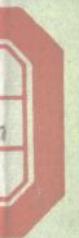




# 机翼云力 理论及应用

方 同 薛 璞 著



52-1

115

# 振动理论及应用

方 同 薛 璞 著

西北工业大学出版基金资助出版

西北工业大学出版社  
1998年5月 西安

4016962

# (陕) 新登字 009 号

**【内容简介】** 本书简明系统地阐述了线性振动的基本概念、理论、方法及应用。其中，单自由度系统的振动着重阐明基本概念，多自由度与连续系统的振动着重介绍分析方法。全书取材精练、时新，理论与应用相结合，讲解深入浅出。

本书适用于航空、宇航、海洋、机械、土建、交通、能源等工程的科技人员，以及有关专业的研究生与本科生。

## 振动理论及应用

方 同 薛 璞 著

责任编辑 何格夫

责任校对 齐随印

\*

© 1998 西北工业大学出版社出版发行

(邮编：710072 西安市友谊西路 127 号 电话：8493844)

全国各地新华书店经销

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-1048-5/TH · 55

\*

开本 850×1168 毫米 1/32 印张：11.6875 字数：285 千字

1998 年 5 月第 1 版

1998 年 5 月第 1 次印刷

印数：1—2 000 册 定价：27.00 元

---

购买本社出版的图书，如有缺页、错页的，本社发行部负责调换。



# 前　　言

《振动理论及应用》系统地介绍了线性振动理论及其应用，旨在帮助读者掌握线性振动的基础理论、建模技能和分析计算方法，并培养对工程与机械系统进行振动分析与控制设计、解决工程中有关振动问题的能力。

本书在取材与编排上有以下特点：

1. 遵循振动学科的基本体系，在阐明振动基础理论的同时，注意理论与实际的结合。

2. 在总结多年科研与教学经验的基础上，注意吸收国内外振动领域研究的新成果；叙述上注重剖析基本概念、突出重点、分散难点，力求做到深入浅出。

3. 适当注意反映计算机振动分析中发展起来的一些新方法与新技巧。

4. 注意与相关课程间的配合与衔接，以及必要的重复运用。

本书第一章概括介绍振动系统的描述方法及解决振动问题的途径；第二章至第四章阐述单自由度线性系统的振动。这部分内容是线性振动理论的基础，每位读者都必须掌握好它。

本书在第四章以后介绍多自由度线性振动系统的矩阵分析方法以及连续系统的离散化方法。着重在介绍实模态与复模态分析技术，以及求解振动问题的常用计算方法，为读者运用现代计算、测试与分析手段来解决工程中的振动问题提供坚实的基础。

多年来在各方支持下，特别是在国家自然科学基金的资助下，开展的振动理论与应用的科研工作为本书写作积累了丰富的经验；不仅于此，本书出版也得到了西北工业大学出版基金和研究

生院的赞助。为此，对各有关科学基金和出版基金的资助表示衷心的感谢。

作者还感谢出版基金评审委员会白振林教授、陆福一教授的宝贵意见和建议。

在本书编写过程中，还得到了张天舒副教授、章卫国副教授的大力帮助，作者对此深表谢意。

二位作者都感谢各自的家人们对本书编写工作的理解和支持，没有这些，本书也是难以完成的。

本书可供航空、宇航、海洋、机械、土建、交通、能源等工程领域的科技人员参考，也可作为有关专业的研究生、本科生教材。

由于作者水平所限，书中不妥之处在所难免，敬请广大读者不吝指正！

方同薛璞

1997年6月于西安

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	1
1.1 概述 .....	1
1.2 振动系统分类 .....	2
1.3 振动形式分类 .....	5
1.4 研究方法 .....	6
<b>第二章 1 自由度线性系统(一)——自由振动</b> .....	8
2.1 引言 .....	8
2.2 谐振子与谐振动 .....	9
2.3 能量法 .....	16
2.4 弹性元件的等效质量 .....	19
2.5 线性阻尼系统的自由运动 .....	21
2.6 衰减振动与对数减幅率 .....	27
<b>第三章 1 自由度线性系统(二)——定常强迫振动</b> .....	31
3.1 引言 .....	31
3.2 系统对谐和激励的响应(一)——无阻尼情形 .....	32
3.3 系统对谐和激励的响应(二)——线性阻尼情形 .....	37
3.4 定常强迫振动的复数解法与频率响应函数 .....	44
3.5 周期激励下的定常强迫振动 .....	51
3.5.1 傅里叶级数 .....	51
3.5.2 强迫振动的一般表示式 .....	55

---

3.6 测振原理.....	57
3.7 隔振原理.....	61
3.7.1 运动隔振.....	62
3.7.2 力隔振.....	64
3.7.3 反馈控制隔振.....	65
3.8 结构阻尼.....	67
3.9 品质数与半功率带宽.....	69
<b>第四章 1 自由度线性系统(三)——非定常响应 .....</b>	<b>71</b>
4.1 引言.....	71
4.2 脉冲响应法与时域分析.....	72
4.3 傅里叶(积分)变换与频域分析.....	79
4.4 拉普拉斯变换法.....	84
4.4.1 方法简介.....	84
4.4.2 系统对典型冲击激励的响应 .....	87
4.5 冲击响应谱.....	94
<b>第五章 多自由度线性系统的振动 .....</b>	<b>98</b>
5.1 引言.....	98
5.2 系统振动微分方程的一般形式 .....	100
5.2.1 拉格朗日方程 .....	101
5.2.2 微振动方程 .....	104
5.3 实模态分析 .....	113
5.3.1 无阻尼情形 .....	113
5.3.2 经典阻尼情形 .....	126
5.4 复模态分析 .....	130
5.4.1 对称系统 .....	130
5.4.2 非对称系统 .....	137

---

5.5 系统模态(特征对)计算问题 .....	139
5.5.1 化简矩阵用的基本变换 .....	140
5.5.2 特征值问题的提法 .....	146
5.5.3 常用解法的基本思路 .....	149
5.6 系统动力响应的一般公式 .....	155
5.6.1 非对称系统非经典阻尼情形 .....	155
5.6.2 对称系统非经典阻尼情形 .....	157
5.6.3 对称系统经典阻尼情形 .....	157
5.6.4 几点小议 .....	158
5.7 系统脉冲响应矩阵与传递函数矩阵 .....	163
5.8 求系统响应的转移矩阵法 .....	167
5.9 无约束结构的弹性模态 .....	171
5.10 模态摄动问题.....	178
5.10.1 实模态摄动问题.....	178
5.10.2 复模态摄动问题.....	186
5.11 假设模态法.....	191
5.11.1 瑞利(Rayleigh)法 .....	191
5.11.2 里兹(Ritz)法 .....	193
5.12 传递矩阵法.....	196
5.12.1 轴系的扭转振动.....	197
5.12.2 梁的弯曲振动.....	204
<b>第六章 弹性体振动的精确解法.....</b>	<b>208</b>
6.1 引言 .....	208
6.2 连续系统的最简情形——弦的横向振动 .....	209
6.2.1 从多自由度系统到连续系统 .....	209
6.2.2 弦的振动微分方程及其自由振动 .....	211
6.3 导致一维波动方程的其它振动系统 .....	217

---

6.3.1 杆的纵向振动 .....	217
6.3.2 轴的扭转振动 .....	220
6.4 梁的弯曲振动 .....	224
6.4.1 梁弯曲振动的运动方程 .....	224
6.4.2 梁的自由振动 .....	225
6.4.3 固有频率与振型函数 .....	228
6.5 剪切变形、转动惯量与轴向力的影响 .....	236
6.5.1 剪切变形与转动惯量的影响 .....	236
6.5.2 轴向力的影响 .....	239
6.6 振型函数的正交性 .....	240
6.7 连续系统的动响应 .....	244
6.8 薄膜的振动 .....	251
6.9 杂交系统的振动 .....	258
<b>第七章 连续系统的离散化与近似解法 .....</b>	<b>267</b>
7.1 引言 .....	267
7.2 集中质量法 .....	267
7.3 假设模态法 .....	270
7.4 模态综合法 .....	277
7.5 有限元法 .....	288
<b>第八章 振动控制概论 .....</b>	<b>302</b>
8.1 阻尼消振 .....	302
8.2 振动隔离 .....	303
8.3 动力吸振 .....	304
8.4 主动振动控制简介 .....	305
8.4.1 稳定性、能控性、能测性 .....	305
8.4.2 线性二次型最优控制 .....	313

---

8.4.3 状态重构 .....	319
8.4.4 极点配置 .....	322
8.4.5 一类经常性外扰作用下系统的最优控制 ...	324
<b>附录</b> .....	<b>331</b>
附录 A 傅里叶变换 .....	331
附录 B 拉普拉斯变换 .....	334
<b>习题</b> .....	<b>337</b>
<b>参考书目</b> .....	<b>363</b>

# 第一章 絮 论

## 1.1 概 述

**振动**是指物体经过它的平衡位置所作的往复运动或系统的物理量在其平均值(或平衡值)附近的来回变动。振动是自然界最普遍的现象之一。大至宇宙,小至亚原子粒子,无不存在振动。各种形式的物理现象,诸如声、光、热等都包含振动。人们生活中也离不开振动:心脏的搏动、耳膜和声带的振动,都是人体不可缺少的功能;人的视觉靠光的刺激,而光本质上也是一种电磁振动;生活中不能没有声音和音乐,而声音的产生、传播和接收都离不开振动。在工程技术领域中,振动现象也比比皆是。例如,桥梁和建筑物在阵风或地震激励下的振动,飞机和船舶在航行中的振动,机床和刀具在加工时的振动,各种动力机械的振动,控制系统中的自激振动等。

在许多情况下,振动被认为是消极因素。例如,振动会影响精密仪器设备的功能,降低加工精度,加剧构件的疲劳和磨损,从而缩短机器和结构物的使用寿命。振动还可能引起结构的大变形破坏,有的桥梁曾因振动而坍毁;飞机机翼的颤振、机轮的抖振往往造成事故;车、船和机舱的振动会劣化乘载条件;强烈的振动噪声会形成严重的公害。

然而,振动也有它积极的一面。例如,振动是通信、广播、电视、雷达等工作的基础。50年代以来,陆续出现许多利用振动的生产

装备和工艺。例如,振动传输、振动筛选、振动研磨、振动抛光、振动沉桩、振动消除内应力等。它们极大地改善了劳动条件,成十倍、成百倍地提高了劳动生产率。可以预期,随着生产实践和科学的研究的不断进展,振动的利用还会与日俱增。

各个不同领域中的振动现象虽然各具特色,但往往有着相似的数学力学描述。正是在这种共性的基础上,有可能建立某种统一的理论来处理各种振动问题。振动学就是这样一门基础学科,它借助于数学、物理、实验和计算技术,探讨各种振动现象的机理,阐明振动的基本规律,以便克服振动的消极因素,利用其积极因素,为合理解决实践中遇到的各种振动问题提供理论依据。

## 1.2 振动系统分类

机械振动是指机械系统(即力学系统)中的振动。任何力学系统,只要它具有弹性和惯性,都可能发生振动。这种力学系统称为振动系统。振动系统可分为两大类,离散系统和连续系统。连续系统具有连续分布的参量,但可通过适当方式化为离散系统。

按自由度划分,振动系统可分为**有限多自由度系统**和**无限多自由度系统**。前者与离散系统相对应,后者与连续系统相对应。

离散系统由集中参量元件组成。力学系统中的集中参量元件有三种:**质量**、**弹簧**和**阻尼器**。它们都是理想化的力学模型。质量(包括转动惯量)是只具有惯性的力学模型。弹簧是不计本身质量、只具有弹性的“模型”;弹性力和形变一次方成正比的弹簧,称为线性弹簧。阻尼器模型既不具有惯性,也不具有弹性。它是耗能元件,在运动时产生阻力;阻力与速度一次方成正比的阻尼器,称为线性阻尼器。

离散系统在工程上有广泛的代表性。例如,固定在混凝土基础上的精密机床,基础下面还铺有弹性衬垫(图 1.1)。进行隔振分析

时,需要考察机床和基础的整体振动。这时,考虑到机床和基础的弹性远比衬垫小得多,故可略去其弹性而把它们视为集中质量;另一方面,衬垫的质量远比机床和基础的质量小得多,可以略去,而把衬垫看做弹簧;而衬垫本身的内摩擦以及基础和周围约束之间的摩擦起着阻尼的作用,可以把它们合在一起看做是一个阻尼器。因而,在隔振分析中,这一系统可简化为离散系统(图 1.2)。当然,在分析机床本身的振动或机床、工件、刀具系统的振动时,必须考虑机床本身的弹性。通过适当简化,机床本身又可看做一个离散系统。离散系统的运动,数学上用常微分方程描述。

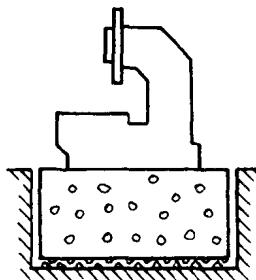


图 1.1 铺有弹性衬垫的机床混凝土地基

连续系统是由弹性体元件组成的。弹性体可以看做由无数质点组成。各质点间有弹性联系,只要满足连续性条件,任何微小的相对位移都是可能的。因此,一个弹性体有无限多个自由度。典型的弹性体元件有杆、梁、轴、板、壳等。

弹性体的惯性、弹性与阻尼是连续分布的,故称连续系统。工程上许多振动系统取连续系统的模型。例如,涡轮盘通常取为变厚度的圆板,涡轮叶片通常取为变截面

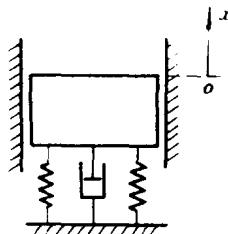


图 1.2 简化成离散系统

的梁或壳等。连续系统的运动,数学上用偏微分方程描述。

参量的变化规律可用时间的确定函数描述的振动系统,称为定则系统(又称确定性系统)。如果系统中的各个特性参量(质量、刚度、阻尼系数等)都不随时间而变,即它们不是时间的显函数,就称这系统为常参量系统(定常系统);反之,则称为变参量系统(非定常系统)。常参量系统的运动用常系数微分方程描述。而描述变参量系统需要用变系数微分方程。

若系统参量变化无常,无法用时间的确定函数描述,而只能用有关统计特性描述,这种系统就称为随机系统。

一个质量不随运动参量(坐标、速度、加速度等)的变化而变化,且其弹性力与阻尼力都可以简化为线性模型的振动系统称为线性系统。线性系统的运动用线性微分方程描述。凡是不能简化为线性系统的振系都称为非线性系统。

严格地说,实际振动系统的弹性力和阻尼往往不符合线性模型。但在许多情况下,只要系统振幅不大,从线性弹簧和线性阻尼的假设出发,常可得出足够准确的有用结论。但也有不少振动过程,如果不考虑非线性因素,就无法说明有关现象;各种自激振动现象就是最典型的例子。为方便起见,有时故意引入一些非线性因素来达到预期的目的。例如,采用各种限位器、继电型控制器等。在这种情况下,可以按非线性问题来处理。

一个实际振动系统应该采用何种简化模型,需要根据具体情况来确定。同一系统,在不同条件下,可采用不同模型。例如,受迫振动中阻尼的影响,在远离共振情况下可不考虑,从而能使计算大为简化。但在共振的情况下,阻尼起决定性作用,绝对不能略去。又如在计算简支梁的最低阶固有频率时,可假设它的一半质量集中于梁的中点处,由此可得到很准确的结果,而在研究梁受冲击荷载引起的响应时,上述假设将导致错误的结论。因此,所采用模型的正确与否,还得由实践加以检验。

综上所述,振动系统的分类如图 1.3 所示。

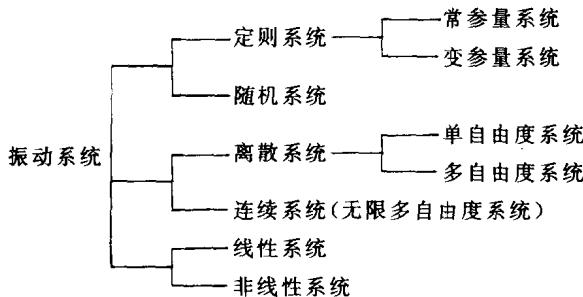


图 1.3 振动系统的分类

本书采用的系统模型限于定则、定常、线性、离散或连续的模型。

### 1.3 振动形式分类

一个系统受到激励,会呈现一定的响应。激励作为系统的输入,响应作为系统的输出,二者与系统特性的联系如图 1.4 所示。系统的激励可分为两大类:定则激励和随机激励。

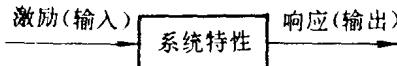


图 1.4 激励、响应和系统特性关系

可用时间确定函数来描述的激励称为定则激励。脉冲激励、阶跃激励、谐和激励、周期激励都是典型的定则激励。一个定则系统受到激励时,响应也是定则。这类振动称为定则振动。

随机激励则不能用时间的确定函数描述,但它们具有一定的

统计规律性,可用随机函数描述。即使是定则系统,在受到随机激励时,系统的响应也会是随机的。这类振动称为随机振动。

此外,振动还可以按激励的控制方式分为四类:① **自由振动**:通常指弹性系统在偏离平衡状态后,不再受到外界激励的情形下所产生的振动;② **强迫振动**:指弹性系统在受外界控制的激励作用下发生的振动。这种激励不会因振动被抑制而消失。③ **自激振动**:指弹性系统在受系统振动本身控制的激励作用下发生的振动。在适当的反馈作用下,系统会自动地激起定幅振动。一旦振动被抑制,激励也随之消失。④ **参激振动**:指激励方式是通过周期地或随机地改变系统的特性参量来实现的振动。归纳起来,振动形式的分类如图 1.5 所示。

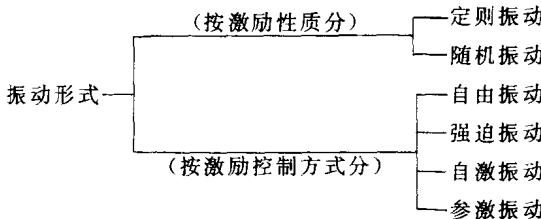


图 1.5 振动形式的分类

本书仅限于考察确定性激励下的自由与受迫振动。

## 1.4 研究方法

对于定则系统或随机系统的振动问题,一般都是已知激励、响应、系统特性中的二者而求第三者。在激励条件和系统特性已知的情况下,求系统的响应,称为振动分析。在系统特性和响应已知的情况下,反推系统的激励,称为振动环境预测。在激励和响应均为已知的情况下,确定系统的特性,称为振动特性测定或系统识别。

还有另一种提法是**振动综合或振动设计**,即在一定的激励条件下,如何确定系统的特性,使系统的响应满足指定的条件。

实际振动问题往往错综复杂,它可能同时包含识别、分析、综合等几方面的问题。通常将实际问题抽象为力学模型,实质上是系统识别问题。针对系统模型列式求解的过程,实质上是振动分析的过程。分析并非问题的终结,分析的结果还必须用于改进设计或排除故障(实际的或潜在的),这就是振动综合或设计的问题。

解决振动问题的方法不外乎通过理论分析和实验研究,二者是相辅相成的。在振动的理论分析中大量应用数学工具,特别是数字计算机的日益发展,为解决复杂振动问题提供了强有力的手段。从60年代中期以来,振动测试和信号分析技术有了重大突破和发展,这又为振动问题的实验、分析和研究开拓了广阔的前景。

本书着重阐述振动的基本理论与分析方法,并结合实际说明其应用前景。完全掌握这些内容也就初步具备解决实际振动问题的能力,并为进一步开展研究工作打下了良好的基础。