad (1.14)$$

則稱它是愛米特矩陣。如果所有的元素 a_{jk} 都是實數,那末,愛米特矩陣就和轉置矩陣相同,而愛米特矩陣的定義也就與對稱矩陣的定義相互一致了。

§ 1.2 矩陣的加法、減法和乘法 矩陣 $c = \|c_{jk}\|$ 稱為兩個同一類型 $m \times n$ 的矩陣 a, b 的和,如果對於所有的 j 和 k ,都有 $c_{jk} = a_{jk} + b_{jk}$ 。此時,我們把這一事實記作

$$c = a + b. \quad (1.15)$$

如果 $b_{jk} = sa_{jk}$,我們就說,矩陣 b 是矩陣 a 乘以純量 s 的乘積。通常記作

$$b = sa. \quad (1.16)$$

若 $s = -1$,則記作

$$(-1)a = -a. \quad (1.17)$$

矩陣的加法,以及矩陣乘以純量的乘法,都遵從於交換律、結

合律和分配律。这就是說，若我們用 a, b, c 来表示三个矩陣，用 s, t 来表示純量，則有

$$a+b=b+a, \quad (1.18)$$

$$a+(b+c)=(a+b)+c, \quad (1.19)$$

$$sa=as, \quad (1.20)$$

$$s(ta)=(st)a, \quad (1.21)$$

$$s(a+b)=sa+sb, \quad (s+t)a=sa+ta. \quad (1.22)$$

我們用下列等式来定义減法：

$$a-b=a+(-1)b. \quad (1.23)$$

設 a 和 b ，如上所述，已由 (2)，(9) 定义了，并且假設： $n=p$ ，則我們称这两个矩陣在采取这里所說到的順序时是可乘的。它的乘积是 $m \times q$ 型的矩陣 $c=\|c_{jk}\|$ ，其元素則为

$$c_{jk}=\sum_{i=1}^n a_{ji}b_{ik}. \quad (1.24)$$

換句話說， c_{jk} 乃是第一个矩陣中第 j 行的元素，分別乘以第二个矩陣中第 k 列上相应的元素的和。通常記作

$$c=ab. \quad (1.25)$$

若矩陣 a, b 相乘，則只有当它們分別是 $m \times n$ 和 $n \times m$ 型的时候，乘法才能采取任意的順序来进行。例如，同一个阶的方陣都滿足这个条件。

两个矩陣，即使它們之中无一为零，它們的乘积也有可能等于零。例如：

$$\begin{vmatrix} g & 0 \\ h & 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ s & t \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

然而，若 b 是臥式的，或是正方形的矩陣，且躺又等于零，那末，借助于有关綫性齐次方程組中的定理，我們就不难証明：由 $ab=0$ ，必然会推得 $a=0$ 。这一事实与数中所存在的情形相类似。同理，如果 a 是立式的，或是正方形的矩陣，且躺为零，則由 $ab=0$ 就推得出 $b=0$ 。若是我們能够找到一个不为零的矩陣 b ，使得有 $ab=0$ ，或是 $ba=0$ ，則 a 就被称为零因子。