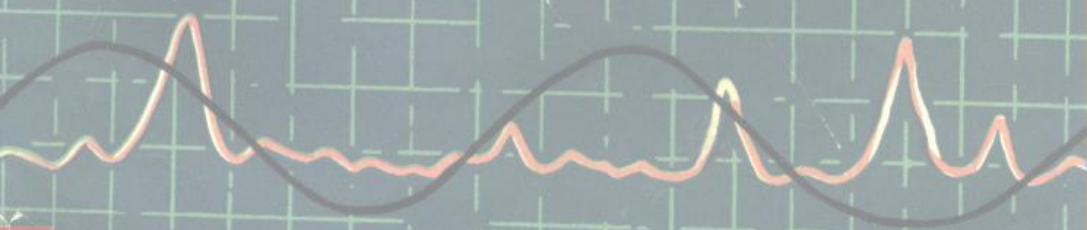


随机振动入门

庄表中



科学出版社

52.24059
615

随机振动入门

庄表中



科学出版社

1981

DS92/14

内 容 简 介

随机振动是一门新兴学科，并受到工程界的极大重视。本书用通俗的语言和浅显易懂的实例，深入浅出地介绍了随机振动的基本知识和研究方法，并概括地讲述了随机振动的研究动态和应用情况。该书是入门性的通俗科技读物。

本书可供汽车、农机、机械、坦克、自动化、仪表、地质、建筑机械、桥梁、船舶、航天等专业的科技人员和有关院校师生参考阅读。

随 机 振 动 人 门

庄 表 中

责任编辑 徐一帆

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981 年 7 月 第 一 版 开本：787×1092 1/32

1981 年 7 月 第一次印刷 印张：2 3/4

印数：0001—8,800 字数：51,000

统一书号：13031·1624

本社书号：2225·13—2

定 价： 0.38 元

前 言

振动是常见的物理现象，但在实际振动中有很多是不规则的振动，要用概率和统计的方法才能描述其规律，这种带有不确定性数据的振动称为随机振动。例如车辆因路面的高低不平、飞行器因大气湍流、地面上的结构物因地震、切削刀具和刀架因工件软硬不均等等都会产生随机振动。

严格说来，所有振动都是随机的。只有在略去非确定性的参数之后才把它看作是有规则的振动，这时它可以用简单函数或这些函数的组合来描述。对这类振动的研究已有二百多年的历史，并建立了一套完整的振动理论和测试分析方法。然而，对随机振动的研究却只有三十多年的历史，且在近期才取得了丰硕成果，并将其用于许多重要的工程设计和诊断分析中。例如，利用随机振动理论指导设计，可使因火箭发动机所造成的强烈振动的环境下座舱内工作人员和仪表正常工作；可使高速行驶的车辆中的乘客，仍然安全舒适；可使遭受飓风和地震的建筑物减少损坏等等。还有不少随机振动问题有待于深入研究和解决，因而这门学科具有宽广的前途和丰富的内容。

为了普及随机振动的基本知识，推广其在各个领域中的应用，本书力求通俗易懂地介绍随机振动的基本概念和方法。

但由于仓卒成书、限于水平,内容叙述中必有不少缺点和疏忽之处,恳请读者指正。

本书由申仲翰同志审阅,对此表示感谢。

浙江大学 庄表中

1981年

目 录

一、振动的分类·····	1
二、产生随机振动的原因·····	7
三、什么叫概率? ·····	11
四、随机过程的描述和采样·····	16
五、怎样描述随机振动的幅值·····	21
六、相关与相关函数·····	33
七、随机振动的功率谱分析法·····	50
八、单输入、单输出线性系统的随机振动问题·····	57
九、多输入、多输出线性系统的随机振动问题·····	68
十、随机振动的危害与研究近况·····	77
参考文献·····	82

一、振动的分类

振动现象可区分为两大类。一类为规则振动，也就是可以用时间的确定函数来描述它的振动。例如，一个用弹簧悬挂在固定顶板上的刚体（见图 1）。设 m 为刚体的质量（假定刚体是非弹性的）， k 为弹簧刚度系数（假设此弹簧质量可以忽略不计）。当外力给此弹簧——质量系统一个初位移或初速度时，整个系统则由于存在着惯性和恢复力而产生自由振动（假设没有阻尼）。它可以用正弦函数或余弦函数来表示：

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

式中， $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 是圆频率， A 是振幅， φ 是初相位。只要知

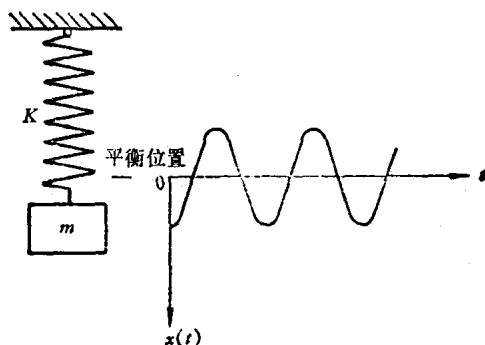


图 1

1109552

道这三个要素，对应于任一瞬时 t 的 x 值都是确定的。由上式导出的速度、加速度、应变、应力等参数也是确定的。

对于比这个例子稍复杂一些的周期振动，可以由一系列简谐振动的线性组合来表示。更复杂的振动（两个或几个任意频率正弦波的合成）称为非周期的。上述这些都属于规则振动，人类最早探讨的振动也就是这一类振动（如自由振动，受迫振动，自激振动与参变振动等），从十八世纪末确立微振理论算起，到现在已有近二百年的历史了。

另一类振动称为随机振动。这正是本书所要介绍的。

1. 随机是什么意思？

中国有句成语“随机应变”，前两个字的意思是随着时机或情况的变化，后两个字的意思是灵活应付。所以，随机就是指时机和情况是多变的或事先不能肯定的。也就是说，它可能是这样，也可能是那样等等。例如盲人走路，他对旅途的情况是未知的，所以要用手杖借助于触觉和听觉来探索前进道路上的各种情况。用科学的语言便是用随机方法进行系统识别。如果用手杖探索到前面的道路的信息是台阶或高坡，盲人前进时就会往上提脚；如果探索到的道路信息是低坑，盲人就要进一步探明坑的深度、宽度以及是否有水等，以便决定慢步低行，还是绕道而走，等等。每个应变措施都是为了避免与障碍物碰撞和跌跤。这个例子说明，对盲人来说，前进道路是随机的，只有利用手杖对不可捉摸的道路（它的各种凹凸不平

的情况)不断进行测试,才能及时准确地获得输入信息,然后由大脑发出行动指令,比如调节行走的速度,改变跨步的姿态,调整行走的轨迹等等,以保证输出响应是安全的和最优的。也就是说,使盲人平安而又最快地完成旅行任务。

2. 什么叫随机振动呢?

不言而喻,对于一个振动系统,它的输入又称振源或激励,系统所产生的振动也称为对这个输入的响应(或输出)。当响应是随机的,这种振动称为随机振动。

随机振动在实际中是经常碰到的。例如:当一个飞行员驾驶一架飞机,飞行在某一条航线上时,可测得并绘出使飞机发生振动的各物理参数与时间之间的关系图,如图2(a)、(b)、(c)所示。但该飞行员驾驶同一架飞机,在同样的气候、温度下在同一条航线上做第二次飞行,并进行同样的测绘所得到的图线定与图2有所不同。又如,同一地基上的地震仪,即使遭受相同震级的地震,屡次测得的振动图线也是不相同的。就是说,在相同条件下,不可能有完全相同的振动。再如,兵舰或船舶承受着复杂的载荷(如主机干扰力、螺旋桨脉动压力、波浪及爆炸冲击波等等),如果对各振动物理量进行测定(无论是对整体还是对局部零件),它们都是不规则的,且每次测定结果皆不是前一次结果的重复。上述这些问题中各振动物理量都是随机的,所以是随机振动。

随机振动与规则振动的本质区别就在于,随机振动一般

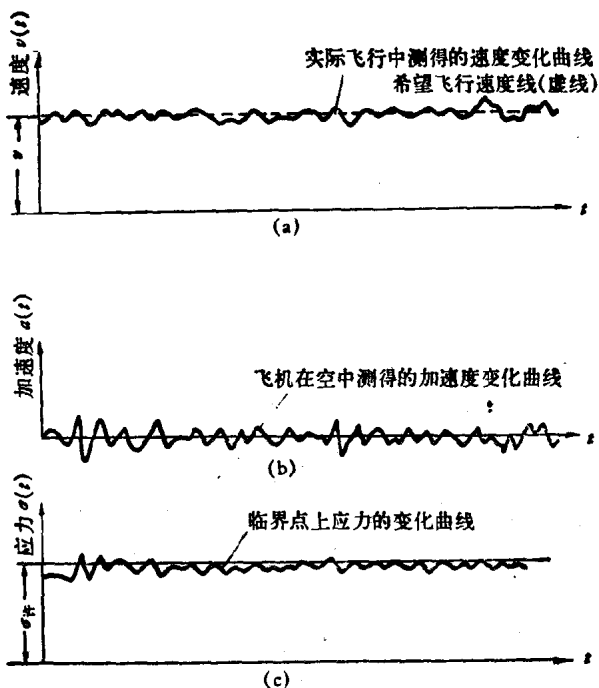


图 2

指的不是单个的振动现象，而是着眼于大量的振动现象。在这大量的振动现象的集合中，就单个现象来看似乎是杂乱的、无规则的，但从总体来看，它们之间却存在着一定的统计规律性。因此，它的规律虽然不能用时间的确定函数来描述，但却能用概率论和统计动力学的方法来描述。

但必需注意，切不可把复杂波形误认为一定是随机振动；反过来，受概率支配而产生的振动波形，即使是简单波形，它也是随机振动。例如图 3 的钢结构桥，它上面驶过一辆汽车。

这时,有一个以频率为 ω_1 的干扰力作用在桥上。如果在桥的某一点上用电阻应变片及应变仪测量应力的波形可表示为图 3(a)。若换一辆压路机行驶在同一个桥上,则桥受到一个以频率为 ω_2 的干扰力作用。这时,从钢桥的同样的测点上所获得的应力波形可表示为图 3(b)。当然,钢桥还可以受到其它各种不同频率的干扰力。因此,从测点上得到的应力变化的图线将是一个组合波形。由此可见,桥梁振动的振动波动并不复杂,但它的物理参数是时间的随机函数。所以,桥梁振动也属于随机振动。

有时,也可把一个正弦波看成是随机过程(下一节叙述的母集合体 $\{x_i(t)\}$) 的样本函数,其中每个样本函数 $x_i(t)$ 的初相角 α_i 是一个随机变量,或时间 t_0 是随机变量。

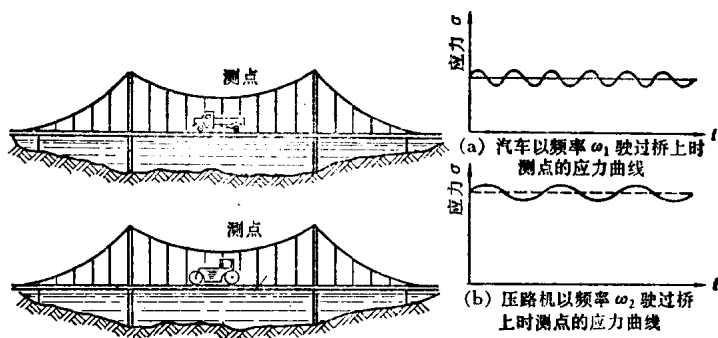


图 3

对于波形不变的振动,无论波形怎样复杂,只要每次所得到的特性都是一样的,它就不能称为随机振动。因为随机是概率的意思,而不是复杂的意思。所以,不能以波形的复杂还

是简单来区别它是随机振动还是非随机振动。

总之,随机振动不同于一般的自由振动和受迫振动,其特点可以归纳如下:

(1) 随机振动没有固定的周期,即不能用简单函数的线性组合来表述其运动规律。

(2) 对于确定的时间 t ,振动的三要素(振幅、频率、相位角)不可能事先知道,且它们本身也是随机的。

(3) 在相同条件下,进行一系列的测试,各次记录结果不可能一样。

随着电子计算机的应用及数学计算技术的发展,为随机振动的数据处理提供了方便,因而有关随机数据的分析方法得到越来越广泛的应用(如已在海洋学、气象学、地震学、无线电通讯、生物医学、核变过程等领域中得到应用)。掌握随机振动的理论和分析方法就可以对这类问题进行深入地探讨和灵活对待,以保证设计既安全可靠又最经济合理。

二、产生随机振动的原因

产生振动的原因有内因和外因：内因是系统本身的结构（包括质量、弹性、阻尼等），在受到外界的激励后会发生振动；外因是系统以外的物体对系统有激励作用（如初位移、初速度、冲击、周期性干扰力或随机干扰力等）。该系统可以是规则的，也可以是随机的。如果结构（如图4，表示随机阻尼力的情形）和干扰（如图5，表示随机干扰力的情形）中只要有一

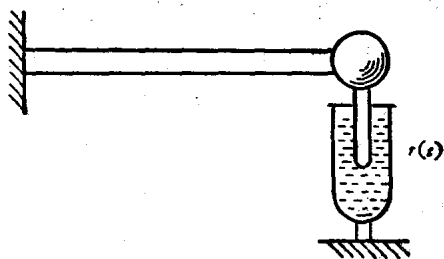


图 4

个是随机的，该系统的振动必定是随机振动。如果二者都是随机的，则它将是更复杂的随机振动。

常见的随机干扰，其产生原因有下列四种^[4]：

(1) 固体的接触表面凹凸不平：例如路面（公路、水泥路、柏油路、田地、海底、河床…）高低不平，其标高就是随机变化的。车辆在这种路面上行驶时，就会受到随机激励而产生

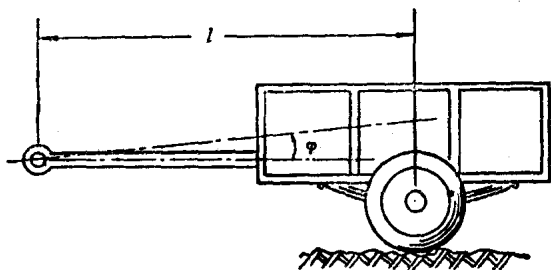


图 5

随机振动。由于齿轮加工时不可能完全精确，所以齿轮表面不可避免会有凹凸不平的斑点，而且各齿数的轮廓面形状以及齿厚、间隙等等都不可能是理想的，因此齿轮在互相接触时的作用力是随机的，所产生的振动也必然是随机的。又如滚动轴承在制造过程中也不可能达到理想要求（滚珠或滚子不可能保证绝对圆，大小不可能绝对一样，槽边的形状和大小也不可能绝对均匀一致等等），这些随机因素会使滚动轴承在工作时产生随机振动。金属工件的切削加工也是如此，由于工件表面高低不平或材料软硬不均，都会使刀具或刀架产生随机振动。总之，机械方面的随机振动大多是由上述这样的随机干扰因素所引起的。

(2) 流体对固体表面的作用：不少结构物是处于某种流体之内的，如舰船、飞行器、堤坝、码头、超高建筑物等。也有不少结构物(或机器)里面有流体，如鼓风机、压缩机、燃气轮机，机器的某些润滑装置，以及管道、喷管等等。当流体与所接触的固体表面间有相对运动，而且其相对速度的平均值与

流体粘度之比较大时,则固体表面附近的流体将处于湍流(亦称紊流)状态。这时,流体中各处的局部速度和压强都作紊流的随机变化^[2],因而使固体表面受到随机干扰。此外,当结构物受到水浪或阵风的冲击、推压时,也会形成低频的随机干扰。此外,流动的流体会对固体接触面产生有规律的周期干扰(如卡门旋涡的作用等^[3]),但这已不属随机振动的问题了。

(3) 由燃烧放热不均匀引起压力变化:在发动机燃烧室内,由于燃料与氧混合得不均匀使各处燃烧放热的快慢迟早不同,从而引起局部压力在空间和时间上作随机变化,产生噪声和机件的随机振动。喷气发动机在火箭发射时产生的噪声和随机振动,主要就是由这种原因引起的。在化工、石油、冶金企业中所使用的贮液容器多为金属壳体结构。容器内装有液体,或汽液混合物,或固体金属粉末,由于热交换或搅拌使贮液容器的压力在空间和时间上作随机变化,因而也会产生随机振动。

(4) 由撞击及地层的突骤运动:不规则的撞击会使机件产生随机振动。地层的突骤运动是产生地震的主要原因,而且地震是一种复杂的随机振动。波浪和阵风对结构物也是一种来源于大自然的随机干扰,它们使结构物产生相应的随机振动。

上面是讨论系统以外物体对系统的四类激励,下面所讨论的系统本身的特性参数随机地变动也能使系统发生振动,这种振动也属于随机振动。例如,在弦的振动问题中,如果张力随机地变动,则系统的恢复系数就可以看作是一个随机变

量。又如结构物的材料不匀,某种材料的机械性能是随着振动参数而变化的(如有机玻璃的弹性模量 E 是随着振动频率而显著变化的^[4])。构件接触面的凹凸不平和联结面间的松动间隙(如汽轮机叶片根部固接情况)所引起的阻尼是随机的、系统质量的变化也是随机的等等。这些都会使系统的特性发生随机变化,而且在外来干扰不是随机作用的情况下,也会使系统发生随机振动。例如地震在震源处向四面八方传播弹性波,由于地层、土壤的性质各处不同,传播介质的惯性和刚度参数将是随机变化的,其各处的局部数值使观察研究者无从预知,因而在地面上感受的地震成为复杂的随机振动。一般机器的振动除明显的确定性振动之外,常常还伴有微弱的随机振动,这都是由于机件材料不匀,接触表面有随机分布的凹凸不平以及各处的松动间隙不一致等因素所引起的。

三、什么叫概率？

上面说到随机是概率的意思，那么概率又是什么呢？

在数学中对未来事件可能出现的机率，称为概率或可能率。例如检验一箱加工好的零件，零件总数有 100 只，其中废品 5 只，副品 8 只，其余 87 只为正品。如果从这一箱零件中抽查一只，则可能抽出正品的机率为 $\frac{87}{100}$ ；可能抽到副品的机率为 $\frac{8}{100}$ ；抽到废品的机率为 $\frac{5}{100}$ 。

一般地说，在一系列的实验中，把可能出现（或不出现）的结果称为 A 事件。如果事件 A 出现的次数为 μ ，而实验总次数为 N ，它们之比，叫做事件 A 在这次实验序列上的频度，记作

$$P(A) = \frac{\mu}{N} \quad (1)$$

只要实验的次数 N 足够多， $P(A)$ 就可叫做事件的统计概率。

对于捉摸不定的，不可预知的随机现象，只要进行足够多次的试验，也就是 N 的取值很大很大时，将发现随机现象还是有规律性的。

必须注意，随机事件的频度，其数值是与我们已进行的试验有关的（如次数多少，试验方法、试验条件等），而随机事件