

粘性流体力学

徐文熙 徐文灿 编著

北京理工大学出版社

粘性流体力学

徐文熙 徐文灿 编著

北京理工大学出版社

内 容 简 介

本书在流体力学的基础上,介绍了粘性流动基本知识和基本运动方程,重点介绍了湍流基本理论,层流和湍流边界层,分离流和粘性空气动力效应。以较多的篇幅介绍了流动稳定性、湍流理论的新内容和发展趋势,也介绍了旋转体的 Magnus 效应等特殊问题。本书可作为空气动力学、流体力学和其它有关专业的本科生和研究生的教材或参考书,也是从事航空、水利、机械、化工、海洋、气象和环境保护等部门的研究和工程技术人员参考书。

2762/2703

粘性流体力学

徐文熙 徐文灿 编著

*

北京理工大学出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京理工大学出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 30.25印张 755千字

1989年8月第一版 1989年8月第一次印刷

ISBN7-81013-234-2/O·39

印数: 1—1600册 定价: 5.90元

前 言

本书是在粘性流体力学讲稿的基础上,为空气动力学和其它有关专业的本科生和研究生编写的教材,偏重基础和工程应用,适当介绍本学科近年来的新内容和发展趋向。

粘性流体力学是流体力学的重要分支,是一门基础性、系统性和应用性很强的学科,内容广泛,发展很快。不仅在航空、航天、国防工业中起重要作用,而且在机械、动力、化工、水利、气象、海洋、船舶和环境保护等部门发挥重要作用。

本书在流体力学或空气动力学的基础上,由浅入深,系统地介绍粘性流动的基本知识、运动规律和各种典型问题的分析和处理方法。力求在讲清物理概念的前提下,有主次、有重点地阐明各类问题的流动特性和机理,把握各类典型问题的处理方法,使读者在掌握基础知识和方法的前提下,有能力解决各类实际问题。

本书共分九章:前三章分别介绍粘性流动基本知识、方程和一般层流问题的解法;第四章介绍可压和不可压缩层流边界层概念和解法;第五章介绍流动稳定性和湍流基本理论,并介绍拟序结构、分叉理论和格子气等新的湍流研究方向;第六章介绍可压和不可压缩湍流边界层理论和工程计算,简要介绍差分解法;第七章介绍层流和湍流的温度边界层;第八章介绍分离流动的概念和基本处理方法;第九章介绍粘性空气动力效应和其它问题,重点介绍旋转成体的 Magnus 效应。

本书五、六和八章由徐文灿副教授编写,其余各章由徐文熙副教授编写;责任编辑边淑英同志为本书的出版作了大量工作。

苗瑞生教授对本书的编排和内容提出了宝贵意见;吴甲生副教授为第九章提供了丰富资料,并提出了宝贵意见;在编写中,得到北京理工大学空气动力学和飞行力学教研室同事们的大力支持,在此向他们表示深切的谢意。

中国科学院力学所卞荫贵教授审阅了全部书稿,提出了很多宝贵意见,对本书的定稿起了重要作用,在此表示诚挚的谢意。

由于编者水平有限,编写时间仓促,书中难免有错误和不妥之处,恳请读者批评指正。

编 者

1988.7

目 录

第一章 绪 论

§ 1-1 发展简史	(1)
§ 1-2 流体的传输特性	(2)
§ 1-3 变形率张量和应力张量	(9)
§ 1-4 应力与变形率之间的关系式	(16)
§ 1-5 层流与湍流	(19)

第二章 粘性流体运动的基本方程

§ 2-1 体积分的随体导数	(21)
§ 2-2 连续方程	(23)
§ 2-3 动量方程	(23)
§ 2-4 能量方程	(27)
§ 2-5 状态方程	(30)
§ 2-6 正交曲线坐标系和基本量	(32)
§ 2-7 适定性问题和定解条件	(36)
§ 2-8 粘性流动的相似原理	(39)
§ 2-9 粘性流体运动的一般特性	(45)

第三章 层流解法

§ 3-1 平行板之间的定常不可压缩流动	(52)
§ 3-2 充分发展的管流流动	(55)
§ 3-3 同轴旋转圆柱面间的流动	(60)
§ 3-4 旋转圆盘附近的流动	(63)
§ 3-5 驻点附近的流动	(67)
§ 3-6 小雷诺数流动	(72)
§ 3-7 非定常流动	(81)
§ 3-8 可压缩流动	(84)
§ 3-9 $N-S$ 方程的数值解法	(92)

第四章 层流边界层

§ 4-1 大雷诺数流动特性	(102)
§ 4-2 不可压缩边界层微分方程	(106)
§ 4-3 边界层的分离	(111)
§ 4-4 不可压缩边界层的相似性解法	(113)
§ 4-5 自由剪切层	(125)
§ 4-6 二维不可压缩边界层的近似解法	(129)
§ 4-7 轴对称不可压缩边界层	(137)
§ 4-8 三维边界层	(144)
§ 4-9 非定常不可压缩边界层	(151)
§ 4-10 可压缩边界层概念和方程	(156)

§ 4-11	可压缩边界层的温度关系式和雷诺比拟	(161)
§ 4-12	可压缩层流边界层方程的变换	(163)
§ 4-13	定常二维可压缩边界层的相似性解法	(168)
§ 4-14	边界层的前驻点	(179)
§ 4-15	可压缩边界层的近似解法	(181)
§ 4-16	可压缩轴对称边界层解法	(189)
§ 4-17	边界层的数值解法	(193)
§ 4-18	可压缩非定常边界层	(196)

第五章 湍流的基本理论

§ 5-1	概论	(202)
§ 5-2	流动的稳定性理论	(203)
§ 5-3	影响转换的因素和转换预估	(212)
§ 5-4	描述湍流的方法	(218)
§ 5-5	湍流的平均运动方程	(226)
§ 5-6	湍流模型	(236)
§ 5-7	壁面湍流特性和速度分布规律	(248)
§ 5-8	管道湍流	(253)
§ 5-9	拟序结构、分叉理论和格子气	(259)

第六章 湍流边界层

§ 6-1	湍流边界层方程	(272)
§ 6-2	湍流边界层的特性	(282)
§ 6-3	不可压缩湍流平板边界层	(288)
§ 6-4	可压缩湍流平板边界层	(297)
§ 6-5	有压力梯度的不可压缩湍流边界层	(306)
§ 6-6	绕细长旋成体的湍流边界层	(312)
§ 6-7	湍流边界层的有限差分方法	(318)
§ 6-8	自由湍流	(326)
§ 6-9	不可压缩三维湍流边界层	(340)

第七章 温度边界层传热

§ 7-1	温度边界层概述	(345)
§ 7-2	温度边界层方程	(345)
§ 7-3	平板层流边界层对流传热	(349)
§ 7-4	有压力梯度层流边界对流传热	(355)
§ 7-5	层流温度边界层的近似解法	(358)
§ 7-6	自由对流温度边界层	(360)
§ 7-7	湍流温度边界层传热	(366)
§ 7-8	有分离的边界层传热	(372)

第八章 分离流动

§ 8-1	分离现象	(374)
§ 8-2	二维定常分离流动	(378)
§ 8-3	三维定常分离流动	(383)

§ 8-4 二维不可压非定常层流分离.....	(391)
§ 8-5 边界层逆解法.....	(396)
§ 8-6 三层方法.....	(399)
附录 临界点.....	(400)

第九章 粘性空气动力和其它问题

§ 9-1 Magnus 效应的概念.....	(406)
§ 9-2 圆柱体的 Magnus 效应.....	(407)
§ 9-3 圆锥的 Magnus 效应.....	(418)
§ 9-4 任意旋成体的 Magnus 效应.....	(428)
§ 9-5 旋成体 Magnus 效应的数值法.....	(442)
§ 9-6 粘性阻力.....	(451)
§ 9-7 边界层的控制与减阻.....	(457)
§ 9-8 粘性区与无粘区的相互作用.....	(460)
§ 9-9 激波与边界层相互作用.....	(462)

附 录

附-1 常用正交曲线坐标系中的基本方程基本和量.....	(468)
附-2 主要符号表.....	(475)
附-3 主要参考文献.....	(477)

第一章 绪 论

§ 1-1 发展简史

古代,人类已对空气和水的流动以及对物体的作用有了启蒙认识并加以利用,但有关粘性流体力学的最早记载大概就是1500年意大利伟大学者达·芬奇(Da Vinci)导出的一维不可压缩粘性流体的质量守恒方程,在他的笔记中还记载了波动、水跃、涡内部的速度分布,物体尾流中涡的形成和用流线形物体减阻等方面的见解。最早研究流体粘性的是马里奥特(Mariotte),他发明了天平,在世界上首次用直流式风洞测量了吹风物体的阻力。马里奥特的著作《论水的运动》发表于1686年。牛顿(Newton)于1687年发现了运动物体的阻力与流体速度梯度成正比的关系。牛顿用他的线性律导出了旋转圆柱体周围的速度分布,这是世界上第一个关于粘性流动的数字分析。为此,把粘性应力与流体变形率成线性关系的流体称作牛顿流体。

继十八世纪伯努利(Bernoulli)和欧拉(Euler)等人对无粘流体作出杰出贡献后,忽略粘性的理想流体理论只是在教学处理上不断提高和改进,但无法解释实际流动中出现的诸如达朗贝尔“疑题”等问题;而建立在实验基础上的水力学也独立地发展起来,并解决了许多工程问题。在欧拉方程中考虑粘性项的工作首先由纳维(Navier)进行,经过几个人的努力,最后由斯托克斯(Stokes)于1845年完成。因此,粘性流体的运动方程称作 $N-S$ 方程。这个方程的建立拓开了研究粘性流体运动的途径,但由于 $N-S$ 方程是非线性的二阶偏微分方程,数学上有其固有的困难,而且通常是不稳定的,至今只能解析求解七十多个具有简单边界条件和某些具有相似解的流动。近二十年来,大容量高速电子计算机的出现和计算方法的发展,为 $N-S$ 方程的数值解提供了可能,并且在不少实际问题的研究中获得成功,为理论研究粘性流动提供了新的方法。

普朗特(Prandtl)于1904年提出了边界层的概念,阐明大雷诺数绕流物体时在物面上存在薄的边界层,粘性作用只在此薄层内重要,不能忽略,而薄层以外的流动粘性影响甚微,可按理想流动处理。这样,人们通过对薄边界层流动各物理量的量级分析,忽略 $N-S$ 方程中的高阶小量,得出比 $N-S$ 方程简单的边界层方程,从而克服了数学处理上的疑难,也找出了实际问题中无粘流与粘性流动间的匹配关系,解决了过去难以理解的疑难。从此开始了正确研究粘性流体运动规律的新途径,出现了流体力学的新时期。随后,以Blasius、Pohlhausen、Karman、Taylor等为代表的学者对边界层进行了大量的研究,并取得了很大进展。Lamechester(1907)和Prandtl(1914)先后提出了流速较高时从层流变成湍流的现象。本世纪30年代,把边界层的概念推广到射流和尾迹,提出了从层流转变为湍流的流动稳定性问题。第二次世界大战以后,工农业的发展,特别是航空和宇航事业的发展,促进了粘性流体力学的高速发展,从不可压缩流体到可压缩流体,从常温到高温、真实气体效应等方面的研究取得了很大发展。

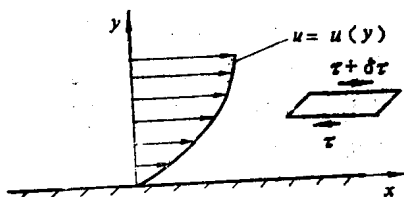
Reynolds (1883) 在管流试验中发现了湍流现象, 随后不少学者对湍流进行了实验和理论研究。由于湍流流动机理的复杂, 至今对普遍存在的湍流现象还没有从理论上真正解决, 实际上还离不开某些假定和实验数据。近些年来, 随着实验技术的提高和计算机的发展, 对湍流机理有了新的认识, 提出了不少新的湍流模型, 并借助于计算机进行湍流结构的模拟, 取得了一定的进展, 促进了湍流研究。

§ 1-2 流体的传输特性

一、粘 性

飞行器在大气中飞行或船舶在江河上航行时, 都会受到空气或水的阻力, 流体通过管道时会出现压力损失, 或者说通过压力差来维持流体在管道中的流动。这些现象都与流体的粘性有关, 即流体对与之发生相对运动的物体施加阻力, 这是实际流体与理想流体的根本不同点。

大家熟知, 牛顿流体内摩擦定律表明, 直线运动流体之间存在切应力, 其大小与速度变化率成正比, 按图 1-1, 牛顿流体应力关系式为



$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.2.1)$$

图 1-1 平行流体之间的切向力和变形

式中 τ 为单位面积上的切向应力, 是流体的粘性表现; μ 称为流体粘性系数, 是流体的一种物理特性, 只依赖于流体种类、温度和压力。对于作一般运动的流体, 也有类似的切应力关系式。关于一般运动的应力关系式将在下节介绍。

根据分子运动论分析, 流体的粘性与分子运动有关, 粘性系数是宏观热力学特性, 可以从流体分子运动论得出粘性系数的表达式。流体分子的平均速度对应于流体质点 (微团) 的速度, 分子的不规则热运动对应于热力学状态下的分子微观振动。速度不等的相邻质点之间的动量交换是质点表面分子热运动相互碰撞的宏观表现。分子间的碰撞使原来动量小的质点增加动量, 动量大的质点减小动量, 引起动量变化。根据动量定律, 流体质点间的动量变化是某种力作用的结果, 该力就是粘性力。粘性是速度分布不均匀流体间动量交换的原因, 也是分子热运动的宏观表现。

一般运动的流场中, 质点间的界面可任意选取, 各方向都可能存在速度变化, 任意界面两侧可能出现切向应力。作用于界面两侧的切向应力大小相等, 方向相反。

对固体的内应力研究表明, 固体中的切应力与变形大小有关, 但从牛顿应力关系式看出, 流体的切应力与流体速度变化率有关, 以后会看到流体切应力实际与流体的变形率有关。因此, 粘性的一个表现是使变形运动的流体间产生应力; 另外, 一般情况下, 流体附着于物面, 称为无滑移条件。

应当注意, 当流动雷诺数超过临界雷诺数后, 流体可能失去稳定而变为湍流。湍流脉动引起的动量交换远比分子热运动引起的动量交换大得多, 故湍流切应力中的粘性部分是次要的, 主要是脉动切应力 (雷诺应力)。

牛顿提出的流体切应力与变形率之间的线性关系式(1.2.1)并不满足所有流体,人们把满足牛顿线性应力关系的流体称为牛顿流体,如空气、水、油等分子结构简单的流体;不满足牛顿应力关系的流体称为非牛顿流体。如图1-2(a)所示,牛顿流体的切应力与变形率

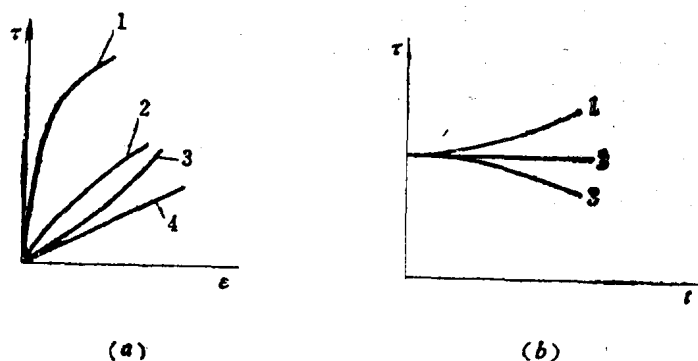


图1-2 牛顿流体与非牛顿流体的应力特性

(a) 应力与变形率: 1—塑性体; 2—伪塑性体; 3—膨胀体; 4—牛顿流体。

(b) 应力与时间: 1—流变体; 2—牛顿流体; 3—触变体。

成线性关系,且不随时间变化。非牛顿流体分为三类:第一类是切应力与变形率不成线性关系,但不随时间变化,如图1-2(a)中的曲线1表示塑性体的切应力与变形率的关系是下弯曲线;曲线3表示胀塑体的切应力与变形率成上弯曲线。属曲线1的流体有淀粉糊、树胶、矽酸钾溶液,称为胀流型流体;属曲线2的有纸浆、颜料等,称为伪塑流体。第二类非牛顿流体的切应力在同一变形率下随时间变化,如图1-2(b)上的曲线1和3所示,曲线1表示流变体,3为触变体,这类流体有油墨、果子酱、肉冻等。还有一类既具有粘性又具有弹性的流体,称为粘弹性体,如高分子聚合物溶液。工程上有很多非牛顿流体问题,本书只限于介绍牛顿流体流动问题。

牛顿流体的粘性系数表示流体发生单位变形时单位面积上产生的切应力,其量纲为

$$[\mu] = \text{ML}^{-1}\text{T}^{-1} \quad (1.2.2)$$

μ 的单位是 $\text{Pa}\cdot\text{s}$ 或 $\text{mPa}\cdot\text{s}$ 。

在流体力学中,称 μ 为动力粘性系数。因经常涉及粘性力与惯性力之比,要用到动力粘性系数与密度之比,故定义

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.2.3)$$

为运动粘性系数,式中 μ 和 ρ 分别为动力粘性系数和密度。运动粘性系数具有运动学的量纲

$$[\nu] = \text{L}^2\text{T}^{-1} \quad (1.2.4)$$

常用单位为 m^2/s 。

气体的粘性系数与气体分子热运动相关,随气体的温度和压力而变,但压力的影响很微小,通常不予考虑。Maxwell把气体分子看作弹性小球,导出了气体粘性系数与分子平

均自由程、分子平均速度及密度之间的关系为

$$\mu = \frac{1}{3} \rho l \bar{c} \quad (1.2.5)$$

式中 l 为分子平均自由程, $\bar{c}$ 为分子平均速度。

对非极性气体, 粘性系数与气体密度、平均自由程 l 和音速 c 有关, Chapman (1915) 对 Maxwell 式作了修正, 结果为

$$\mu \approx 0.67 \rho l c$$

在工程计算中需要简单而实用的公式, 根据粘性系数与温度的关系, 导出了幂次律公式:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \quad (1.2.6)$$

式中 μ_0 和 T_0 为参考值; n 是取决于气体种类的常数。对大多数气体 $n \approx 0.7$, 空气的 $n \approx 0.76$, 高温空气的 $n \approx 0.5$, 低温空气的 $n \approx 1.0$ 。几种常见气体的 μ 值列于表 1-1。

工程上常用的另一粘性系数公式是 Sutherland 公式:

$$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + T_s}{T + T_s} \quad (1.2.7)$$

此式是根据气体分子运动论, 应用理想的分子之间的力势推导出来的, 这个公式的准确度比幂次律高。式中 T_0 和 μ_0 是绝对温度和粘性系数的参考值; T_s 是与气体种类有关的温度常数, 称为 Sutherland 常数。几种常用气体的 T_0 、 μ_0 、 T_s 、 n 以及幂次律公式和 Sutherland 公式在一定温度范围内的相对误差列于表 1-2 中。

表 1-1 几种气体在不同温度下的粘性系数 μ (压力为 $1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$)

气 体	$\mu \times 10^6 (\text{Pa} \cdot \text{s})$					
	0°C	20°C	40°C	60°C	80°C	100°C
空 气	17.161	18.239	19.220	20.102	20.985	21.769
CO ₂	13.807	14.699	15.699	16.700	17.533	18.455
CO	16.807	17.680	18.553	19.151	20.240	21.024
N ₂	16.602	17.484	18.357	19.259	20.004	20.824
O ₂	19.200	20.259	21.308	22.358	23.407	24.407
H ₂	8.404	8.806	9.178	9.590	9.963	10.306
C1	12.307	13.199	14.101	15.000	15.905	16.807
水 蒸 汽	8.933	9.669	10.404	11.130	11.875	12.601

表 1-2 粘性系数幂次律和 Sutherland 公式中的常数及误差

气 体	T_0 (K)	$\mu_0 \times 10^4$ (Pa·s)	n	式 (1.2.6) 的误差		T_s (K)	式 (1.2.7) 的误差	
				温度范围 (K)	(%)		温度范围 (K)	(%)
空 气	273.1	0.1716	0.666	210~1900	±4	110.6	167~1900	±2
Ar	273.1	0.2125	0.72	200~1500	±3	144.4	122~1500	±2
CO ₂	273.1	0.1370	0.79	209~1700	±5	222.2	190~1700	±2
CO	273.1	0.1657	0.71	230~1500	±2	136.1	130~1500	±2
N ₂	273.1	0.1663	0.67	222~1500	±3	106.7	100~1500	±2
O ₂	273.1	0.1919	0.69	230~2000	±2	138.9	186~2000	±2
H ₂	273.1	0.08411	0.68	80~1100	±2	96.7	224~1100	±2
水蒸汽	416.7	0.1703	1.04	280~1500	±3	861.1	360~1500	±2

从气体粘性系数的公式看出, 气体温度越高, 粘性系数就越大, 其原因是分子的平均自由程大, 分子间的动量交换主要靠分子的热运动引起的动量交换, 而热运动随温度的升高而加剧。与此相反, 液体分子的平均自由程小, 动量交换主要依赖于分子互相接触的时间和分子间的吸引力, 温度升高, 分子热运动加剧, 分子间接触的时间和吸引力减小, 从而使粘性系数减小。关于液体的粘性系数虽有许多理论推导, 但无一致的结论, 仍以经验公式为主。Bingham 对常压下的水提出一个很好的经验公式:

$$\frac{1}{\mu} = 0.021482(z + (z^2 + 8087.4)^{\frac{1}{2}}) - 1.2 \quad (1.2.8)$$

式中 $z = T - 8.435$; μ 的单位用 cPa·s, T 为摄氏温度。此外, Helmholtz 提出另一用于水的关系式:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1}{1 + 0.03368T + 0.00022099T^2} \quad (1.2.9)$$

式中 T 为摄氏温度。表 1-3 给出了几种液体的粘性系数。

表 1-3 液体的粘性系数 (压力为 1.01325×10^5 Pa)

液 体 种 类	温 度 (°C)	$\mu \times 10^{-3}$ (Pa·s)	$\nu \times 10^{-6}$ (m ² /s)
水	0	1.783	1.783
	20	1.002	1.004
汽 油	20	0.31	0.46
轻 油	20	2.0	2.4
轻 润 滑 油	60	4.17	4.95
甘 油	14.9		11.8
水 银	1.55		0.115

综上所述, 气体的粘性系数随温度增高而增大, 液体则相反。粘性系数总是随压力增高而上升, 但影响很小而一般不予考虑。上述气体的粘性系数公式只适用于单组分的气体, 对空气只是定性适用, 因为空气的主要成分是氮和氧。对于各组分特性显著不同的混合气体或液体, 其粘性系数随各组分的浓度而变, 必须按混合物来计算。

二、导热性

流场的温度分布不均匀时, 流体中就有热量传输, 叫热传导。在各向同性介质中, 热量传输与温度梯度之间的关系遵循 Fourier 定律:

$$q = -k \nabla T$$

式中 q 为热通量矢量, 表示单位时间内通过垂直于 ∇T 单位面积的热量; 负号表示热总是朝温度低的方向传导; k 为导热系数, 其量纲为

$$[k] = \text{MLT}^{-3}\text{K}^{-1}$$

单位为 $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 或 $\text{J}/(\text{m}\cdot\text{K}\cdot\text{s})$ 。

根据分子运动理论, 热传导是由于分子热运动引起的热量传输, 类似粘性引起的动量传输。在各向同性介质中, 导热系数与方向无关, 受压力的影响也很小, 一般忽略不计。类似于粘性系数, 导热系数随温度变化, 在工程上常用幂次律和 Sutherland 公式表示, 即

$$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \quad (1.2.10)$$

$$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{T}{T_s} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + T_s}{T + T_s} \quad (1.2.11)$$

式中 k_0 、 T_0 是参考值; n 和 T_s 是与气体种类有关的常数, 与粘性关系公式中的对应量不同。 n 和 T_s 的数值以及上述公式在一定温度范围内的相对误差列于表 1-4, 空气的导热系数列于表 1-5。

导热系数 k 的量纲是粘性系数量纲与定压比热量纲的乘积, 在研究传热问题时常用到无量纲参数

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

称 Pr 为 Prandtl 数, 它是气体的特性参数。对于大多数接近完全气体的气体, Pr 几乎与温度和压力无关, 如空气从 0°C 变为 1000°C 时, Pr 值从 0.720 变为 0.706。

表 1-4 气体导热系数公式中的常数及误差

气 体	T_0 (K)	k $\left(\frac{\text{J}}{\text{mKs}} \right)$	n	温度范围 (K)	误 差 (%)	T_s (K)	温度范围 (K)	误 差 (%)
空 气	273.1	0.02413	0.81	208~1000	±3	194.4	167~1000	±2
Ar	273.1	0.01634	0.73	214~1500	±4	150.0	150~1500	±2
CO ₂	273.1	0.01454	1.38	180~600	±2	2222	180~600	±2
CO	273.1	0.02322	0.85	206~600	±2	177.8	128~600	±2
N ₂	273.1	0.02422	0.76	208~1200	±4	166.7	144~1200	±2
O ₂	273.1	0.02545	0.86	217~600	±2	222.2	200~600	±2
H ₂	273.1	0.16261	0.85	203~700	±2	166.7	180~700	±2
水蒸汽	273.1	0.01792	1.20	200~800	±2	1278	200~800	±2

表 1-5 干空气在不同温度下的导热系数 (一个大气压)

$t(^{\circ}\text{C})$	$k(\text{W/m}\cdot\text{K})$	$t(^{\circ}\text{C})$	$k(\text{W/m}\cdot\text{K})$
-50	0.0206	200	0.0380
0	0.0243	250	0.0421
20	0.0257	300	0.0454
40	0.0271	350	0.0483
60	0.0285	400	0.0516
80	0.0299	450	0.0543
100	0.0314	500	0.0570
120	0.0328	600	0.0620
140	0.0343	700	0.0668
160	0.0358	800	0.0706
180	0.0372	900	0.0741

液体的导热系数与粘性系数一样, 分子运动论分析迄今还没有给出一个一致公认而可靠的公式。在工程计算中, 通常依靠实验数据或由实验数据整理出的经验公式。

以上公式除空气外只适用于单组分的气体, 混合气体的导热系数也与各组分的浓度有关, 必须按混合气体的公式计算。

三、扩散系数

质量分布不均匀的流体介质中会出现质量扩散, 这是分子热运动引起的质量迁移。质量扩散一般分为两类: 一类是同一种流体介质中发生的自扩散, 这种扩散是分子热运动使分子发生各方向的位移, 在任一界面上发生质量交换; 另一类是两种或多种成分流体混合介质中发生的质量交换, 称为二元或多元扩散, 其最终结果是各成分均匀混合。

当混合流体介质各成分存在浓度梯度时, 就出现质量扩散。浓度有多种表示形式, 如质量浓度、容积浓度、摩尔浓度等。本书用的是质量浓度 ρ_i , 表示单位体积混合物中第 i 种成分流体的质量; 用 C_i 表示质量比浓度, $C_i = \rho_i / \rho$, 经常用的是质量比浓度。

各向同性介质中质量扩散与浓度梯度之间服从 Fick 定律:

$$\frac{m_i}{A} = -D \nabla(\rho_i) \quad (1.2.12)$$

式中 m_i 为第 i 种成分流体单位时间通过某一面积的质量流量; A 为面积; D 为质量扩散系数, ρ_i 为 i 种成分流体的容积浓度。 D 的量纲为

$$[D] = \text{L}^2 \text{T}^{-1}$$

D 的单位为 cm^2/s 或 m^2/s 。

单位面积上的质量扩散流量可写成

$$\frac{m_i}{A} = \rho_i v_i$$

故

$$v_i = -\frac{1}{\rho} D \nabla(\rho_i) = -D \nabla(\ln \rho_i) \quad (1.2.13)$$

v_i 称为质量扩散速度。

分子运动论和实验都表明流体中压力梯度和温度梯度也能引起质量扩散，而且也服从 Fick 定律，故一般情况下的质量扩散速度应写为

$$v_i = -D \nabla(\ln \rho_i) - D_p \nabla(\ln p) - D_T \nabla(\ln T) \quad (1.2.14)$$

式中 D_p 为压力梯度引起的质量扩散系数； D_T 为温度梯度引起的质量扩散系数，分别称为压力扩散系数和热扩散系数。在通常情况下，上式中的压力扩散和热扩散项比浓度扩散项小得多，因而只考虑浓度梯度引起的扩散。

如果应用质量比浓度 $C_i = \rho_i / \rho$ ，则 (1.2.12) 式可写成

$$\frac{m_i}{A} = -\rho_i D \nabla(\ln C_i) \quad (1.2.15)$$

以及

$$v_i = -D \nabla(\ln C_i) \quad (1.2.16)$$

$$v_i = -D \nabla(\ln C_i) - D_p \nabla(\ln p) - D_T \nabla(\ln T) \quad (1.2.17)$$

式中 ρ 为混合介质的密度。

根据分子运动论和实验观测，气体的质量扩散系数与粘性系数不同，质量扩散系数与压力有显著关系。因此，不能象粘性系数和导热系数那样得出可供应用的幂次律和 Sutherland 公式，应用时可查有关资料。

运动粘性系数与质量扩散系数之比是一个无量纲量，称为 Schmidt 数，在研究具有扩散的流体运动中，以下式表示

$$Sc = \frac{\nu}{D} \quad (1.2.18)$$

表 1-6 列出几种气体和蒸汽在一个大气压、温度为 25°C 空气中的扩散系数和 Schmidt 数。混合气体中的数据是假设混合气体的主要成分为空气的条件下取得的。

表 1-6 几种气体和蒸汽在空气中的扩散系数

扩散物质	$D \times 10^6 (\text{m}^2/\text{s})$	Sc
H ₂	41	0.37
H ₂ O	26	0.59
CO ₂	16.4	0.93
N ₂ O	20	0.77
乙醇	12.0	1.3
甲苯	8.4	1.8
苯(樟脑)	6.0	2.5

流体的上述三种传输特性都是流体分子热运动引起的宏观输运现象。三者的输运机理相同，具有相类似的分子运动论分析和输运关系式。可表示为：

分子输运类别	宏观现象	唯象公式
动量交换	粘性	$\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y}$
能量交换	导热	$q = -k \frac{\partial T}{\partial n}$
质量交换	扩散性	$\frac{m_i}{A} = -D \frac{\partial \rho_i}{\partial n}$

§ 1-3 变形率张量和应力张量

在流体力学和其他物理学中，张量是一个很有用的量。张量是向量概念的推广，含义更为深广。按张量的定义，可以把矢量看作一阶张量，把标量看作零阶张量。流体力学中经常用到二阶张量，二阶张量有九个分量，这九个分量完全描述某瞬时任意空间位置上的某种物理状态。张量随坐标改变而按一定规律改变。描述流场各物理量不均匀程度的量称作该物理量的梯度，标量场的梯度是矢量，如压力梯度可写成

$$\nabla p = i \frac{\partial p}{\partial x} + j \frac{\partial p}{\partial y} + k \frac{\partial p}{\partial z}$$

上式表示压力梯度是由三个轴上的方向导数确定的矢量，是一阶张量。又如速度有三个分量，速度场的梯度应分别由三个分量在三个轴上的导数确定，故由九个分量组成，记为

$$D_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}$$

这九个分量组成二阶张量。速度梯度张量表示流场速度的不均匀性。与矢量一样，张量及其分量随坐标轴转换而变换。

任意二阶张量 $\mathbf{P}$ 的分量用 p_{ij} 表示，在 (x, y, z) 坐标系中，表为

$$\mathbf{P} = (p_{ij}) = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} \\ p_{yx} & p_{yy} & p_{yz} \\ p_{zx} & p_{zy} & p_{zz} \end{pmatrix} \quad (1.3.1)$$

下标 i 和 j 是 1 至 3 的变量，分别表示坐标轴 (x, y, z) 。如果分量具有 $p_{ij} = p_{ji}$ ，称此张量为对称张量，若 $p_{ij} = -p_{ji}$ ，称为反对称张量。任意一个二阶张量总可表示成一个对称张量与一个反对称张量之和。

如果在任意坐标系中某张量的分量 $p_{ij} = 1 (i = j)$ 和 $p_{ij} = 0 (i \neq j)$ 时，则称此张量

为单位张量，表为

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.3.2)$$

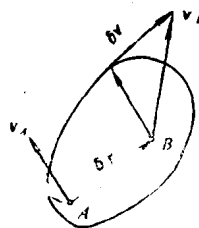
矢量从一个坐标系变换到另一坐标系时，各分量要按一定规律变换，但由三个分量组成的矢量的模是不随坐标变换而改变的不变量。二阶张量也有类似性质，它的各分量都随坐标系变换而变换，但某些由分量组成的若干量是不随坐标系变换而改变，这些由分量组成的不变量称为张量不变量。下面会看到变形率张量和应力张量都具有三个不变量。

一、变形率张量

一般情况下，流体质点的运动可分解为平移、变形和转动。平移和转动相当于刚体运动，变形是流体和弹塑性体特有的运动形式。描述流体变形运动的是变形率张量。

如图 1-3 所示，在流场中任取一微元体，微元体中的 A 点速度为 $\mathbf{v}_A$ ，与其相邻点 B 的速度为 $\mathbf{v}_B$ ，相距的矢径为 $\delta \mathbf{r}$ 。

假定流场连续，且存在各阶偏导数，当 $\delta \mathbf{r} \rightarrow 0$ 时，B 点的速度可通过台劳级数展开，忽略二阶以上小量而得，并可分为迁移速度和相对速度之和，相对速度取决于 A 点速度梯度张量，即



$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_A + \left(\frac{d\mathbf{v}_A}{d\mathbf{r}} \right) \cdot \delta \mathbf{r} \quad (1.3.3) \quad \text{图 1-3 流体微元的运动分析}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 迁移速度 相对速度

而
$$\frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{r}} \cdot \delta \mathbf{r} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} \delta y + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \delta z$$

分解并用矩阵和求和约定符号表示：

$$\frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{r}} \delta \mathbf{r} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{pmatrix} = \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \delta x_j \quad (1.3.4)$$

可见，任意点的速度的方向导数是由九个分量组成的二阶张量，写成

$$\frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} = \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (1.3.5)$$