


# 时间序列及 系统分析与应用

[美] S.M. 潘迪特 著  
吴宪民



机械工业出版社

# 时间序列及系统分析与应用

〔美〕 S. M. 潘迪特 著  
吴宪民

李昌琪 荣国俊 译

林启荣 校



机械工业出版社

本书是介绍时间序列理论及应用方面的一本较实用的专著，全书结构严谨，没有过多的数学推导，而是通过大量工程和经济管理方面的实例来阐述时间序列的基本理论和方法。全书共11章，分别介绍时间序列的概念、一类较普遍的ARMA模型、建模方法、预报理论、在一阶和二阶系统中的应用、指数平滑、随机趋势与季节性、及最优控制等问题，每章均附有习题，书末附有大量参考文献及计算机程序。本书可供高等院校自动控制、机械加工自动化及有关专业的高年级本科生和研究生作为教学参考书，并可供从事系统分析和自动控制的科技人员参考。

TIME SERIES AND SYSTEM  
ANALYSIS WITH APPLICATIONS

SUDHAKAR M. PANDIT

Michigan Technological University

SHIEN MING WU

University of Wisconsin, Madison

John Wiley and Sons, 1983

• • •

时间序列及系统分析与应用

〔美〕 S. M. 潘迪特 著  
吴宪民

李昌琪 荣国俊 译

林启荣 校

•  
责任编辑：高文龙

封面设计：田淑文

•  
机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南里一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

中国农业机械出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

•  
开本 787×1092 1/16·印张 25 1/2·字数 624 千字

1988年3月北京第一版·1983年3月北京第一次印刷

印数 0,001—2,560·定价：6.10 元

•  
科技新书目：163-129

ISBN 7-111-00385-3/TP·25

# 前 言

在进行系统分析时，工程师和科学家使用的数学模型是根据所假设的一个物理结构推导出来的，通常为微分方程。对于复杂的系统，则采用一种实验的方法，如频率分析法。另一方面，统计师和经济学家则利用从实验或经验得来的自相关图线和谱图以差分方程来近似表达他们的模型。如果把时间序列和系统分析结合起来，就可以避免目前在两个领域中都需要，相当大量的试凑工作，并使它们的应用范围大大扩展。S. M. 潘迪特 (Pandit) 在导师吴宪民的指导下，于1973年的博士论文中概述了一个新的系统分析原理，它不需要试凑而直接从所观测的数据求得以差分/微分方程形式表达的模型，并提供了必要的数学论证。教师们和学生们对这种原理的热烈反应以及在不同研究工作中的广泛应用使我们觉得有必要写这本书。

把这种新原理应用于时间序列的模型建立（简称建模）就产生了如回归分析中的那种序贯或系列策略 (*Sequential Strategy*)。一旦把时间序列看作系统响应，就可以用更多的自由度来建模，而由数据证明其正确性。阶次递增的模型可以用最小二乘方法拟合，直至拟合的改善程度在统计上毫无意义为止。由于计算机容量不断增大，可以方便地实现序贯建模策略。新的建模策略能大大减少为寻找一个合适模型所需的繁琐工作。我们希望这本书将把时间序列和系统分析结合在一起，以便为系统分析专家们提供一种新的工具，并使时间序列分析对工程师和科学家们都有用。

本书以应用为主旨。这种新的工具已经用于系统辨识、信号分析、物理特性的描述和控制、甚至工程设计。显然，它对预报是最有用的，这也是时间序列研究的初始目的。为了提高长期预报的能力，随机的和确定性的两种研究方法都予以介绍。

本书第一稿是1973年在Madison城，威斯康星(Wisconsin)大学为研究生和四年级大学生准备的一学期课程的讲义基础上写成的。修改稿随后几年除用于该门课程外，还在其他学校作为四年级大学生至研究生的两门接续课程讲授。所招收的土木和环境、电气、工业、机械、采矿、冶金和原子能等工程专业，以及经济和商务专业的学生使用了此教材。本书的许多例子就是取材于这些学生所做的课堂作业。对学生们可喜的反应，我们表示感谢。

我们特别感谢Shiv. G. Kapoor博士和William Wittig在编制拟合模型的计算机程序方面所作的贡献和他们与T. Ungpiyakul 及 W. T. Tsai 博士一起对修改本书最终稿的帮助。我们对Urbana城，伊利诺文 (Illinois) 大学的R. E. Devor教授和Rensselaer工学院的W. R. Devries教授的建设性意见表示感谢。

Sudhakar M. Pandit

Shien Ming Wu

---

我们对F. R. S. (英国皇家学会) 的已故Ronald A. Fisher爵士的遗作保管人F. R. S. 的Frank Yates博士和伦敦朗曼(Longman)有限公司表示感谢，感谢他们允许复制其著述“生物、农业和医学研究的统计图表”(1974年第六版)的表I，并感谢生物统计学评议员们允许使用E. S. Pearson和H. O. Hartley编写的“统计师的生物统计学图表”第一卷中的一些图表。

# 目 录

<p>第一章 绪论 ..... 1</p> <p>  1.1 时间序列与系统分析 ..... 1</p> <p>  1.2 相关、回归、动态和记忆 ..... 2</p> <p>  1.3 随机差分/微分方程 ..... 3</p> <p>  1.4 应用 ..... 4</p> <p>  1.5 各章梗概介绍 ..... 5</p> <p>  1.6 读者/教师指南 ..... 7</p> <p>第二章 自回归滑动平均模型 ..... 9</p> <p>  2.1 线性回归模型 ..... 11</p> <p>    2.1.1 简单回归 ..... 11</p> <p>    2.1.2 多阶回归 ..... 14</p> <p>  2.2 一阶自回归模型 ..... 15</p> <p>    2.2.1 <math>X_t</math>对<math>X_{t-1}</math>的依赖关系 ..... 15</p> <p>    2.2.2 假设和结构 ..... 16</p> <p>    2.2.3 <math>\phi_1</math>和<math>\sigma_a^2</math>的估计 ..... 17</p> <p>    2.2.4 适用性检验 ..... 18</p> <p>    2.2.5 预测或预报 ..... 20</p> <p>    2.2.6 作为AR(1)极限的随机走动 ..... 21</p> <p>  2.3 自回归滑动平均模型</p> <p>    ARMA(2, 1) ..... 23</p> <p>    2.3.1 <math>a_t</math>对<math>X_{t-2}</math>和<math>a_{t-1}</math>的依赖关系 ..... 23</p> <p>    2.3.2 特殊情况: AR(2)模型 ..... 25</p> <p>    2.3.3 AR(1)模型适用性检验 ..... 26</p> <p>    2.3.4 ARMA(2, 1)模型的非线性回归 ..... 27</p> <p>    2.3.5 其他特殊情况: ARMA(1, 1), MA(1) ..... 28</p> <p>  2.4 ARMA(<math>n, n-1</math>)模型和建模策略 ..... 28</p> <p>    2.4.1 ARMA(3, 2)模型 ..... 28</p> <p>    2.4.2 ARMA(<math>n, n-1</math>)模型 ..... 29</p> <p>    2.4.3 ARMA(<math>n, n-1</math>)与ARMA(<math>n, m</math>)比较: 作为特殊情况     况的ARIMA ..... 29</p> <p>    2.4.4 ARMA(<math>n, n-1</math>)模型的适用性 ..... 31</p> <p>附录A2.1 简单回归中的最小二乘估计式 ..... 31</p>	<p>A2.1.1 Y的截距<math>\beta_0</math>与斜率 <math>\beta_1</math>的估计式 ..... 31</p> <p>A2.1.2 随机变量的均值、方差、协方差 与相关以及它们的 线性形式 ..... 32</p> <p>A2.1.3 <math>\hat{\beta}_1</math>、<math>\hat{\phi}_1</math>与<math>\hat{\rho}_k</math>的均值和方差 ..... 35</p> <p>A2.1.4 正态分布和置信区间 ..... 38</p> <p>A2.1.5 <math>\chi^2</math>和<math>t</math>分布 ..... 42</p> <p>A2.1.6 基于残差平方和的模型适用性 的方差与F-分布分析 ..... 45</p> <p>附录A2.2 多阶回归中的最小二乘估计 ..... 43</p> <p>A2.2.1 模型和最小二乘估计 ..... 48</p> <p>A2.2.2 <math>\beta</math>的均值、方差-协方差矩阵 和置信区间 ..... 50</p> <p>A2.2.3 AR(2)模型的<math>\hat{\phi}_1</math>、<math>\hat{\phi}_2</math>方差 -协方差矩阵和置信区间 ..... 51</p> <p>习题 ..... 52</p> <p>第三章 ARMA模型的特性 ..... 55</p> <p>  3.1 格林函数与稳定性 ..... 55</p> <p>    3.1.1 使用B算子的AR(1)系统的     格林函数 ..... 56</p> <p>    3.1.2 物理解释 ..... 57</p> <p>    3.1.3 AR(1)系统的稳定性 ..... 59</p> <p>    3.1.4 格林函数与正交或     沃尔德(Wold)分解 ..... 60</p> <p>    3.1.5 ARMA(2, 1)系统的格林函数:     隐式法 ..... 62</p> <p>    3.1.6 ARMA(2, 1)系统的格林函数:     显式法 ..... 63</p> <p>    3.1.7 AR(2)和ARMA(1, 1)系统     的格林函数 ..... 66</p> <p>    3.1.8 为什么在AR(1)之后是ARMA     (2, 1)而不是AR(2)? ..... 67</p> <p>    3.1.9 ARMA(2, 1)系统的稳定性 ..... 68</p> <p>    3.1.10 一般结果 ..... 72</p> <p>  3.2 逆函数与可逆性 ..... 73</p> <p>    3.2.1 AR(1)和MA(1)模型 ..... 73</p>
---	---

3.2.2 ARMA( $n, m$ )模型	74	4.4.2 检验判据	110
3.2.3 可逆性的理由	75	4.4.3 $F$ -判据的应用	110
3.3 自协方差函数	76	4.4.4 残差( $a_t$ )自相关的检验(参看附录 A2.1.4和A2.1.5)	111
3.3.1 $a_t$ 的分布性质	76	4.5 建模过程示例	112
3.3.2 理论的和样本的自协方差/ 自相关函数	77	4.5.1 太阳黑子活动	114
3.3.3 AR(1)模型	79	4.5.2 IBM股票价格	115
3.3.4 MA(1)模型	80	4.5.3 造纸数据	117
3.3.5 ARMA(2, 1)模型	80	4.5.4 砂轮外貌	118
3.3.6 动态的表示法	84	4.5.5 机械振动数据	118
3.3.7 方差分解	85	习题	119
3.3.8 格林函数与自协方差函数 间的关系	86	第五章 预报	121
3.3.9 MA(2)模型	87	5.1 简短的历史回顾	121
3.3.10 一般结果	87	5.2 作为正投影的预测	122
3.4 偏自相关与自谱	88	5.2.1 提法	122
3.4.1 偏自相关	88	5.2.2 求解	123
3.4.2 自谱	89	5.2.3 另一种解法	124
附录A3.1 部分分式	90	5.3 用条件期望作预报	124
附录A3.2 对ARMA(2, 1)模型带有复根 的格林函数的另一种极坐标表达 形式	90	5.3.1 由正交分解求条件期望	125
A3.2.1 复数的三角学形式	90	5.3.2 条件期望定则	125
A3.2.2 格林函数(式3.1.16)的极坐标 表示法	91	5.3.3 AR(1)模型——预报和 概率极限	126
附录A3.3 由参数检验稳定性和可逆性	92	5.3.4 AR(1)模型——预报误 差的相关性	127
习题	94	5.3.5 AR(1)模型——数值例	127
第四章 模型的建立	97	5.3.6 一般结果——ARMA( $n, m$ ) 模型	129
4.1 建模用的系统方法	97	5.3.7 例示——ARMA模型	130
4.1.1 与ARMA( $n, m$ )方法的比较	97	5.3.8 最终的预报与稳定性	134
4.1.2 动态的研究	98	5.4 预报的更新	135
4.1.3 系统法的适用性	100	5.5 指数平滑	136
4.1.4 自协方差函数的研究	102	5.5.1 指数加权滑动平均的概念	136
4.1.5 滑动平均阶次为 $n-1$ 的理由	102	5.5.2 注释和优点	137
4.2 自回归阶次的增额	103	5.5.3 与ARMA模型的关系	139
4.3 估计	104	5.5.4 从指数平滑产生ARMA模型	140
4.3.1 AR模型	104	5.5.5 指数平滑, ARMA模型与维纳 —郭尔莫戈诺夫预测理论	141
4.3.2 ARMA模型	105	习题	141
4.3.3 基于逆函数的初始猜测值	106	第六章 一阶连续系统的均匀采样	144
4.3.4 用逆函数求初始值的一例	108	6.1 一阶微分方程	145
4.4 适用性检验	109	6.1.1 解	145
4.4.1 假设检验的阐述	109	6.1.2 时间常数 $\tau$	145

6.1.3 稳定性	146	7.3.1 采样系统的描述	179
6.2 狄拉克 $\delta$ 函数及其性质	147	7.3.2 $\theta_1$ 和 $\sigma_a^2$ 的表达式	180
6.2.1 定义	147	7.3.3 示例	181
6.2.2 与单位阶跃函数的关系	148	7.4 稳定性区域	182
6.2.3 性能	149	7.4.1 附加的限制	182
6.3 一阶自回归系统A(1)	149	7.4.2 简化的稳定性区域	183
6.3.1 随机微分方程及其解	150	7.4.3 静态和动态稳定性	183
6.3.2 正交分解	150	7.5 从离散数据求A(2)模型	185
6.3.3 格林函数	152	7.5.1 A(2)模型参数的非唯一性	185
6.3.4 自协方差函数	154	7.5.2 参数 $\xi$ 与 $\omega_n$ 的多值性	185
*6.3.5 谱	155	7.5.3 $b$ (或 $a_0 = \omega_n^2$ )多值性的消除	187
6.4 均匀采样的一阶自回归系统	155	7.5.4 多值性的实例	187
6.4.1 采样系统模型	155	7.5.5 估计	188
6.4.2 $\sigma_a^2$ 的表达式	156	*7.5.6 谱估计的含意	189
6.4.3 示例	156	7.6 采样间隔、自然频率和阻尼比的作用	189
6.5 极限情况——采样间隔 $\Delta$ 和参数 $a_0$ 的影响	157	7.6.1 $\omega_n \Delta$ 小时	190
6.5.1 采样间隔 $\Delta$	157	7.6.2 $\omega_n \Delta$ 大时	190
6.5.2 参数 $a_0$	158	7.6.3 $\omega_n \Delta$ 为中间值时	191
*6.5.3 独立增量过程	160	7.6.4 $\xi$ 的极限值	192
6.5.4 物理解释	160	7.6.5 极限情况的一个应用实例——IBM股票价格	194
6.5.5 “无穷大”有多大和“零”有多小?	161	7.7 实验验证和应用实例	196
6.5.6 示例: IBM股票价格	162	7.7.1 实验验证	197
附录A6.1 微分方程与指数函数	162	7.7.2 应用于砂轮外貌	197
附录A6.2 狄拉克 $\delta$ 函数的性质	166	习题	198
习题	167	第八章 AM(2, 1)模型及其在指数平滑中的应用	199
第七章 二阶系统与随机振动	169	8.1 AM(2, 1)模型及其采样表示	199
7.1 有阻尼的弹簧—质量系统的微分方程	169	8.2 指数平滑的推导	202
7.1.1 非齐次方程的构成	170	8.3 $\lambda$ 的最佳值及其灵敏度	202
7.1.2 齐次方程的解	170	8.4 作为一种反馈结果的AM(2, 1)模型	203
7.1.3 稳定性	171	8.5 离散参数的其他极限情况和中间值	205
7.1.4 一个实验例子	172	8.6 一个示例——加工零件的直径测量	206
7.2 二阶自回归系统A(2)	173	习题	209
7.2.1 A(2)系统的格林函数	173	第九章 随机趋势和季节性	211
7.2.2 非齐次二阶方程的解	176	9.1 随机趋势和季节性的分析	211
7.2.3 A(2)系统的正交分解和自协方差	177	9.1.1 随机趋势	211
7.2.4 A(2)系统的实际例子	178	9.1.2 随机季节性	215
7.2.5 A(2)系统的谱	178		
7.3 均匀采样的二阶自回归系统	179		

9.1.3 建模前的差分运算或 季节性算子.....	218	10.5 更多的例子 .....	262
9.2 具有随机趋势和季节性的 序列的例子.....	220	10.5.1 消费者和批发价格指数 .....	262
9.2.1 投资与金融市场利率的建模.....	220	10.5.2 木材表面廓貌 .....	266
9.2.2 对住院病人调查统计 数据的建模.....	225	习题 .....	269
9.2.3 对消费者和批发价格 指数的建模.....	229	第十一章 多重序列：最优控制与 借助提示序列作预报 .....	272
9.2.4 对航空公司客机票 销售额的建模.....	231	11.1 传递函数与ARMAV模型 .....	273
附录A9.1 ARMA(7, 6)模型中与模 $\lambda_k$ 相 对应的强度 $g_k$ 和振幅 $A_k$ 的计算.....	235	11.1.1 造纸过程 .....	273
习题 .....	236	11.1.2 传递函数模型 .....	274
第十章 确定性趋势和季节性： 非平稳序列 .....	238	11.1.3 传递函数法与状态 变量法对比 .....	274
10.1 线性趋势 .....	239	11.1.4 大的时延或不作用时间 .....	275
10.1.1 裂纹扩展数据：确定性部分 .....	239	11.1.5 ARMAV模型 .....	275
10.1.2 随机部分 .....	240	*11.1.6 ARMAV模型的一种 特殊形式 .....	277
10.1.3 完整的模型：确定性加上 随机性的模型 .....	241	11.2 建模和例释 .....	280
10.1.4 物理解释 .....	242	11.2.1 建模方法 .....	280
10.1.5 测量仪表的校准 .....	242	11.2.2 单输入—单输出造纸系统 与确定性输入的比较 .....	281
10.2 指数趋势 .....	243	11.2.3 具有不作用时间的双输入— 单输出系统：应用于纸浆 煮解器中 .....	286
10.2.1 对阶跃输入的基重响应 .....	243	11.3 最优控制 .....	292
10.2.2 一阶动态 .....	244	11.3.1 最小均方误差控制策略 .....	292
10.2.3 微分方程 .....	246	11.3.2 示例1——具有滞后为 1的一阶模型.....	293
10.2.4 单一时间常数的可能性 .....	247	11.3.3 示例2——具有滞后为 1的二阶模型.....	294
10.2.5 化学松弛——时间常数 的估计 .....	247	11.3.4 示例3——具有滞后为 2的一阶模型.....	294
10.2.6 用于松弛的另一微分方程 .....	249	11.3.5 示例4——具有滞后为 2的二阶模型.....	296
10.3 周期趋势：季节性 .....	250	11.3.6 大滞后的影响 .....	297
10.3.1 国际航空旅客数据 .....	250	11.3.7 一般结果，单输入 —单输出系统 .....	297
10.3.2 指数增长趋势 .....	251	11.3.8 用附加输入改进的控制 .....	299
10.3.3 周期趋势相加 .....	251	11.3.9 双输入—单输出纸浆煮解锅的 最优控制 .....	301
10.3.4 随机部分和混合模型 .....	254	*11.3.10 一般结果：多输入—单输出 系统的最优控制.....	302
10.3.5 与因式相乘模型的比较 .....	256	11.4 使用提示序列的预报 .....	306
10.4 一般的非平稳模型 .....	260	11.4.1 应用条件期望的预报 .....	306
10.4.1 用于非平稳序列的一种 一般模型 .....	260		
10.4.2 用分解的形式建模 .....	260		
10.4.3 一些实际情况 .....	261		



11.4.2	由正交分解求条件期望 .....	307
11.4.3	预报误差与概率极限 .....	307
11.4.4	示例 .....	308
11.4.5	提示序列的实用性 .....	310
11.4.6	一般结果: 用一个单一的提示 序列作预报 .....	311
11.4.7	一般结果: 用多重提示 序列作预报 .....	312
附录A11.1	用于ARMAV模型特殊形式 的初始值 .....	313
附录A11.2	连续至离散的传递函数 .....	316
附录A11.3	关于比例—积分—微分(PID) 控制 .....	318
习题	.....	319
附录		
I:	本书使用数据一览表 .....	321
II:	正态、 $t$ 、 $\chi^2$ 和 $F$ 表 .....	333
	表A: 累积正态分布 .....	333
	表B: $\chi^2$ 分布的百分数点 .....	334
	表C: 学生的 $t$ 分布百分数点 .....	336
	表D: $F$ -分布的百分数点 .....	338
III:	计算机程序 .....	344
	程序输入说明 .....	344
	第二章例子运行结果与输出 .....	347
	第四章例子运行结果与输出 .....	350
	第十章例子运行结果与输出 .....	355

第十一章例子运行结果与输出 .....	361
FORTRAN-77清单 .....	370
参考文献 .....	390
应用方面的文献目录 .....	392
钢铁冶炼 .....	392
制造——一般问题 .....	393
制造——磨料与磨削 .....	393
制造——机床与动力学 .....	394
制造——表面表征描述 .....	395
制造——过程建模 .....	396
制造——在线监测 .....	396
制造——刀具寿命 .....	396
方法学与系统辨识 .....	396
商业、经济学与管理 .....	397
核电站监视 .....	398
太阳能 .....	398
热传导 .....	398
摩擦与磨损 .....	398
纸浆与造纸 .....	398
振动 .....	399
征象分析 .....	399
生物医学工程 .....	399
其他 .....	400
本书采用单位与法定计量单位的 换算关系 .....	400

# 第一章 绪 论

工程、物理、生物和社会科学方面的实际工作者和研究人员都关心观测数据序列的分析。这种数据定量分析的理想目标是研究出一种以数学模型形式，简明而又全面地描述作为基础的系统的特性。这个模型可以用来分析系统和预测在变化环境下系统的性能。从这种分析获得的信息可以进一步用来改变系统中的可能因素和变量，以便达到在某种意义上的最优性能。

本书讨论基于所观测数据的一个有序系列的系统建模、分析、预测和控制问题。作为数据基础的系统可以是容易看得见的，诸如化学过程或机械振动的数据；或者是抽象的、难于看得见的形式，例如股票价格的数据。本书探讨的方法相应地可以用于双重目的。它能仅靠数据求得以随机差分方程和微分方程形式表示的模型。差分方程描述如数据中所反映的抽象系统，可以用于预测和控制。另一方面，微分方程可以通过与实际系统类比来帮助理解和观察系统，作为数据基础的这些微分方程可以用来表征系统、分析系统的行为（如稳定性等）、与其他系统比较和通过改变有关的组成部分更改系统等等。结合能用到的而又不包含在数据内的对系统定性或定量的知识，可以利用微分方程设计出更好的系统，这在物理学和工程中是普通的事；在那些领域里，这类微分方程是根据已知的物理定律推导出来的。

在绪论这一章中，我们将概要地介绍本书的基本原理和主要概念，还准备提供其余几章的概念性的综述，把它们联系起来，并对它们进行适当的展望。

## 1.1 时间序列与系统分析

通常按照时间次序排列的一系列被观测的数据称为一个时间序列，不过时间也可以用其他变量代替，例如用空间代替。在本书中，“数据”这个术语总是指在均匀的间隔内获取的一系列离散的观测值。分析这种数据系列的统计方法称为时间序列分析。时间序列分析区别于其它统计分析的特点是，它能清楚地辨识进行观测的次序的重要性。虽然，在许多其他问题中，观测是统计上相互独立的，但在几乎所有的时间序列中，观测则都是相互依赖的。

数据的统计依赖关系通常是用逐次观测值之间的相关（函数）或自相关（函数）来表示。所以，现有的时间序列分析方法都是建立在经验的或估计的自相关或其傅里叶变换自谱基础上的。经验的自相关是理论自相关的一种不良估计器（estimator）。这些情况使基于这些估计的时间序列分析方法变得困难和麻烦，它需要强烈依赖某些特设的试凑方法。

如能坚持把线性系统分析方法用于时间序列理论和数据依赖关系的推断，就可以避免这些困难。时间序列可以看成是随机系统对不相关的、相互独立的“白噪声”输入响应的一种实现方式。连续时间或离散时间的动态系统数学模型把相互依赖或相关的时间序列输出化为相互独立的或不相关的输入。这样，整个研究方法可归结为：寻找一个能完成这种相互独立数据转化的模型，然后对独立的多次观测使用一些标准的统计方法进行估计、预测和控制。

为此目的所使用的线性系统分析方法有差分/微分方程理论及有关的变换方法。这些方

法不要求先验知识，而是使用相应的  $\delta$  函数，以一种简单的方式来研究它们。我们将会看到，系统地运用这些方法去模拟数据的相互依赖关系，结合标准的统计方法，会使时间序列理论及其推论远比现有的方法简单易懂。此外，系统分析方法在对结果进行物理解释方面是大有帮助的。

在本书中，我们将主要研究一种单一数据序列或单变量时间序列的分析。第十一章介绍把这些方法简单地推广用于多重时间序列 (multiple time series)，这在许多实际情况下已足够了。然而，基于矩阵方法的多变量时间序列的广泛研究则不包括在本书的范围内。

## 1.2 相关、回归、动态和记忆

在统计学理论中，被观测的时间序列是作为随机过程的一种可能的表现方式考虑的，它表示产生此序列的机理。随机过程或时间序列，若其概率分布和其所有的矩都与起始点相互独立，就称为绝对平稳的随机过程。另一方面，当只考虑先前的两个矩，并且假设是与起始点无关时，则称此种过程为广义平稳或简单地就称为平稳随机过程。

对于一个平稳随机过程，均值系一阶矩，它是一个常数，可以假设为零而不失其一般性。二阶矩为协方差，它除以方差（也是一个常数）后给出相关（函数）。所以，一个平稳随机过程或时间序列的理论实质上就是它的相关理论。本书中我们将主要研究平稳的或广义平稳的时间序列。这包括某些具有无穷方差的序列，例如随机走动，这些序列可以作为平稳序列的极限来处理。在第九和第十章将研究由趋势或季节性引起的非平稳性。

理论相关表示时间序列各次观测的彼此依赖关系。这种依赖关系也可以用一个回归模型表示，该模型把当前的观测值表示为两个相互独立的、不相关的、或“正交的”部分之和。这两部分是：依赖于先前观测的一部分，另一部分是独立的系列。例如，假定  $X_t$  表示在  $t$  时刻的观测，则这种模型最简单的是

$$X_t = \phi X_{t-1} + a_t \quad (1.2.1)$$

式中  $\phi$  为常数， $a_t$  为不相关变量或冲击的一个系列。因为这种模型表示  $X_t$  与它自己过去诸数值的依赖关系或回归，故称它为自回归模型；这种模型最早是由尤尔 (Yule) 于1927年提出的。在  $t-1$  时刻，由于观测  $X_{t-1}$  已知，因而它是一个固定的确定性变量，这种模型就是通常的线性回归模型。这样，当  $X_{t-1}$  固定时，在  $t-1$  时刻，就其静态性能而言，自回归模型是一种条件回归模型。第二章详细阐述这种模型的静态条件回归性能，这使我们有可能系统陈述一种简单的建模策略和提供一种条件最小二乘的估计方法。

当  $X_{t-1}$  不是固定时，式 (1.2.1) 变成一动态模型。观测值  $X_{t-1}$  本身将按同样的模型依赖于  $X_{t-2}$ ，通过递归代换可得到

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j a_{t-j}$$

如果使

$$G_j = \phi^j$$

则

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} G_j a_{t-j} \quad (1.2.2)$$

式(1.2.2)以显式表示“AR(1)”模型(1.2.1)的动态结构。它表明过去的冲击 $a_{i-1}$ 如何影响当前的观测 $X_i$ 或者 $a_{i-1}$ 是如何被“记忆”的。概括这种依赖或记忆关系的函数 $G_i$ 称为格林函数,它在对系统建模、预测和分析的整个过程中起主要作用。

差分方程(1.2.1)或它的“解”(1.2.2)表示离散时间的回归、动态或记忆。动态或记忆也可用连续时间的微分方程

$$\frac{dX(t)}{dt} + a_0 X(t) = Z(t) \quad (1.2.3)$$

表示,其解可表示为

$$X(t) = \int_0^{\infty} G(v) Z(t-v) dv \quad (1.2.4)$$

以上两式分别和式(1.2.1)及(1.2.2)相对应。这里, $Z(t)$ 和 $G(v)$ 是 $a_i$ 和 $G_i$ 的连续时间模拟量。格林函数又称脉冲响应函数;我们使用格林函数的名称来突出差分和微分方程的基础理论。必须注意,格林函数是用冲击 $a_i$ ,而不是用观测 $X_i$ 来表示动态或记忆。由于这些冲击,人们不可能准确地预测系统,而且用更大的格林函数值表示的动态或记忆越强,就越不可能预测未来时刻系统的行为。

按此方式,本书对数据的依赖关系或相关的处理将不使用相关的经验估计,而使用诸如式(1.2.1)和(1.2.3)这类模型的条件回归和动态性能。条件回归性能使我们有可能根据相互独立的数据,利用标准的统计方法来作时间序列推断。动态性能使我们有可能用建立在线性差分 and 微分方程基本理论基础上的系统分析方法,从数据来预测、控制和解释作为数据基础的系统。

### 1.3 随机差分/微分方程

一阶模型(1.2.1)或(1.2.3)假定数据中的依赖关系或动态性质非常简单,实际情况可能不是这样的。然而,我们将指出,使用一个逐步复杂的动态模型可以对任意一个平稳的时间序列或随机系统逼近到我们所希望的近似程度,此模型为

$$X_i - \phi_1 X_{i-1} - \phi_2 X_{i-2} - \dots - \phi_n X_{i-n} = a_i - \theta_1 a_{i-1} - \theta_2 a_{i-2} - \dots - \theta_{n-1} a_{i-n+1} \quad (1.3.1)$$

式中阶次 $n$ 可逐步增加。这个线性随机差分方程称为离散的自回归滑动平均模型,用ARMA( $n, n-1$ )表示。这个随机差分方程的解还可以用(1.2.2)的形式表示。详细研究此模型的静态和动态性能将得出一个简单的建模策略:通过逐步增加阶次 $n$ 来拟合这类模型,直至获得一个合适的模型为止。

与此类似,采用逐步增加阶次 $n$ 的线性随机微分方程

$$\begin{aligned} & \frac{d^n X(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} X(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 X(t) \\ & = b_{n-1} \frac{d^{n-1} Z(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 \frac{dZ(t)}{dt} + Z(t) \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

可以表示连续时间的、较复杂的动态。这个随机微分方程称为连续的自回归滑动平均模型,用AM( $n, n-1$ )表示。此随机微分方程的解可以用(1.2.4)的形式表示。

下面我们将讨论如何由表示基于动态系统的数据去获得(1.3.1)和(1.3.2)两类型的差分 and 微分方程,以及如何把这些方程用于预测、控制、描述性能和其他的应用。在

某种意义上，可以把本书看作是线性随机差分/微分方程的理论与应用，特别着重于讨论根据时间序列数据来分析系统的方法。作为这个理论的一个重要部分，我们将阐述当对以式(1.3.2)的微分方程表示的随机系统，在均匀间隔上进行采样时，最终的离散系统具有和(1.3.1)形式相同的表达式。这个结果和第六至第八章中所得出的参数关系一起，使我们有可能用条件最小二乘法同时使两种模型与数据拟合，并且有可能根据不同的应用使用这两种模型中的任一种。

确定性差分方程可以用递归方法求解，这类方法对于利用数字计算机特别适合。在处理随机差分方程时，我们将充分利用这些递归方法。但是，我们将避免牺牲分析解而过分强调递归方法。事实上，分析解有利于更透彻地理解问题，从而可导出较简单的方法，因此它们将受到同样的重视。格林函数是表示这种解的关键，它将得到广泛的应用。此外，一旦较好地掌握了差分方程的分析解之后，掌握随机微分方程理论也就容易了。随机差分/微分方程解之间在形式上的相似性以及它们的相互关系使处理变得相当简单和方便。

虽然，本书所用的微分/差分方程是线性的，但这并不意味着不能把它们用于科学、工程和计量经济学等领域中，在通常意义下的非线性系统的建模。甚至从这些非线性系统观测得出的数据的依赖关系仍然可以用本书所介绍的模型表示。在概率的意义上，这种表示法可以精确至最初的两个矩——均值和自协方差，对于更高阶的矩则为近似的。在确定性的意义上，这种表示法在给定的区间上可以是一种“线性化”的方法，它可以对可能的非线性表达提供一些思路。此外，数据中真正的非线性和非平稳趋势可以用第九和第十章的方法去建模。

## 1.4 应 用

本书所探讨的方法强调以应用为主旨。实际上，只有把这种方法用于分析实际生活的数据，才可能有效地学会这种方法，并全面理解其意义和重要性。为了有助于学习，我们始终利用从不同学科得来的数据去介绍、解释、例示和阐明理论分析和计算过程。这就是为什么我们尽可能避免采用编造一合适的模拟数据组合去阐述某一点的理由。

要很好地理解以数据为基础的系统，需要相当广泛地掌握系统的基本原理。这包括数据所获取的领域的专业知识。另一方面，本书所探讨方法的应用范围并不仅限于某一特定领域。因此，为了避免用许多以数据为基础的特定系统的细节增加读者的负担，我们只从一些典型的领域选择数据，我们希望它们将易被大多数读者所理解。在这种情况下，我们只对作为基础的系统作一简要描述。与此类似，对从数据获得的微分方程的阐述也仅限于为一般读者所能理解的程度，虽然借助有关系统的专业知识，这些方程能使读者对系统有更为深刻的理解。

实际生活中的数据选自以下领域：

	章次
(A) 物理科学和工程学	
(i) 机械振动	3, 4, 7
(ii) 化学过程	10
(iii) 造纸	2, 4, 5, 10, 11
(iv) 金属的切削—磨削	4, 7

(v) 太阳黑子活动	2, 4
(vi) 力学—裂纹扩展	10
(B) 商务、工业与管理	
(i) 股票市场	2, 4, 7
(ii) 金融学	9
(iii) 质量管理	8
(iv) 航空学	9, 10
(C) 社会和行为科学	
(i) 零售与批发价格	9, 10
(ii) 医院利用	9
(D) 经济学	
(i) 国民生产总值	10
(ii) 生产者的耐用物品费用	10

此方法在许多专门领域中应用的更详细的参考资料列在“参考文献”的末尾。有特殊兴趣的读者可以另外阅读在“应用文献录”中所列举的文献，以补充书中的材料。

## 1.5 各章梗概介绍

### 第二章

第二章介绍自回归滑动平均 (ARMA) 模型，目的是表示当前的观测值对过去的观测值的依赖关系。通过五组实际数据来表明这些模型是怎样作为线性回归模型的延伸而自然产生的。线性回归模型表示一组变量对另一组变量的依赖关系。事实上，ARMA模型是条件回归模型，因为当过去的观测值已知，因而也是固定时，这些模型就化为通常的线性回归模型。详细分析其静态或条件回归性能可以得出估计、预报或预测的最小二乘方法，并通过阶次  $n$  渐增的ARMA ( $n, n-1$ ) 模型对逐步复杂的依赖关系得出一种简单的建模过程。

### 第三章

第三章研究ARMA模型的非条件回归或动态特性。推导和讨论了以不同方式描述ARMA系统动态的三种特性。第一种方式是格林函数，它表示过去的诸 $a_t$ 值对 $X_t$ 的影响。第二种方式是“逆函数”，它表示过去的诸 $X_t$ 对当前的 $X_t$ 的影响。第三种方式是自·协方差/自相关函数，它是 $X_t$ 与 $X_{t-1}, X_{t-2} \dots$ 的依赖关系的一种统计特性描述。动态性能，即稳定性和可逆性对ARMA模型的参数施加某些限制，在该章中将作详细的研究。

### 第四章

在第四章中，我们应用以前几章中讨论的静态和动态特性导出一个由时间序列数据建立ARMA系统模型的简单而又合理的过程，这个新的建模过程是用ARMA ( $n, n-1$ ) 模型使 $n$ 按阶次为2递增，逐次逼近数据，直至获得恰当的近似程度为止。讨论了估计的过程，包括求得非线性回归的初始猜测值的方法。本章还提供对适用性的简单检验法，利用第二章所介绍的五组实际数据来阐述完整的建模过程。

### 第五章

第五章用这样获得的ARMA模型进行预报和预测。利用条件期望能够计算出在任意导前

时刻的预报以及在诸  $a_i$  为正态的假设下能够求得预报的概率极限。(除了第四章的适用性检验之外,这是唯一地应使用诸  $a_i$  为正态分布的地方。在本书的其余部分,都假设诸  $a_i$  是相互独立的或互不相关的)。第五章还指出,用 ARMA 模型的预报可以把科尔莫戈洛夫 (Kolmogorov) 和维纳 (Wiener) 在非常抽象的范畴内开创的深奥预测理论和预报的经验方法联系起来;这种预报的经验方法从简单平均的概念开始,然后引导至指数平滑。对指数平滑和 ARMA 模型之间的关系进行了详细的考察。

## 第六章

第六章从探讨用一阶微分方程确定的随机系统的理论和应用开始研究连续系统。研究了一阶系统的物理意义和稳定性特性,然后利用狄拉克 (Dirac)  $\delta$  函数以一种简单方式介绍了一阶连续自回归模型  $A(1)$ 。推导了  $A(1)$  系统的格林函数和自协方差函数,并且指出,当在相同间隔上对系统采样时,它可以用 AR(1) 模型表示。推导了  $A(1)$  与 AR(1) 模型之间的参数关系,并用这种参数关系从离散数据中求得  $A(1)$  模型。本章还讨论了  $A(1)$  模型的一些极限情况,包括随机走动。

## 第七章

第七章讨论最重要和应用最广的连续随机系统,它是用二阶微分方程表征的。为了更好地直观理解,系统是以一个质量—弹簧—阻尼器系统的随机振动来描述的,这就使抽象模型有一定的物理意义。在分析格林函数和自协方差函数后,导出了均匀采样的二阶系统的离散表达式。探讨了连续和离散模型之间的参数关系,并把这些关系用于从离散数据求取连续模型。研究了采样间隔和自然频率的影响。介绍了理论的实验证明和一个示范性例子。

## 第八章

第八章分析了一个更为一般的二阶系统  $AM(2,1)$ ,指出众所周知的指数平滑方法是均匀采样  $AM(2,1)$  模型的一个特殊情况。 $AM(2,1)$  模型可以解释为一阶系统带有一阶反馈的结果。这个解释说明,为什么对经济、商务或质量控制的许多系统来说, $AM(2,1)$  模型将是基本的;在这些系统中,使用指数平滑是成功的。还讨论了  $AM(2,1)$  模型的其他一些极限情况和示范性例子。

## 第九章

第九章阐述大量具有趋势和季节性的实际时间序列可以用第四章的方法来建模和分析。给出了格林函数和模型化时间序列一起的一种分析,以揭示格林函数是如何确定季节性和趋势的。利用医院调查、零售和批发价格指数及投资和金融市场行情的数据去解说趋势和季节性的建模。

## 第十章

本章把所述的研究方法扩展到具有非平稳和季节性趋势的数据。我们用从不同学科得来的实际数据去处理线性的、指数的和正弦形的趋势,开发研究出一种新的建模方法。这种方法是建立在把数据分解成确定性的和随机性的两部分的基础上的。阐述了这种方法与其他方法,例如差分法相比较的优点,它注意到了非平稳性。

## 第十一章

本章探讨多重时间序列的建模、预报和控制问题。应用一种与状态空间方法相似的 ARMA 模型表达式就可能在一些广泛的假设下以简单方式将第四章的建模过程推广到多重序列。本章通过同时使用两组或三组数据阐述如何对它们进行建模和如何利用这些模型去推导

最优控制方程，以及通过提示序列 (leading indicator) 进行预报。

重点在一阶和二阶系统

本书始终着重和详细研究一阶和二阶系统。一阶系统使读者容易掌握基本概念，而不需用太多的数学知识。二阶系统有一些添加的特征和重要的实际意义，值得详细研究。本书也提供了更高阶系统的表示法，不过省略了其推导过程或者让读者参看其他文献。这些表示方法可以容易地编入计算机程序，因此它也能用于更高阶的系统。每当需要时，就给出处理这类较高阶系统的例子。

符号表示

本书不探讨时间序列的测量理论或分布理论。事实上，本书研究方法的主要优点之一是能通过系统分析的方法使概率的概念大大简化。因此，在许多情况下，用不同的字母或随机码去区别总体和样本、随机变量和观测量、估计值和理论值既没有必要，也不方便。所以，除非绝对必要，本书不作这样的区别。特别是，把时间序列模型中参数的估计值看作预报中的“真”值，从数据求得诸 $a_i$ 的计算值，不用诸 $a_i$ 来加以区别，随机变量和它的观测值都用 $X_i$ 表示等等。

习题

每章结束前的习题是学习的一个主要部分。它们的意义不仅是为了实际练习用和理解课文中所讨论的概念，而且也借以阐明课文中未讨论过的其他内容。这些内容中有许多还是后续章节一些概念的先导。时间序列分析最好是通过分析自己感兴趣的数据来进行练习，而且每当可能时，应该把这些分析作为习题的补充。

带星号的各节

较深的几节可能比其余各节要求更湛深的背景知识，我们将用星号把它们标出。这几节可以省略而不会妨碍主要内容的连续性。带星号的几节中有一些节包含有在深入了解或比较时文献中找不到的一般结果及表达式和方法，并且还包含有部分自相关、谱和其他在创立本方法时不直接需要的特性的简要讨论。

## 1.6 读者/教师指南

本书是为四年级大学生和低年级研究生正规课程编写的教科书。它也可作为自学读本和参考书。本节拟使读者能了解本书内容的数学深度，以便为读者提供一些如何根据各自的需要使用本书的指南。

第二章、第四章（4，5节）和第九章及第十章（附录除外）都不含任何数学推导。如果在这些章节中不可避免地使用了一些公式，读者可以独自地阅读它们，并了解离散系统建模的基本方法和详细过程。单独在本书材料的基础上，读者就能使用根据教材编制的适用的计算机程序从平稳的或非平稳的序列求得所需要的模型。

第五章使用了最简单的数学来进行预报。条件期望的概念在5.2节中是作为正交投影的几何概念来解释的。然而，甚至这一节也可省略，而直接从5.3.2节开始，并认为条件期望规律不必再求证。如果在3.1.5节中用比较系数的方法来简单阐释格林函数的计算，则可得到预报及其方差。这个材料也适用于求取第十一章中的最优控制方程和控制误差的方差。因此，建模、预报和控制的机理及方法可以不需要深广的数学基础也能学会和运用。



第三章的代数是直接以长除法得出的几何级数之和（以及在某种程度上，用简单的部分分式分解得出）为基础的。一开始就提出这两个概念，并且广泛在本章和以后各章中使用。研究这些概念对理解ARMA模型的动态是必要的，这在解释模型的物理意义和直观理解模型时非常重要。

第六章和第七章应用到普通一阶和二阶线性微分方程的计算法。此法从一开始，通过介绍狄拉克 $\delta$ 函数就提出了。然而，我们希望读者了解和熟悉有关指数函数的微分和积分的结果（在附录A6.1中加以复习），在第八章中也要用到它。

作为一学期课程的教材，本书可以由讲授者的意思处理。在麦迪逊市（Medison）的威斯康星大学，我们是这样来讲授第二至第十一章；详细讨论第二至第五章；从第九至第十一章只举几个有选择性的例子（针对学生们感兴趣的领域）来阐明模拟、分析和物理意义解释所涉及的概念。在第六至第八章中，连续AM模型的理论可以不加证明地进行学习，但是必须强调连续系统和离散系统之间的基本类似点。

作为两学期的课程时，可以这样划分：先讲授第一至第六章，然后讲授第七至第十一章。也可以这样划分：（I）离散平稳系统和预报——第一至第五章和第十一章；（II）连续系统和非平稳序列——第六至第十章。无论如何划分，都应该经常鼓励学生根据他们的专业领域的实际数据作学期课外研究，以利于充分理解建模方法的应用。