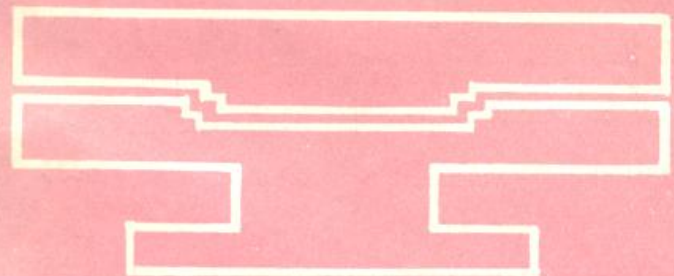


· 1 ·

M
U
J
U
J
I
S
H
U

模 具 技 术

1985



上海交通大学出版社

主 编 阮雪榆

责任编辑 周水涛

封面设计 宗翼敏

2937/23

模 具 技 术

(1985年 第1辑)

上海交通大学出版社出版
(淮海中路1084弄19号)

新华书店上海发行所发行
交通大学印刷厂排版印装

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 8 字数 200000

1985年4月第1版 1985年4月第1次印刷

印数: 1—9500

统一书号: 15324.2

科技书目: 94-125

定价: 1.50 元

发 刊 词

阮日松

《模具技术》试刊以来，两年过去了。

当时，上海市科委应全市工业发展之所需，组织了一个规模宏大的1983~1985年为期三年的模具技术协作攻关；为适应这一攻关的具体协作，在市科委的大力支持下，上海市手工业局和上海交通大学合作创办了上海模具技术研究所，作为这一攻关的组织协作负责单位；又为攻关过程中的学术、技术、动态交流，《模具技术》应运而生。

从本刊试刊以来，不仅得到了本市攻关单位的大力协作与支持，而且得到了全市模具技术界和全国模具技术界的关怀和支持，值此正式出版之际，我代表编委会及上海交通大学出版社《模具技术》编辑部同人，向广大作者和读者致以衷心的感谢。

我国科学技术要面向现代化，面向世界，面向未来，模具技术也同样如此，随着电子计算机科学和技术以及精密加工技术、塑性加工技术的迅猛发展，我国模具的设计与制作有可能迅速地从基本上属于手工业状态，向现代化过渡。如模具的电子计算机辅助设计、辅助制作，模具的设备更新、材料、工艺、模具生产和管理的自动化等等，今天不仅已经摆上日程，且已取得若干成果。

同时，模具技术的国际间交流协作，也已日益频繁，相信我们的《模具技术》在新形势下，在广大作者和读者的继续关怀和支持下，一定能办出新的水平，与全国整个模具界的前进脚步相同步。

目 录

1985年第1辑

发刊词.....阮雪榆

专 题 研 究

轴对称杯—杆件复合挤压力上限解.....阮雪榆、李绍林、张水忠、李光伟 (1)
圆柱体闭式镦粗力的上限解.....林治平、夏泰明 (11)
高矩形盒多次成形工艺的研究.....杨玉英、李硕本 (20)
提高 Bi-Sn 低熔点合金性能的研究.....栾吉森、胡晓燕 (30)
硅钢板冲裁模的寿命分析.....邱忠义 (35)

工 艺 设 计

管壳底盘的冷挤压.....管 友、姜瑞华 (43)
斜刃冲裁力计算诺莫图.....李南飞 (46)
热挤冲模的脆裂与防止.....王贤敏 (54)
在普通冲床上使用的对向精密冲裁模.....陈德贵 (58)
铝合金前后轴壳的挤压成形.....马顺忠 (63)
注塑模浇口的选用和尺寸计算.....于权符 (68)
高精度塑件模具的设计与制造.....钱大文、熊乐仪 (80)
热固性塑料注射模的设计.....陈中一 (83)
型腔电火花加工工艺规律及花模的加工.....王永法 (92)
组合冲模的凹模结构形式.....郑家贤 (101)

生 产 管 理

型腔模价格估算的几个主要因素.....张照荣 (102)

国 际 交 流

带法兰空心件成形新工艺的研究及应用.....[日]工藤和美等 (113)
深锥零件极限挤压系数.....[苏]Э.П. 梅尔尼科夫 (123)

征稿简则.....本刊编辑部(封三)

轴对称杯—杆复合挤压力上限解

上海交通大学 阮雪榆 李绍林 张水忠 李光伟

一、概 述

轴对称杯—杆型复合挤压作为一种成形工艺,具有诸如挤压力低、可一次成形形状较复杂的零件、零件质量好、生产率高等一系列优点,目前已广泛应用于各生产领域。但是,对于作为其最主要的工艺参数之一的挤压力的研究,却尚不多见。

挤压模具的设计,模具使用寿命的预测,挤压工艺的制订,压力机吨位的选择,均须计算挤压力的大小。但是,由于塑性理论数学上的困难,即使是对于单自由度的纯正挤或纯反挤,都无从获得精确的解析解,更不用说是多自由度的复合挤压了。生产中,复合挤压力是根据组成此复合挤压相应的正挤或反挤挤压力中较小的一种来估算的。近年来,随着电子计算机技术的迅速发展和广泛应用,许多工程上常用的近似计算方法获得了强大的生命力,上限法就是其中的一种。

上限原理是:在边界 S_* 上,与运动学许可的一任意速度场 $\dot{u}_i^*$ 相对应的表面力 T_i^* 所作的功率,总是大于或等于真实表面力 T_i 所作的功率。

在压力加工中,一般自由表面 S_r 上, T_i 为 0,同时假定边界 S_* 上 $\dot{u}_i^*$ 为均匀速度,合力 $P^* = \int_{S_*} T_i dS_i$, 考虑到摩擦消耗的功率,则

$$P^* \dot{u}_i^* = \int_V \sigma_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^* dV + \sum \int_{S_{D_i}} K |\Delta \dot{u}_i^*| dS_{D_i} + \sum \int_{S_{f_i}} mK |\dot{u}_i^*| dS_{f_i} \quad (1)$$

二、流动模式的建立

为了使所求得的上限解较小,所设计的流动模式应尽可能与真实的流动情况相一致。图 1 为变形程度 $\epsilon_1=65\%$ 、 $\epsilon_2=65\%$ 时,复合挤压在最大挤压力出现前后的网格畸变照片。参考实际流动情况,现设计图 2 所示的流动模式,其中 A 区、 O 区为刚性区, B 区、 F 区为刚性平移区。 $OQ=H-R_1$, $EP=R_0-R_2$ 。 C 区、 D 区为塑性变形区。分流点 M 在 ST 连线上, PM 和 MQ 直线上各 N 等分,把 C 区、 D 区分成 N 个塑性变形小块。随着凸模以 $\dot{U}_0$ 的速度向下移动,分流点 M 以上的塑性变形区金属以反挤的形式向上流动,而以下的塑性变形区金属则以正挤的形式向下挤出。当然,分流点 M 的位置也随着压下量的变化而移动。

A 区金属的轴向速度 $\dot{U}_z^A$ 与凸模移动的速度 $\dot{U}_0$ 一样。为了计算的方便,定 $\dot{U}_0$ 为一个速度单位。 A 区金属的径向速度 $\dot{U}_r^A$ 为 0, O 区金属的轴向速度 $\dot{U}_z^O$ 和径向速度 $\dot{U}_r^O$ 均为 0。金属正挤出口速度 $\dot{U}_1 = \dot{U}_0 \frac{\rho^2}{R_1^2}$, 反挤出口速度 $\dot{U}_2 = -\dot{U}_0 \frac{R_2^2 - \rho^2}{R_0^2 - R_2^2}$ 。因此 F 区金属轴向速度

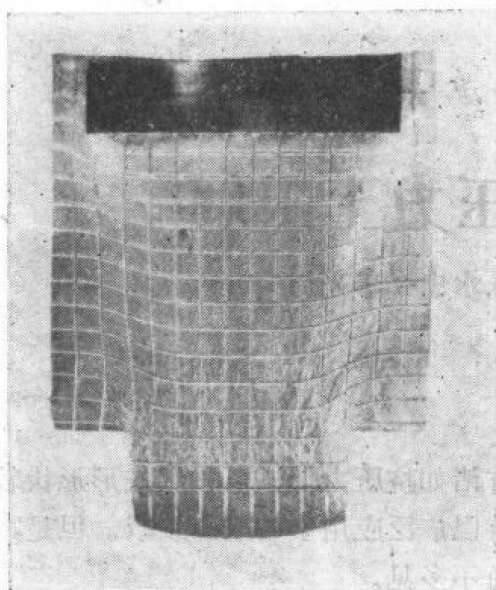


图 1 试样网格畸变照片

$\dot{U}_z^F = \dot{U}_I$, 径向速度 $\dot{U}_R^F = 0$ 。B 区金属轴向速度 $\dot{U}_z^B = \dot{U}_b$, 径向速度 $\dot{U}_R^B = 0$ 。

塑性变形区各小块的金属流动速度的选择原则应满足轴对称塑性变形时体积不变的条件, 即 $\dot{\epsilon}_{RR} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_{ZZ} = 0$, 在塑性变形区的边界上又要满足已有的边界条件, 在各小块之间的边界上, 金属流动的径向速度必须相等。这样, 材料不至于发生剥离或嵌入。同时, 设计的速度场应尽可能简单, 以便运算。

根据轴对称塑性变形体积不变条件

$$\dot{\epsilon}_{RR} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_{ZZ} = 0$$

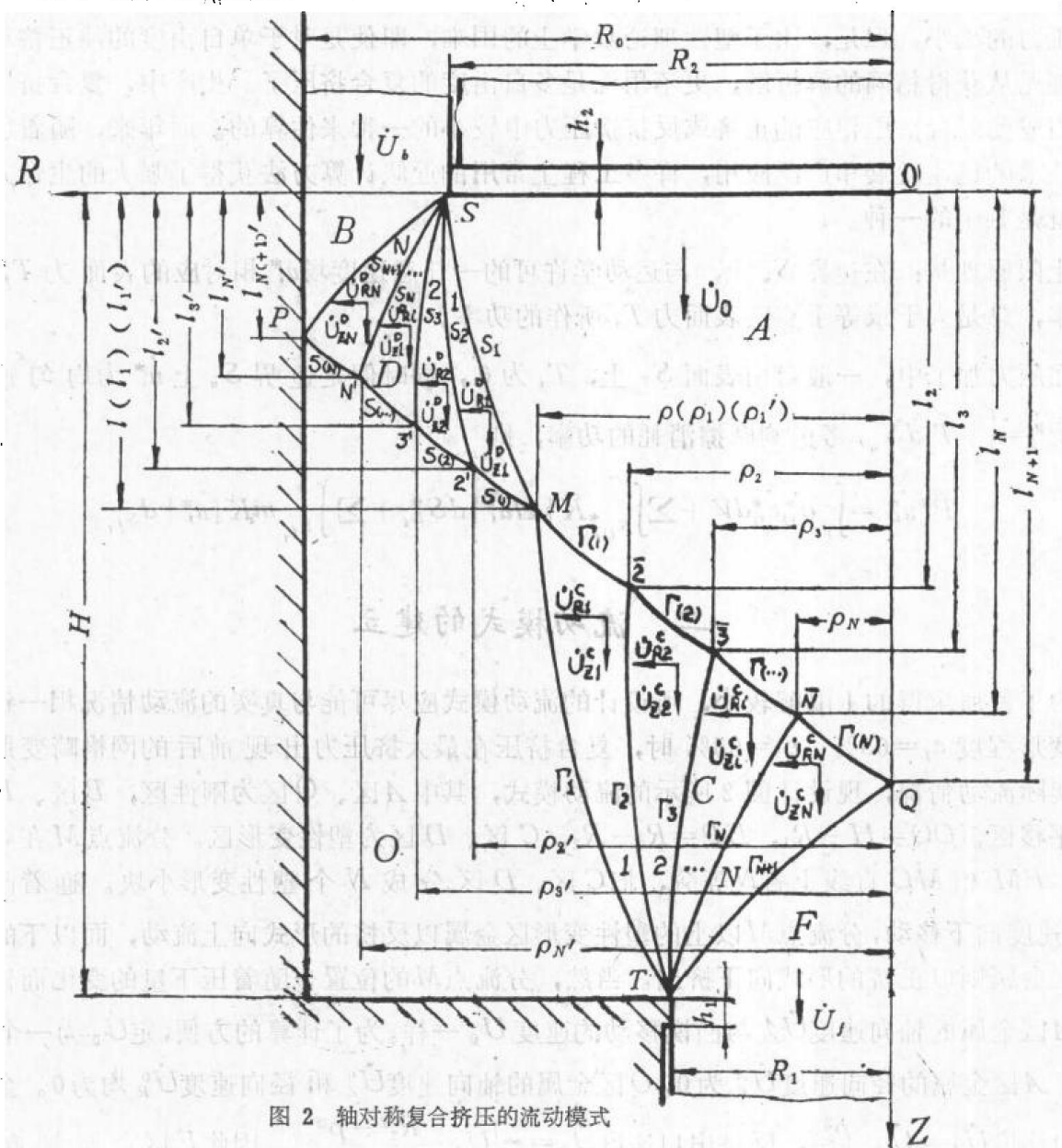


图 2 轴对称复合挤压的流动模式

则

$$\frac{\partial \dot{U}_R}{\partial R} + \frac{\dot{U}_R}{R} + \frac{\partial \dot{U}_Z}{\partial Z} = 0$$

最简单的解为

$$\frac{\partial \dot{U}_R}{\partial R} + \frac{\dot{U}_R}{R} = 0$$

$$\frac{\partial \dot{U}_Z}{\partial Z} = 0$$

这样

$$\dot{U}_R = \frac{C}{R}$$

$$\dot{U}_Z = f(R)$$

而 $\dot{U}_Z$ 的最简单的形式为 $\dot{U}_Z = \text{常数}$ 。

因此, C 区各小块的金属流动径向速度为 $\dot{U}_{R_i}^C = -\frac{A_{C_i}}{R}$, 轴向速度为 $\dot{U}_{Z_i}^C = B_i$, D 区各

小块的金属流动径向速度为 $\dot{U}_{R_i}^D = \frac{C_i}{R}$, 轴向速度为 $\dot{U}_{Z_i}^D = -D_i$, 其中 $i=1, 2, 3, \dots, N$ 。

根据速度不连续区之间边界两侧法向速度相等原则, 得到在子午面上速度不连续面的边界母线方程。

C 区部分:

$$Z_{r_i} = -\frac{B_i - B_{i-1}}{2(A_i - A_{i-1})}(R^2 - R_1^2) + H \quad (2)$$

$$Z_{s(i)} = \frac{\dot{U}_0 - B_i}{2A_i}(R^2 - \rho_i^2) + l_i \quad (3)$$

其中:

$$A_i = \frac{\dot{U}_0 + \frac{2A_{i-1}(H - l_i)}{\rho_i^2 - R_1^2} - B_{i-1}}{2\left[\frac{l_{i+1} - l_i}{\rho_{i+1}^2 - \rho_i^2} + \frac{H - l_i}{\rho_i^2 - R_1^2}\right]}$$

$$B_i = \frac{2(A_i - A_{i-1})(H - l_i)}{\rho_i^2 - R_1^2} + B_{i-1}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$A_0 = B_0 = 0$$

$$\rho_{i+1} = 0$$

$$Z_{r_{N+1}} = \frac{\dot{U}_f - B_N}{2A_N}(R^2 - R_1^2) + H$$

D 区部分:

$$Z_{s_i} = -\frac{D_i - D_{i-1}}{2(C_i - C_{i-1})}(R^2 - R_2^2) \quad (4)$$

$$Z_{s(i)} = -\frac{D_i}{2C_i}(R^2 - \rho_i^2) + l_i' \quad (5)$$

其中

$$C_i = \frac{-\frac{2C_{i-1}l_{i-1}'}{\rho_{i-1}'^2 - R_2'^2} - D_{i-1}}{2\left[\frac{l_{i+1}' - l_i'}{\rho_{i+1}'^2 - \rho_i'^2} - \frac{l_i'}{\rho_i'^2 - R_2'^2}\right]}$$

$$D_i = \frac{-2(C_i - C_{i-1})l_i'}{\rho_i'^2 - R_2'^2} + D_{i-1}$$

$$i=1, 2, 3, \dots, N$$

$$C_0=0, D_0=\dot{U}_0$$

$$\rho_{N+1}'=R_0$$

$$Z_{s_{N+1}} = -\frac{\dot{U}_0 + D_N}{2C_N}(R^2 - R_2'^2)$$

三、挤压力的上限计算

本文所讨论的上杯一下杆类复合挤压所消耗的功率由三部分组成：坯料内速度不连续面剪切功率 W_I 、塑性变形区的塑性变形功率 W_s ，坯料与模具之间的摩擦所消耗的功率 W_M 。

剪切功率：

$$W_I = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \left\{ \sum_{i=1}^{N+1} \left[\sigma_{r_i} \left| \frac{(B_i - B_{i-1})^2}{3(A_i - A_{i-1})} (\rho_i^3 - R_1^3) + (A_i - A_{i-1})(\rho_i - R_1) \right| \right. \right. \\ \left. \left. + \sigma_{s_i} \left| \frac{(D_i - D_{i-1})^2}{3(C_i - C_{i-1})} (R_2^3 - \rho_i^3) + (C_i - C_{i-1})(R_2 - \rho_i') \right| \right] \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^N \left[\sigma_{r_0} \left| \frac{(B_i - \dot{U}_0)^2}{3A_i} (\rho_i^3 - \rho_{i+1}^3) + A_i(\rho_i - \rho_{i+1}) \right| \right. \right. \\ \left. \left. + \sigma_{s_0} \left| \frac{D_i^2}{3C_i} (\rho_{i+1}'^3 - \rho_i^3) + C_i(\rho_{i+1}' - \rho_i') \right| \right] \right\} \quad (6)$$

塑性变形功率：

$$W_s = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \sum_{i=1}^N \left\{ \sigma_{c_i} A_i \left[\left(\frac{B_{i+1} - B_i}{2(A_{i+1} - A_i)} - \frac{B - B_{i-1}}{2(A - A_{i-1})} \right) \right. \right. \\ \cdot \left(\frac{\rho_i^2 - R_1^2}{2} - R_1^2 \ln \frac{\rho_i}{R_1} \right) - \left(\frac{B_{i+1} - B_i}{2(A_{i+1} - A_i)} + \frac{\dot{U}_0 - B_i}{2A_i} \right) \\ \cdot \left. \frac{\rho_i^2 - \rho_{i+1}^2}{2} + \left(\frac{(B_{i+1} - B_i)R_1^2}{2(A_{i+1} - A_i)} + \frac{(\dot{U}_0 - B_i)\rho_i^2}{2A_i} + H - l_i \right) \ln \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} \right] \\ + \sigma_{D_i} C_i \left[\left(\frac{D_{i+1} - D_i}{2(C_{i+1} - C_i)} - \frac{D_i - D_{i-1}}{2(C_i - C_{i-1})} \right) \cdot \left(\frac{\rho_i'^2 - R_2'^2}{2} - R_2'^2 \ln \frac{\rho_i'}{R_2} \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{D_{i+1} - D_i}{2(C_{i+1} - C_i)} - \frac{D_i}{2C_i} \right) \cdot \frac{\rho_{i+1}'^2 - \rho_i'^2}{2} + \left(\frac{D_i \rho_i'^2}{2C_i} - \frac{(D_{i+1} - D_i)R_2'^2}{2(C_{i+1} - C_i)} \right. \right. \\ \left. \left. + l_i' \right) \ln \frac{\rho_{i+1}'}{\rho_i'} \right] \right\}$$

摩擦消耗功率：

$$W_M = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m \{ \sigma_f R_1 h_1 |\dot{U}_f| + \sigma_b [R_2 h_2 |\dot{U}_0 - \dot{U}_b| + R_0 |\dot{U}_b| (h_2 + l_{N+1}')] \} \quad (8)$$

其中

$$l_{N+1}' = -\frac{\dot{U}_b + D_N}{2C_N} (R_0^2 - R_2^2)$$

复合挤压所消耗的总功率:

$$W = W_f + W_s + W_M \quad (9)$$

根据能量最小原理, 为了获得 W 最小值, 将(9)式对 ρ 求导, 并令其为零, 即 $\frac{dW}{d\rho} = 0$, 求出 ρ , 再代入(9)式, 求出 $W_{\min}$ 。

因为 $W = P\dot{U}_0$, 所以 $P = \frac{W}{\dot{U}_0}$, 这里, $\dot{U}_0$ 为一个速度单位。

由于运算繁琐, 最小功率的计算采用 0.618 优化法, 编制了专用程序在电子计算机上进行运算。

为了确定塑性变形区中分块数 N 对挤压力 P 的影响, 对 $\varepsilon_f = 65\%$ 、 $\varepsilon_b = 65\%$ 时的复合挤压, N 从 1 到 12 的挤压力进行计算。图 3 是 N 与 $\frac{P}{\sigma_0}$ 的关系曲线, 从中可见, N 对 $\frac{P}{\sigma_0}$ 的影响不大, 除 N 从 1 到 3 时 $\frac{P}{\sigma_0}$ 略有下降外,

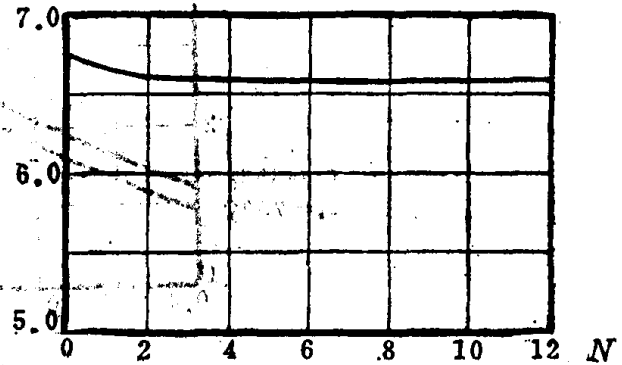


图 3 分块数 N 与 P/σ_0 关系曲线

$N > 3$ 后基本不变。为了计算方便, 本文采用 $N=1$ 时的流动模式。

这样, 对于理想刚塑性材料, 其上限解 $\frac{P}{\sigma_0}$ 的计算公式为

$$\begin{aligned} \frac{P}{\sigma_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \{ & \frac{\rho^3 [4\rho^2 H^2 + 3(\rho + R_1)^2 (R_2 - R_1)^2]}{3R_1(\rho + R_1)(R_2 - R_1)N_1} + \frac{2\rho(N_1 - 2\rho H)}{3(R_2 - R_1)} \\ & + \frac{(R_0^2 - \rho^2) [4(R_0^3 - \rho^3) H^2 + 3(R_0 - \rho)(R_2 + \rho)^2 (R_2 - R_1)^2]}{3(R_2 - R_1)(\rho + R_2)(R_0 - R_2)N_2} \\ & - \frac{4H [(R_0^2 - \rho^2)(R_0^3 - R_2^3) + (R_0^3 - \rho^3)(R_0^2 - R_2^2)]}{3(R_2 - R_1)(R_2 + \rho)(R_0^2 - R_2^2)} \\ & + \frac{2N_2 [(R_0^2 - \rho^2)^2 (R_0^3 - R_2^3) + (R_0^3 - \rho^3)(R_0^2 - R_2^2)]}{3(R_0^2 - \rho^2)(R_2 + \rho)(R_2 - R_1)(R_0^2 + R_2^2)(R_0 + R_2)} \\ & + \rho^2 \ln \frac{\rho^2}{R_0 R_1} + \frac{R_0^2 - \rho^2}{R_0^2 - R_2^2} R_2^2 \ln \frac{R_0}{R_2} \\ & + m \left[\frac{h_2(R_0 R_2 - \rho^2)}{R_0 - R_2} + \frac{R_0(R_2 - \rho)N_2}{(R_0 + R_2)(R_2 - R_1)} \right. \\ & \left. - \frac{R_0 H (R_2 - \rho)}{R_2 - R_1} + \frac{h_1 \rho^2}{R_1} \right] \} \quad (10) \end{aligned}$$

$$N_1 = (\rho + R_1)(R_2 - R_1) + H R_1$$

$$N_2 = (R_2 + \rho)(R_2 - R_1) + H(R_0 + R_2)$$

为了便于计算，本文对各种变形程度的复合挤压的 $\frac{p_{ave}}{\sigma_0}$ 和 $\frac{H}{2R_0}$ 的关系进行了计算。考虑到实际生产中 $\frac{H}{2R_0}$ 一般小于 1，所以对 $\frac{H}{2R_0}$ 大于 1 的情况未予计算。图 4、图 5、图 6、

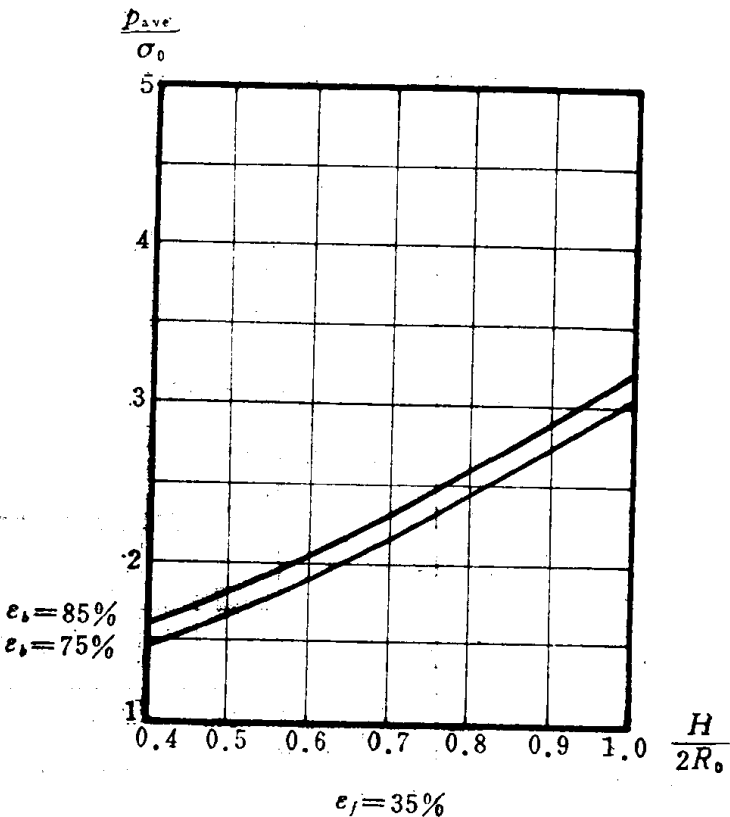


图 4 $\epsilon_f=35\%$ 时，复合挤压 p_{ave}/σ_0 与 $H/2R_0$ 的关系曲线

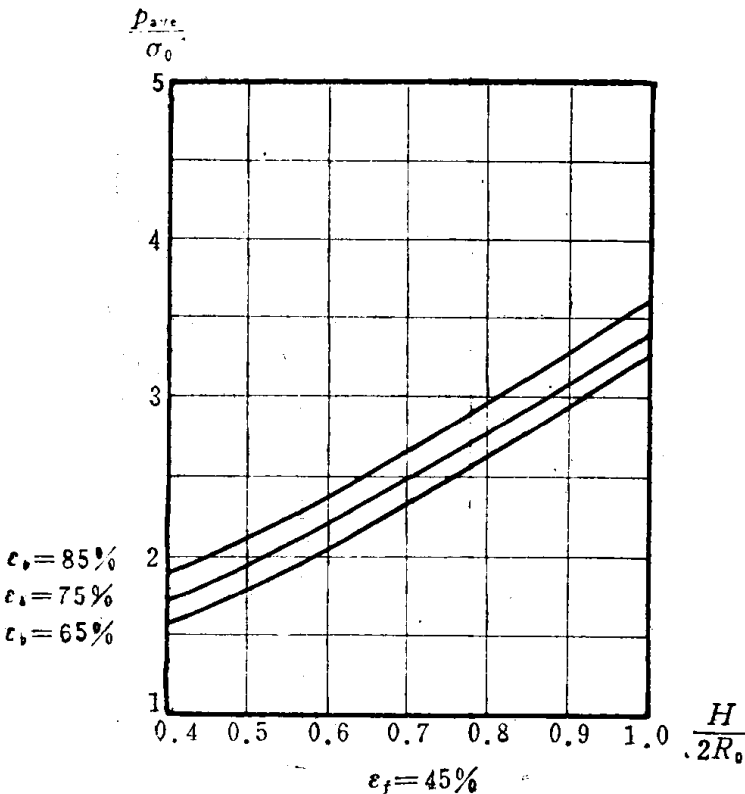


图 5 $\epsilon_f=45\%$ 时，复合挤压 p_{ave}/σ_0 与 $H/2R_0$ 的关系曲线

图7、图8、图9分别为各种不同变形程度的复合挤压 $\frac{p_{ave}}{\sigma_0}$ 与 $\frac{H}{2R_0}$ 的关系曲线, 从图示曲线可见, 在一定的 ε_f 和 $\frac{H}{2R_0}$ 时, $\frac{p_{ave}}{\sigma_0}$ 值随着 ε_b 的增加而增大。在 ε_f 、 ε_b 一定时, $\frac{p_{ave}}{\sigma_0}$ 值随着 $\frac{H}{2R_0}$ 的增加而增大。

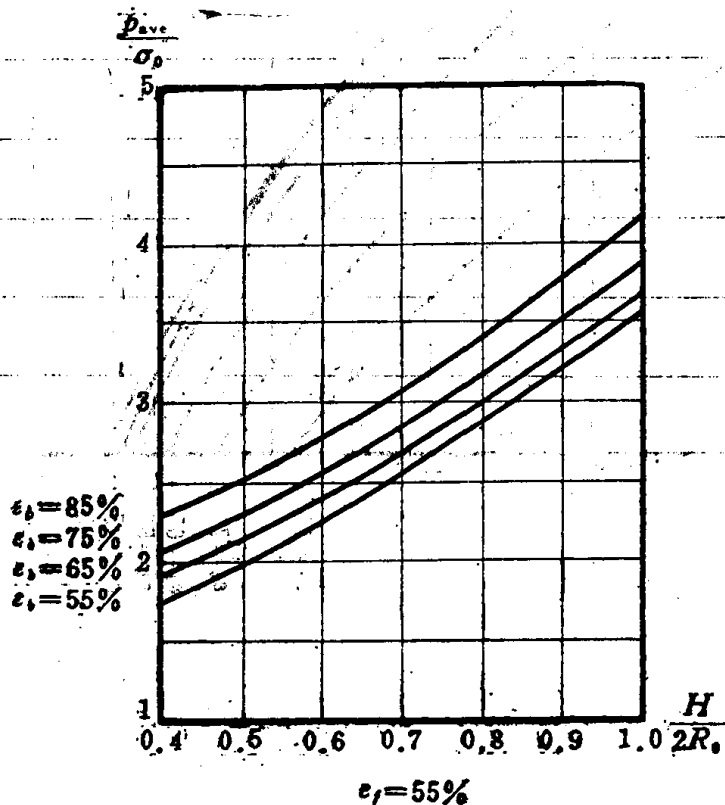


图6 $\varepsilon_f=55\%$ 时, 复合挤压 p_{ave}/σ_0 与 $H/2R_0$ 的关系曲线

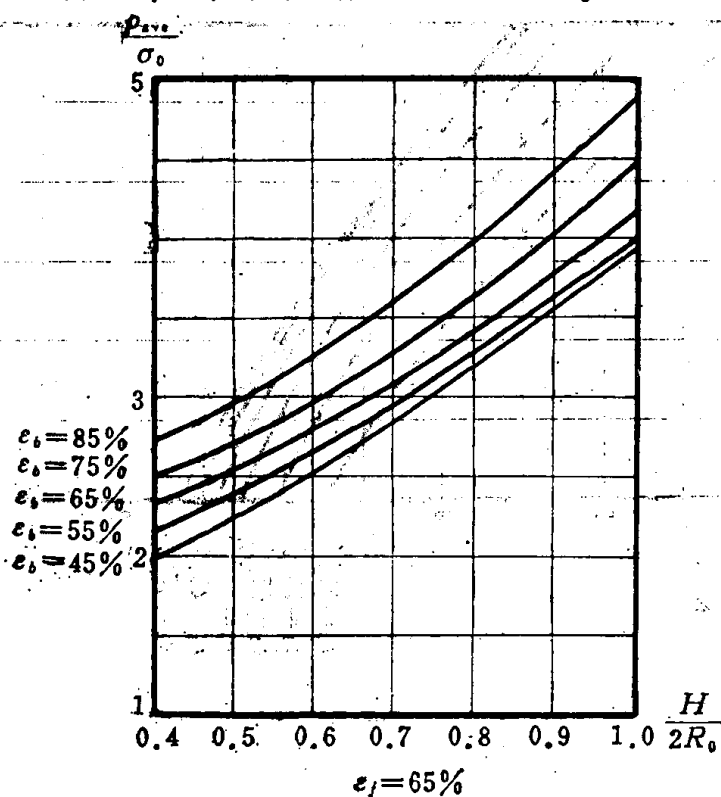


图7 $\varepsilon_f=65\%$ 时, 复合挤压 p_{ave}/σ_0 与 $H/2R_0$ 的关系曲线

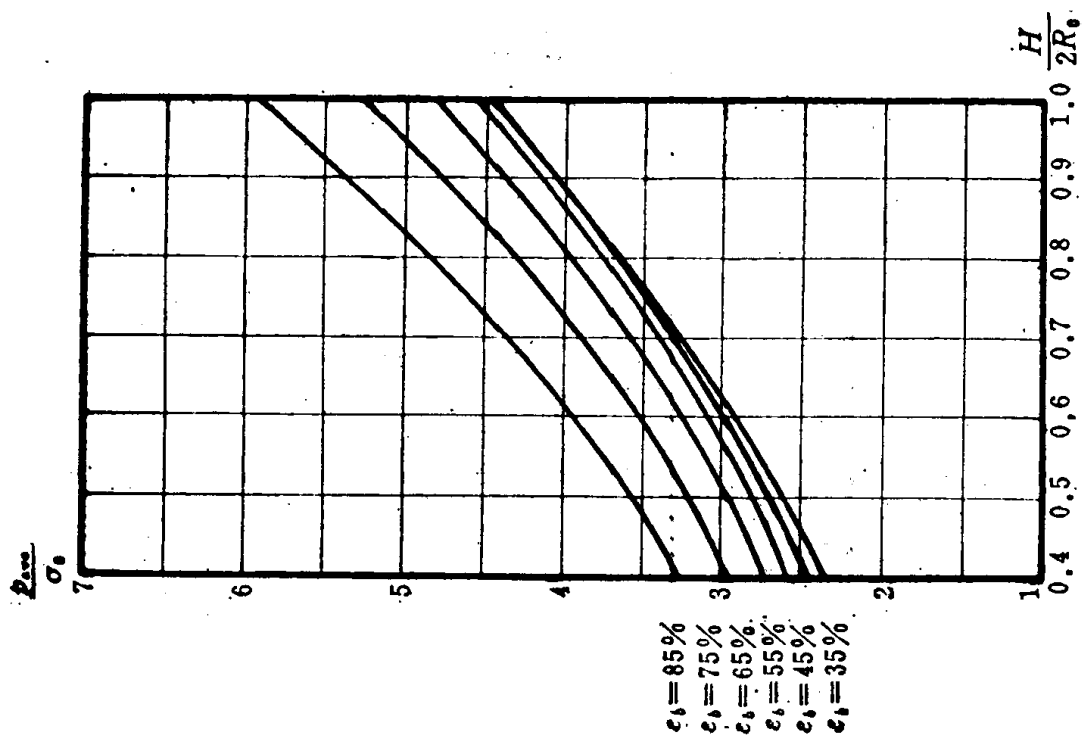


图 8 $\epsilon_f=75\%$ 时, 复合挤压 p_{av}/σ_0 与 $H/2R_0$ 的关系曲线

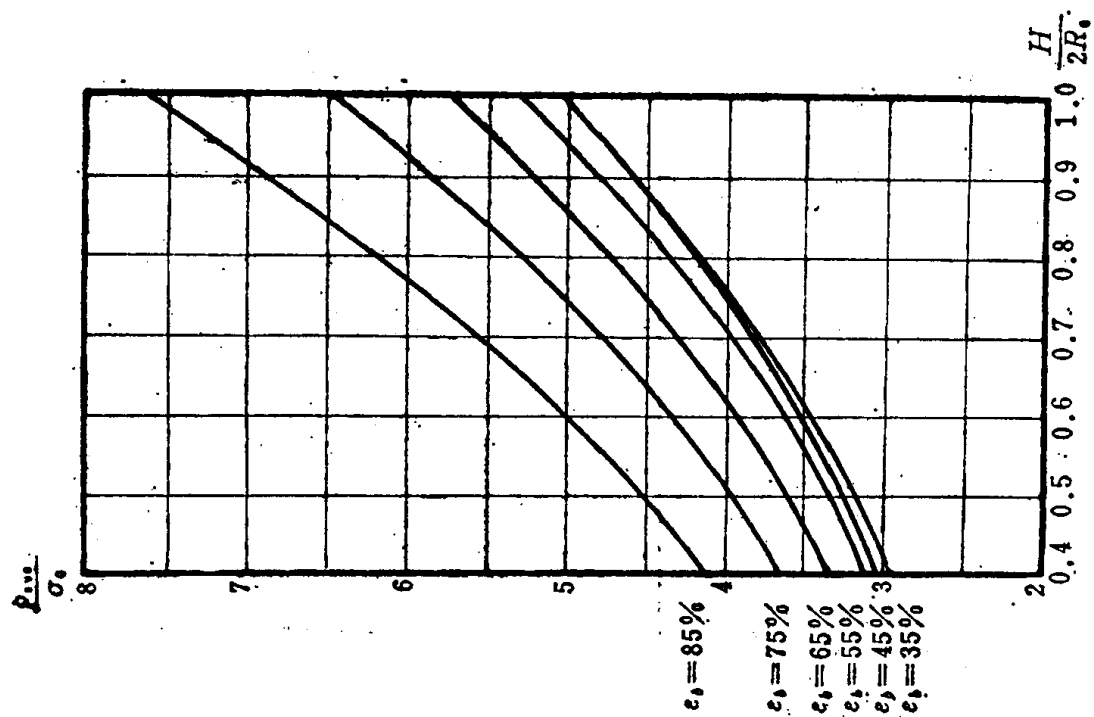


图 9 $\epsilon_f=85\%$ 时, 复合挤压 p_{av}/σ_0 与 $H/2R_0$ 的关系曲线

σ (kgf/mm²)

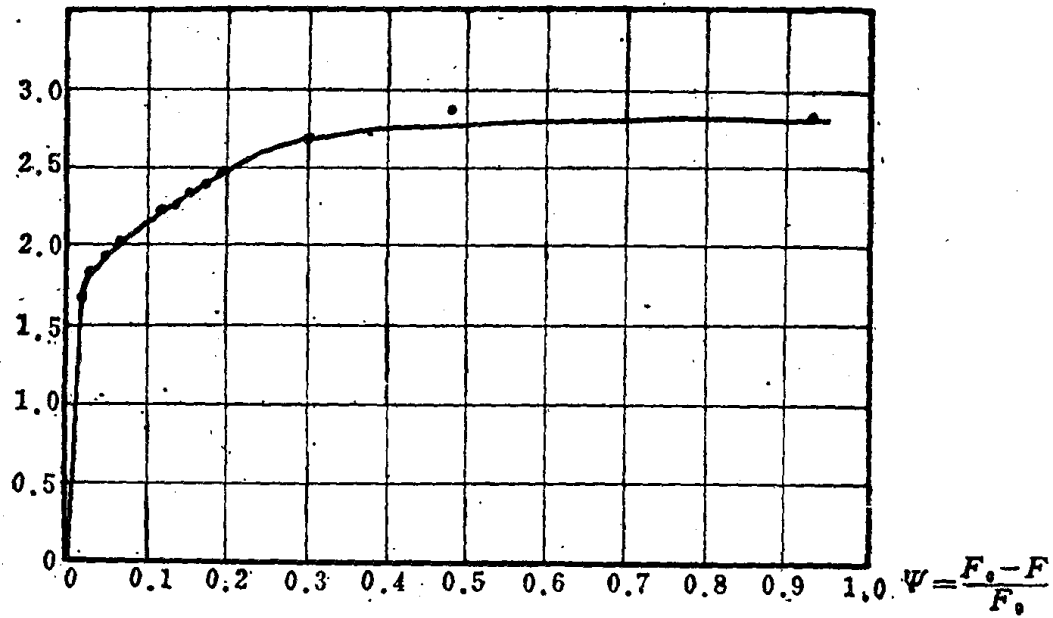


图 10 纯铅的真实应力、应变曲线

$P(t)$

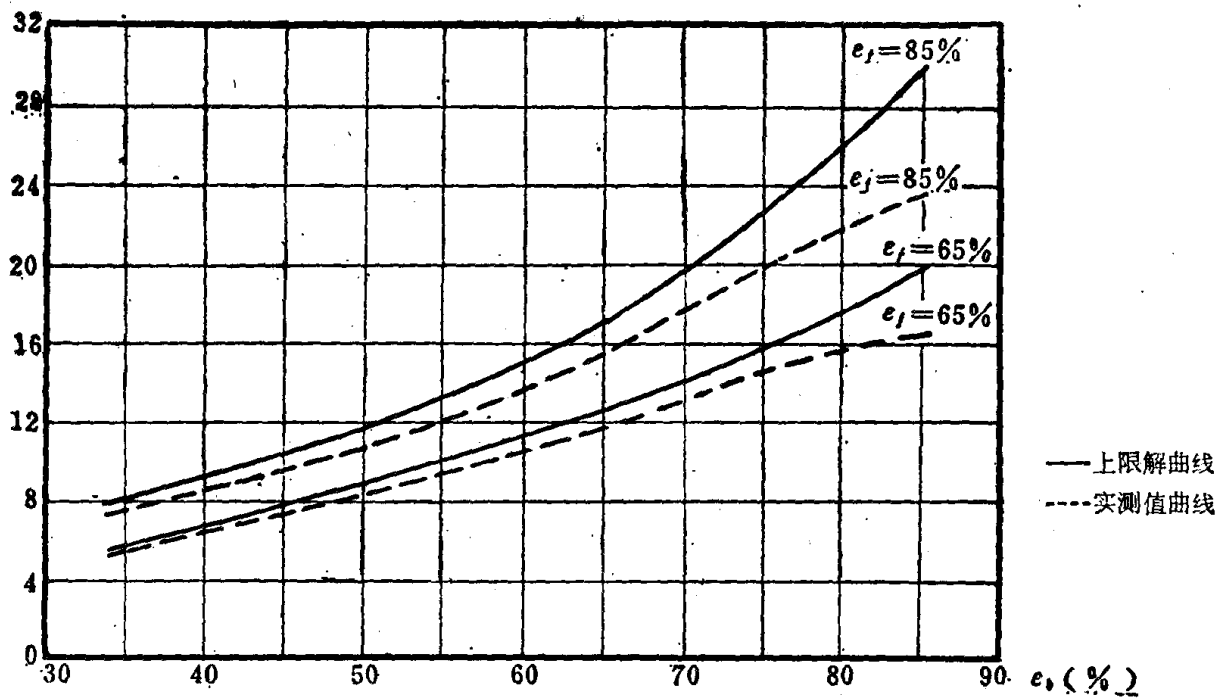


图 11 纯铅复合挤压力的上限解与实测值的比较

四、上限解与实测结果的比较

为了验证上述的流动模式和挤压力的上限计算公式，本文用纯铅作试样，对复合挤压力进行实测。试样在机加工之前进行锻打，以便消除纯铅在浇铸时所产生的疏松、气孔等缺陷，使之组织均匀、致密。复合挤压在65吨油压机上进行。压力测定采用电测法。

图10为铅的真实应力、应变曲线。曲线是在60吨万能材料试验机上测得的。摩擦因子 m 经圆环墩粗试验,测得 m 为0.2。

在计算上限功率时,在凡是与未经过变形的刚性区相连的剪切面上,真实流动应力用屈服极限 σ_s 表达,其他在正挤部分或反挤部分计算各种功率时所用的真实流动应力,则均用其变形程度所对应的真实屈服应力表达。

试验用的铅试样尺寸为 $\phi 60 \times 60 \text{mm}$,正挤变形程度 ε_f 分别为65%、85%。为了使每条曲线有足够的点,反挤变形程度 ε_b 分别为35%、45%、55%、65%、75%、85%。

在复合挤压的稳定流动阶段,最大挤压力出现时凸模的位置是一个较复杂的问题,它不仅与模具的形状和尺寸、与摩擦条件和挤压速度有关,而且与毛坯高度、材料性质有关。经实测,本试验中的铅试样计算高度可由以下经验公式给出

$$\begin{aligned}\varepsilon_f=65\% \quad H_{\text{计}} &= 51.65 + \varepsilon_b (\text{mm}) \\ \varepsilon_f=85\% \quad H_{\text{计}} &= 53.05 - 3\varepsilon_b (\text{mm})\end{aligned}$$

图11是挤压力的上限解与实测值的关系曲线,上限计算值普遍高于实测值。在反挤变形程度较小时,两者误差较小;当反挤变形程度超过75%时误差稍大,但不超过25%,这可能是由于应变速率的增加以及热效应等因素导致了实际挤压力的降低。显然,本文的流动模式和上限计算公式对纯铅的复合挤压力的预测是适合的,其误差在工程上也是允许的。

五、几点结论

1. 用轴对称状态流动模式对理想刚塑性材料杯—杆类复合挤压进行上限分析,导出了挤压力的上限计算公式,经计算,推荐了塑性变形区小块数为1的流动模式,并导出了相应的挤压力的上限计算公式;

2. 本文所得出的一组 $\frac{p_{\text{ave}}}{\sigma_0} - \frac{H}{2R_0}$ 关系曲线,可供工程上预测复压挤压力时参考;

3. 根据实测曲线,得出纯铅在挤压力最大时计算高度的公式为

$$\begin{aligned}\varepsilon_f=65\%, \quad H_{\text{计}} &= 51.65 + \varepsilon_b (\text{mm}) \\ \varepsilon_f=85\%, \quad H_{\text{计}} &= 53.05 - 3\varepsilon_b (\text{mm})\end{aligned}$$

所设计的流动模式及挤压力计算公式,对纯铅在本实验所涉及的变形程度范围内是适用的,最大计算误差不超过25%,一般在15%以内,这在工程上是许可的。

参 考 文 献

- [1] Avitzur, B., Metal Forming: Process and Analysis, 1979.
- [2] Avitzur, B., Metal Forming: The Application of Limit Analysis, 1980.
- [3] Kudo, H., Some Analytical and Experimental Studies of Axisymmetric Cold Forging and Extrusion, Int. J. Mech. Sci., 1960, Vol. 2, p. 102~127.
- [4] 汪大年等,《金属塑性成形原理》,机械工业出版社。

圆柱体闭式镦粗力的上限解

江西工学院 林治平 夏泰明

圆柱体闭式镦粗是一种最简单、最典型的闭式模锻(冷锻、热锻)工步,是复杂锻件的基本变形单元。本文将借助文献[1]中给定的变形区形状及计算变形区尺寸的线性回归方程,利用球形速度场和坐标变换法求圆柱体闭式镦粗力的上限解,并用文献[1]的研究结果对两种上限解进行校核和评价。

一、利用球形速度场求上限解

设在圆柱体闭式镦粗的最后瞬间,冲头以 $\dot{u}_0$ 速度下压时,变形体内部金属的变形区和速度不连续场如图1所示(见文献[1],金属先充满上角隙,后充满下角隙),其中I、II区为刚性区,III区为高 h 、内半径 r_f 的球面变形区。II区金属在外力作用下沿周向(θ 向)流进下角隙。

1. 各区速度场

I、II区选用圆柱坐标系(Z, r, θ),其速度场分别为

$$\dot{u}_{z1} = \dot{u}_0; \dot{u}_{r1} = \dot{u}_{\theta1} = 0 \quad (1)$$

$$\dot{u}_{z3} = \dot{u}_{r3} = \dot{u}_{\theta3} = 0 \quad (2)$$

III区选用球坐标系(r, φ, θ),其速度场为

$$\text{在}\widehat{12}\text{球面上} \quad \dot{u}_r = \dot{u}_0 \cos \theta;$$

$$\text{在}\widehat{34}\text{球面上} \quad \dot{u}_r = 0;$$

在III区内部, $\dot{u}_\varphi = 0$, $\dot{u}_\theta$ 由体积不变条件确定。设 $\dot{u}_\theta$ 沿 r 向均布,则有

$$\int_0^\theta 2\pi r_0 \sin \theta \cdot \dot{u}_0 \cos \theta \cdot r_0 d\theta = S \dot{u}_\theta \quad (3)$$

式中, S 为变形区高度 $r_0 - r_f$ 所围的锥台侧面积

(见图1),其值为 $S = \pi(r_0^2 - r_f^2) \sin \theta$ 。将 S 代入式(3)后,经整理,得

$$\dot{u}_\theta = \frac{\dot{u}_0 r_0^2 \sin \theta}{r_0^2 - r_f^2} \quad (4)$$

$\dot{u}_r$ 按以下方法确定

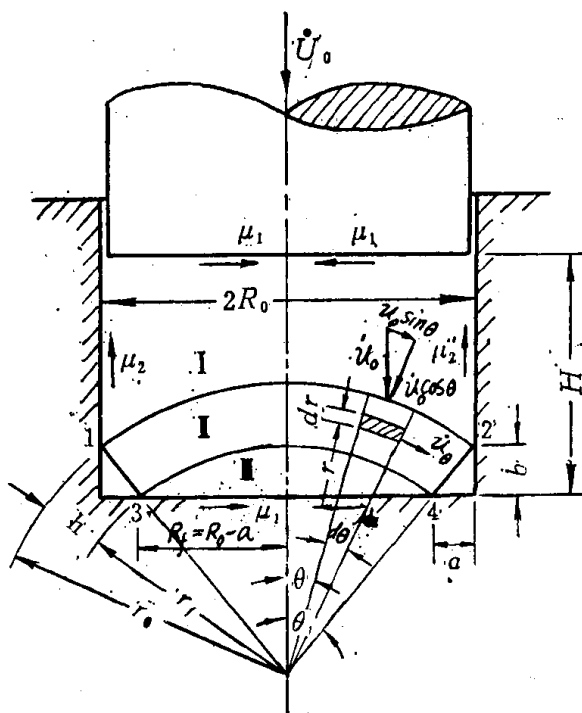


图1 圆柱体闭式镦粗的球形速度场

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r},$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \dot{u}_\theta}{\partial \theta} + \dot{u}_r \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} + \dot{u}_r \right),$$

$$\dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{1}{r} (\dot{u}_r + \dot{u}_\theta \operatorname{ctg} \theta) = \frac{1}{r} \left(\dot{u}_r + \frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} \right),$$

$$\dot{\varepsilon}_{\varphi\theta} = \dot{\varepsilon}_{r\varphi} = 0$$

由体积不变条件 $\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\varphi + \dot{\varepsilon}_\theta = 0$, 得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{2}{r} \left(\dot{u}_r + \frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{2}{r} \dot{u}_r &= -\frac{2}{r} \frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} \end{aligned} \quad (5)$$

该式为一阶线性非齐次方程, 可用常数变易法求解。其一阶线性齐次方程为

$$\frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{2}{r} \dot{u}_r = 0$$

积分, 得

$$\ln \dot{u}_r = \ln \frac{1}{r^2} + \ln c, \quad \dot{u}_r = \frac{c}{r^2} \quad (6)$$

令式中 c 为待定函数 $c(r)$, 代回式(5), 得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{c(r)}{r^2} \right) + \frac{2}{r} \frac{c(r)}{r^2} &= -\frac{2}{r} \frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} \\ \frac{c'(r) \cdot r^2 - 2rc(r)}{r^4} + \frac{2c(r)}{r^3} &= -\frac{2}{r} \frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} c'(r) &= -\frac{2\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} r \\ c(r) &= -\frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} r^2 + c_1 \end{aligned}$$

将 $c(r)$ 代回式(6), 得

$$\dot{u}_r = \frac{1}{r^2} \left(-\frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} r^2 + c_1 \right) \quad (7)$$

将边界条件 $\dot{u}_r(r=r_f)=0$ 代入上式, 得

$$c_1 = \frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} r_f^2$$

将 c_1 代入式(7), 最后得

$$\dot{u}_r = \frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} \left(\frac{r_f^2}{r^2} - 1 \right) \quad (8)$$

式(8)表明, $\dot{u}_r$ 象 $\dot{u}_\theta$ 一样不仅与 θ 有关, 而且与 r 有关。同时, 式(8)也满足边界条件, 即当 $r=r_0$ 时, $\dot{u}_r = -\dot{u}_0 \cos \theta$; 当 $r=r_f$ 时, $\dot{u}_r = 0$ 。

2. 需要消耗的纯塑性变形功率

由于 I、II 区为刚性区, 所以只有 III 区变形时消耗纯塑性变形功率, 其值为

$$\dot{w}_i = \dot{w}_{i2} = \int_V \sigma_s \dot{\epsilon} dv \quad (9)$$

III 区应变速度场由 II 区的速度场和几何方程确定, 即

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} = -\frac{2\dot{u}_0 r_0^2 r_f^2 \cos \theta}{r^3(r_0^2 - r_f^2)}, \\ \dot{\epsilon}_\theta &= \dot{\epsilon}_\varphi = \frac{1}{r} \left(\frac{r_f^2 - r^2}{r^2} + 1 \right) \frac{\dot{u}_0 r_0^2 \cos \theta}{r_0^2 - r_f^2} = \frac{\dot{u}_0 r_0^2 r_f^2 \cos \theta}{r^3(r_0^2 - r_f^2)}, \\ \dot{\epsilon}_{\theta\varphi} &= \dot{\epsilon}_{\varphi\theta} = 0, \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2r} \left(\frac{r \partial \dot{u}_\theta}{\partial r} - \dot{u}_\theta + \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial \theta} \right) = -\frac{\dot{u}_0 r_0^2 r_f^2 \sin \theta}{2r^3(r_0^2 - r_f^2)} \end{aligned}$$

所以, 等效应变速度为

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\epsilon}} &= \frac{\sqrt{2}}{3} [(\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_\theta)^2 + (\dot{\epsilon}_\theta - \dot{\epsilon}_\varphi)^2 + (\dot{\epsilon}_\varphi - \dot{\epsilon}_r)^2 + 6\dot{\epsilon}_{r\theta}^2]^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} [2(\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_\theta)^2 + 6\dot{\epsilon}_{r\theta}^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3} [2(3\dot{\epsilon}_\theta)^2 + 6\dot{\epsilon}_{r\theta}^2]^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{\dot{u}_0 r_0^2 r_f^2}{r^3(r_0^2 - r_f^2)} \left(18 \cos^2 \theta + \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2\dot{u}_0 r_0^2 r_f^2}{r^3(r_0^2 - r_f^2)} \left(1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10) \end{aligned}$$

将式(10)代入式(9), 得

$$\dot{w}_i = 2\sigma_s \frac{\dot{u}_0 r_0^2 r_f^2}{r_0^2 - r_f^2} \int_V \frac{1}{r^3} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta} dv \quad (11)$$

由图 1 可知, 第 III 区内单元体体积为 $dv = 2\pi r \sin \theta \cdot r d\theta \cdot dr$, 代入上式, 得

$$\begin{aligned} \dot{w}_i &= 4\pi \sigma_s \frac{\dot{u}_0 r_0^2 r_f^2}{r_0^2 - r_f^2} \int_0^{\theta_1} \left(\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta} \cdot \sin \theta \int_{r_f}^{r_0} \frac{dr}{r} \right) d\theta \\ &= 4\pi \sigma_s \frac{\dot{u}_0 r_0^2 r_f^2}{r_0^2 - r_f^2} \ln \frac{r_0}{r_f} \int_0^{\theta_1} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta} \sin \theta d\theta \end{aligned}$$