

网络综合与宽带匹配

宋丽川 李鑑树 杜裕曾 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书是高等学校工科电子类微波专业研究生用的一本教材。书中用散射参量对微波网络和低频网络进行讨论,故也适用于电子类其它专业。

全书共分三篇。分别讨论网络综合的可实现性问题、逼近理论和宽带匹配技术。内容侧重于基础理论,各章之末附有习题可供练习。

本书可供微波专业高年级学生、研究生及工程技术人员参考。

网络综合与宽带匹配

宋丽川 李镇树 杜裕曾 编

*

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张 17¹/₄ 399千字

1981年8月第一版 1981年8月第一次印刷 印数: 0,001—2,900册

统一书号: 15034·2245 定价: 1.80元

目 录

第一篇 网络理论基础

第一章 时域分析的基本概念和定律	1
§ 1.1 基本的电路元件	1
§ 1.2 n 口网络和可容许信号对	3
§ 1.3 线性网络	5
§ 1.4 时不变网络	7
§ 1.5 耗能网络	8
§ 1.6 网络的可逆条件	8
§ 1.7 因果律	9
§ 1.8 传输线上的入射波和反射波	10
第二章 网络的矩阵描述	16
§ 2.1 阶跃函数和脉冲函数	16
§ 2.2 从时域分析到频域分析	18
§ 2.3 阻抗矩阵、导纳矩阵和链矩阵	21
§ 2.4 传输线段的链矩阵	23
§ 2.5 散射矩阵 S	26
§ 2.6 纯阻加载下的散射矩阵 S_R	31
§ 2.7 广义散射矩阵 S_Z	34
第三章 单口网络	39
§ 3.1 可实现性的基本要求	39
§ 3.2 赫维茨多项式	41
§ 3.3 能量关系	47
§ 3.4 阻抗与能量的关系	49
§ 3.5 正实函数	51
§ 3.6 单口网络的散射参数——有界实函数	54
§ 3.7 关于散射参数 S_Z 的讨论与全通函数	58
§ 3.8 达林顿综合法	60
第四章 n 口网络	76
§ 4.1 网络矩阵的解析性	76
§ 4.2 散射矩阵的存在性	79
§ 4.3 散射矩阵的有界实性	83
§ 4.4 阻纳矩阵的正实性	88
§ 4.5 可逆性对网络矩阵的制约	93
§ 4.6 无损性对网络矩阵的制约	94
§ 4.7 关于网络矩阵的总结	97
§ 4.8 多口网络的连接	97

§ 4.9 功率增益	106
§ 4.10 终端的归一化	107
§ 4.11 频率变换	109

第二篇 逼近问题

第五章 巴特沃思响应	120
§ 5.1 巴特沃思响应	120
§ 5.2 巴特沃思函数及其极点	121
§ 5.3 巴特沃思多项式的系数	123
§ 5.4 巴特沃思网络	125
§ 5.5 最小相移函数	127
§ 5.6 巴特沃思 LC 梯式网络	128
§ 5.7 巴特沃思原型低通网络的元件参数	132
第六章 切比雪夫响应	136
§ 6.1 切比雪夫多项式	136
§ 6.2 等纹波特性和	138
§ 6.3 切比雪夫函数的极点	140
§ 6.4 多项式 $C_n(s)$ 的系数	143
§ 6.5 切比雪夫网络	144
§ 6.6 切比雪夫 LC 梯式网络	146
第七章 雅可比椭圆函数	151
§ 7.1 雅可比椭圆函数 $\operatorname{sn} u$, $\operatorname{cn} u$, $\operatorname{dn} u$	151
§ 7.2 宗量加法定理	153
§ 7.3 常数 K 和 K'	155
§ 7.4 雅可比虚变换	157
§ 7.5 第一类标准椭圆积分与椭圆正弦函数间的保角映射	160
§ 7.6 椭圆函数的周期	163
§ 7.7 在原点附近和 jK' 附近的性质——椭圆函数的零极点	165
§ 7.8 总结——关于雅可比椭圆函数的性质	167
第八章 椭圆函数响应	171
§ 8.1 椭圆函数响应的设计思想	171
§ 8.2 函数 $F_n(\omega)$ 的性质	172
§ 8.3 通带和阻带内的等纹波特性和	179
§ 8.4 函数 $1 + \epsilon^2 F_n^2(-js)$ 的极点和零点	185
§ 8.5 椭圆函数滤波网络	190
§ 8.6 频率变换	192

第三篇 宽带匹配问题

第九章 耗能负载的宽带匹配原理	197
§ 9.1 尤列宽带匹配原理的出发点	198
§ 9.2 负载 $z_l(s)$ 的传输零点	200
§ 9.3 负载 $z_l(s)$ 对辅助散射参量 $S'_{22}(s)$ 的制约	202

§ 9.4	末端阻抗 $Z_2(s)$	208
§ 9.5	增益与带宽的牵制——巴特沃思响应	211
§ 9.6	增益与带宽的牵制——切比雪夫响应	219
§ 9.7	匹配网络的设计步骤	226
§ 9.8	达林顿 C 型负载	230
第十章	负阻负载的宽带匹配原理	240
§ 10.1	隧道二极管作为负阻器件	240
§ 10.2	反射型放大器的简化理论	244
§ 10.3	不可逆放大器	246
§ 10.4	增益与带宽的牵制关系	251
§ 10.5	传输型放大器 (一)——隧道二极管与负载并联	259
§ 10.6	传输型放大器 (二)——隧道二极管与信号源并联	267

第一篇 网络理论基础

第一章 时域分析的基本概念和定律

§ 1.1 基本的电路元件

电路理论所讨论的物理量,最基本的是电压和电流。一般来说,信号电压和电流是跟随时间 t 而变的,但不论其变化规律如何,它们分别可以用自变量 t 的实函数 $v(t)$ 和 $i(t)$ 来表示,例如

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) = \operatorname{Re}[V_m e^{j(\omega t + \phi)}] = \operatorname{Re}[\dot{V}_m e^{j\omega t}]$$

其中, $\dot{V}_m = V_m e^{j\phi}$ 。式中的 Re 表示跟在其后的方括弧内的函数式的实部。又如

$$\text{当 } t < 0 \text{ 时, } v(t) = 0;$$

$$\text{当 } t \geq 0 \text{ 时, } v(t) = 1。$$

同样, $i(t)$ 也是时间 t 的实函数。

电路是由电路元件组成的。最简单的元件只有两个端点,例如电阻、电感、电容等。电流从一端流入,从另一端流出。如果在任一瞬间从一端流入的瞬时电流与从另一端流出的电流相等,这样的元件叫做集总元件。相反的情况是可能出现的,例如一段传输线,当线段长度与波长相比较是不能忽略时,在任一瞬间,流入这一段线的瞬时电流与从另一端流出的并不相等。这样的电路是分布参数电路。

二端电阻是这样的二端元件,通过它的电流 $i(t)$ 与它两端之间的电压 $v(t)$ 保持有一定函数关系 $f(v(t), i(t), t) = 0$, 这种关系可以由 $i-v$ 平面上的曲线来表示。这是一个广泛的定义,非线性电阻和时变电阻都包括在内。在这个定义下,二极管、开关管以及其他的无记忆二端元件将都属于电阻类。但是,我们在这里只讨论不因时间而变的线性电阻,即它的特性可由 $i-v$ 平面上通过原点的一倾斜直线来表示。此时,电阻两端的电压 $v(t)$ 与流经电阻的电流 $i(t)$ 保持有下列简单关系

$$v(t) = Ri(t) \quad (1.1)$$

式中的 R 是一实常数,它的单位是欧姆 (Ω)。

二端电容是这样的二端元件,它两端之间的电压 $v(t)$ 与它所贮的电荷 $q(t)$ 保持有一定的函数关系,这种关系可以用 $q-v$ 平面或 $v-q$ 平面上的曲线来表示。这也是一个广泛的定义,它包括变容管等类的时变非线性元件。与电阻不同,电容器可以存贮电能,因此是贮能元件。根据电荷不灭定律,通过电容器的电流 $i(t)$ 与它所贮的电荷 $q(t)$ 保持有下列关系:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1.2)$$

当电容器是不因时间而变的线性元件时,

$$q(t) = Cv(t), \quad (1.3)$$

C 是一个实常数,叫做电容量,单位是法拉(F)。在这种情况下,

$$i(t) = C \frac{dv}{dt} \quad (1.4)$$

这里只对这种情况进行讨论。

二端电感是这样的二端元件,它所通过的电流 $i(t)$ 和与它交连的磁通 $\phi(t)$ 保持有一定的函数关系,这种关系可以由 $\phi-i$ 平面上的曲线来表示。当隐函数 $f(\phi, i) = 0$ 不含有变量 t 时,这个元件将是不因时间而变的。而当 ϕ 与 i 保持线性关系

$$\phi = Li \quad (1.5)$$

时,电感将是一线性元件,式中的 L 是一实常数,叫做电感量,它的单位是亨利(H)。根据法拉第感应定律,电感两端之间的电压 $v(t)$ 为

$$v(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (1.6)$$

二端元件除以上三种外,还有理想电压源和理想电流源。这两种电源都是理想的概念。理想电压源两极的电压,根本不受它所通过的电流的影响,无论这个电流如何大,始终保持稳定。人们有时称之为独立的电压源。理想电流源所供给的电流不因它所接的负载而有所改变。图1.1(a)表示一个二端集总元件——电阻、电容或电感;(b)表示一独立电压源;(c)表示一独立电流源。

在电路理论中,还有一个重要的概念就是理想变压器(参看图1.2)。它共有四个端

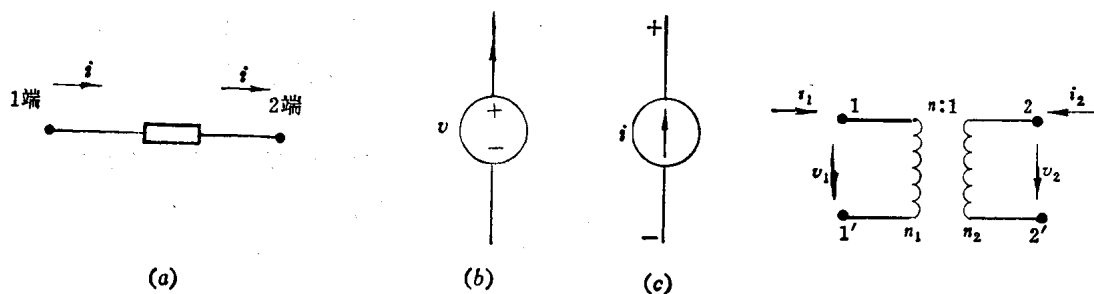


图1.1 元件的符号

(a)一二端集总元件:电阻、电容或电感;(b)一电压源;
(c)一电流源。

图1.2 理想变压器的符号

点:1,1'和2,2'。1,1'是线圈1的端点,2,2'是线圈2的端点。电流 $i_1(t)$ 从端1流入,经过线圈1,然后从端1'流出。在任何一瞬间,从端1流入的电流与从端1'流出的电流是完全相等的。这样的两个端点构成一“端对”,或简称“口”。2,2'构成另一端对。与前面所说的几种元件不同,理想变压器是一简单的二端对网络(或称二口网络)。

在理想变压器中,线圈1和2的匝数 n_1 和 n_2 都趋向于无限大,但 n_1 与 n_2 的比值保持为 n :

$$\frac{n_1}{n_2} = n \quad (1.7)$$

不但如此,线圈1和2紧密耦合,不存在任何漏磁通。在这种情形下

$$\left. \begin{aligned} v_1(t) &= n v_2(t) \\ i_1(t) &= -\frac{1}{n} i_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

另一种重要的二端对元件是回旋器，它的符号如图 1.3 所示。这种器件是特列金在 1948 年提出来的。在低频电路中，它需由晶体管或电子管等组成；但在微波领域内，人们利用铁氧体的性质，可以直接制成这种器件。在回旋器中

$$\left. \begin{aligned} v_1(t) &= -\alpha i_2(t) \\ v_2(t) &= \alpha i_1(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

式中的系数 α 具有电阻的量纲，叫做“回旋常数”。

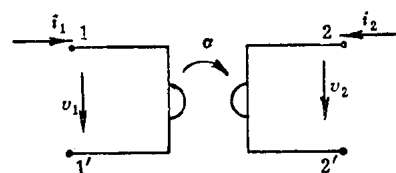


图 1.3 回旋器的符号

§ 1.2 n 口网络和可容许信号对

电路是由电路元件连接而成的。如果一个电路有若干端点可与外界连接，则这个电路构成一连接网络。如果网络总共有 $2n$ 个端点，而所有端点又两两组成端对或口，人们可以通过它们施加或测量信号电压或电流，输送电磁能量，这个网络就叫做 n 口网络。 n 口网络可以用图 1.4(a) 来表示， k 和 k' 构成一端对。图(b)是进一步简化的示意图，它用一个端对代表 n 个端对。

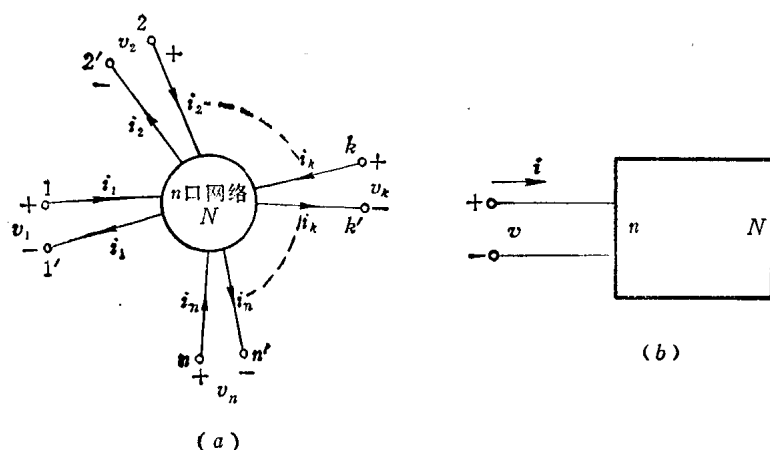


图 1.4 n 口网络示意图

(a) 普通示意图；(b) 简化示意图。

根据前一节的讨论，电路元件种类繁多，性质不一，它们所构成的网络也是多种多样的。我们这里只讨论由不因时间而变的线性集总元件组成的网络。

当电路元件连接成网络以后，施加于这 n 个口的电压 $v_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, n$) 和流入

这 n 个口的电流 $i_k(t)$ 彼此之间将受到网络结构的制约，不是全都可以随意决定的。

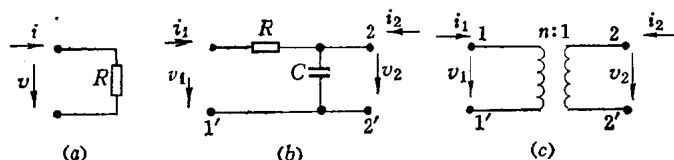


图 1.5 几种简单网络的电压与电流的关系

这里通过几个简单的实例来说明这个问题。图 1.5(a) 是由电阻 R 组成的单口网络, 此时可容许的信号对将是

$$[v, i] = [Ri, i] = \left[v, \frac{v}{R} \right]$$

在上式中, 人们既可以把 $i(t)$ 看作输入, $v(t)$ 看作响应, 也可以反过来把 $v(t)$ 看作输入, $i(t)$ 看作响应。 i 或 v 可以是时间 t 的任何实函数, 但其中一个如已决定, 则另一个将随之决定。例如, $[R \cos \omega t, \cos \omega t]$ 是这个单口网络的一可容许信号对, 而 $[R \sin \omega t, \cos \omega t]$ 则不然。假如我们用一个电容 C 或一个电感 L 来代替图 1.5(a) 的电阻 R , 则可容许信号对将分别为

$$\text{电容网络: } \left[v, C \frac{dv}{dt} \right], \left[\frac{1}{C} \int i dt, i \right],$$

$$\text{电感网络: } \left[L \frac{di}{dt}, i \right], \left[v, \frac{1}{L} \int v dt \right]。$$

对于图 1.5(b) 的二口网络, 人们在口 1 有电压 v_1 和电流 i_1 , 在口 2 另有电压 v_2 和电流 i_2 。这个二口网络的可容许信号对用两个列矩阵 v 和 i 来表示:

$$[v, i] = \left[\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \right] \quad (1.10)$$

对于这个二口网络, 一组可容许信号对是

$$[v, i] = \left[\begin{bmatrix} Ri_1 + \frac{1}{C} \int_0^t (i_1 + i_2) dt \\ \frac{1}{C} \int_0^t (i_1 + i_2) dt \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \right]$$

图 1.5(c) 的理想变压器也是一个二口网络, 它的一组可容许信号对是

$$[v, i] = \left[\begin{bmatrix} nv_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{1}{n} i_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} \right]$$

对于 n 口网络, 可容许信号对也用符号

$$[v, i] \quad (1.11)$$

来表示, 不过, 这里的 v 和 i 都是 n 维矢量:

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

对于一个 n 口网络, 要确定它的可容许信号对 $[v, i]$, 那是很烦琐的, 即等于求解一组联立积分微分方程 (经典的环路分析或节点分析), 或求解一

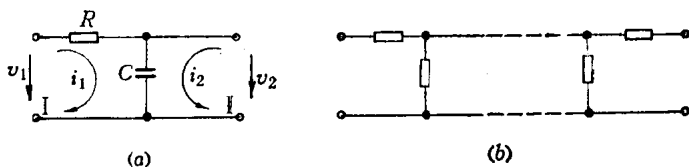


图 1.6 应用环路分析计算可容许信号对

组联立一阶微分方程 (状态变量分析)。幸而人们只利用可容许信号对这个概念来阐述时域分析中的一些定律, 并没有进行实际计算的必要。但为了说明可容许信号对的计算, 我

们不妨以图 1.5(b) 的简单二口网络为例。在这个电路中，我们可以选定环路 I 和 II 如图 1.6(a) 所示。

$$\left. \begin{aligned} \text{环路 I:} \quad & Ri_1 + \frac{1}{C} \int_0^t (i_1 + i_2) dt = v_1 \\ \text{环路 II:} \quad & \frac{1}{C} \int_0^t (i_1 + i_2) dt = v_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

纵然是二口网络，如果口 1 和口 2 之间连接有许多中间级，构成 m 个环路（参看图 1.6(b)），那么，求解可容许信号对的方程将不止两个，而是 $m + 2$ 个。

从以上的讨论可以看出，我们不能随便令式 (1.12) 矢量 $\mathbf{v}$ 的任何一个元素 v_k 等于零，即使我们在口 k 上没有施加任何信号电压， v_k 也不等于零，只有将端口 kk' 短接时， v_k 才等于零。图 1.5(b) 的二口网络可以说明这一点，如果我们只在口 1 施加信号电压 v_1 ，而在口 2 不施加任何电压和电流 ($i_2 = 0$)，口 2 上还将有电压 v_2 出现。

连接网络 N 的 n 个口，终归是有些与信号源相接，而其他各口与各自的负载相接。为了反映

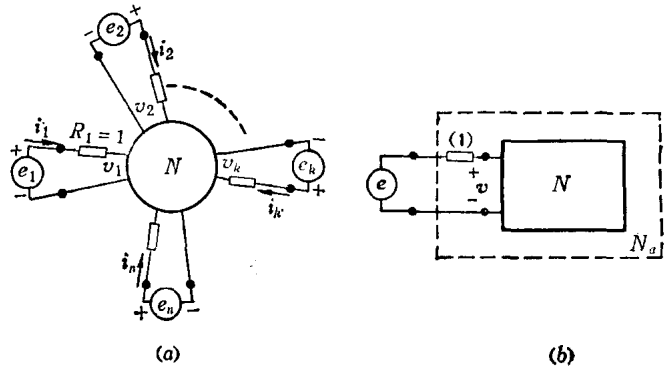


图 1.7 归一化加载网络 N_a 及其简化示意图

这种状况，人们采用加载网络的概念。所谓归一化加载网络就是网络 N 的每一个口 k 的一端串接一电阻 $R_k = 1 \Omega$ 。这个加载网络的每一个口再与电压源 e_k 相接，如图 1.7(a) 所示，(b) 是简化了的示意图。图中虚线所围部分就是网络 N 的归一化加载网络 N_a 。在这种情况下，各口的关系是

$$e_k = v_k + R_k i_k = v_k + i_k \quad (1.14)$$

而整个网络的状况则可以表示为

$$\mathbf{e} = \mathbf{v} + \mathbf{i} \quad (1.15)$$

矢量 $\mathbf{e}$ 的某些元素 e_k 当然可以等于零。

§ 1.3 线性网络

我们这里所讨论的网络的性质，可以用时域分析中的一些简单数学关系来表示。

凡是由线性电路元件组成的电路以前都叫做线性网络。但现时的所谓线性网络必须满足下列两定律：

(一) 均匀律

设 $[\mathbf{v}, \mathbf{i}]$ 是网络 N 的一组可容许的信号对，如 $\alpha[\mathbf{v}, \mathbf{i}]$ 也是网络 N 的一组可容许信号对，这里的 α 是任意的实常数，则人们说，网络 N 满足均匀律。

图 1.8 是由线性元件 C 和 R 组成的二口网络 N 。设

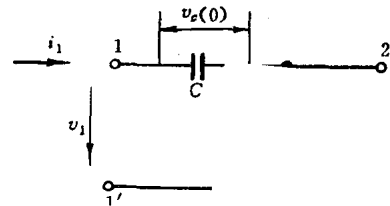


图 1.8 简单二口

的 v_2

在口1施加恒定电压 $v_1 > v_c(0)$, $v_c(0)$ 是电容 C 上的起始电压, 而在口2不施加任何信号, 则流入口1的电流 i_1 将是方程

$$\frac{1}{C} \int_0^t i_1 dt + Ri_1 = v_1 = \text{常数}$$

的解

$$i_1(t) = \frac{v_1 - v_c(0)}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

而

$$v_2 = Ri_1 = [v_1 - v_c(0)] e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i_2 = 0$$

在这种情形下, 网络 N 的一组可容许信号对是

$$[v_1, i_1] = \left[\begin{array}{c} v_1 \\ v_2 = [v_1 - v_c(0)] e^{-\frac{t}{RC}} \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} i_1 = \frac{v_1 - v_c(0)}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \\ 0 \end{array} \right]$$

但 $\alpha[v_1, i_1]$ 却不是 N 的可容许信号对。由于 $v_c(0)$ 的存在, 不论 $\alpha < 1$ 或 $\alpha > 1$, 网络 N 的可容许信号对都不会是 $\alpha[v_1, i_1]$ 。

所以, 即使一个网络全部由线性元件组成, 假如它的贮能元件 L_j 和 C_j 不是全部处于静止状态, 即任何电感的起始电流 $i_{L_j}(0)$ 和任何电容的起始电压 $v_{C_j}(0)$ 不是全部等于零, 这个由线性元件组成的网络还是不满足均匀律的。

另一方面, 在图 1.8 的网络中, 如 $v_c(0) = 0$, 从上面的讨论结果可以看出, 它是满足均匀律的。

(二) 可加律

设 $[v_1, i_1]$ 和 $[v_2, i_2]$ 是网络 N 的两组可容许的信号对, 如 $[v_1 + v_2, i_1 + i_2]$ 也是 N 的可容许信号对, 则人们说, 网络 N 满足可加律。

由线性元件组成的网络 N , 如所有贮能元件都处于静止状态, N 将满足可加律。

对于满足均匀律和可加律的网络, 人们说它适用叠加原理。适用叠加原理的网络叫做线性响应网络, 有时也简称线性网络。注意这种线性网络与本节开始时所提到的线性网络是有差别的。我们今后所讨论的连接网络将都是线性响应网络。

根据这个定义, 由电压源或电流源构成的单口网络 (图 1.9) 并不是线性网络。拿电压源来说, 可容许信号对 $[E, i]$ 中的 E 为一定值, 而 i 则可为任意值。故它的可容许信号对包含有 $[E, 0]$ 和 $[E, i]$, 但 $[E + E, 0 + i] = [2E, i]$ 并不是这个单口网络的可容许信号对。可加律在这里是不适用的。

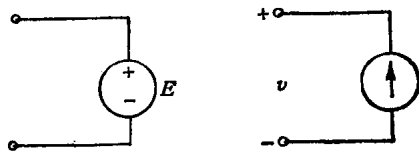


图1.9 电压源或电流源所构成的单口网络

由理想二极管组成的单口网络也不是线性网络 (图 1.10)。该图的右方是理想二极管 i 特性曲线。显然可见, 均匀律在这里得不到满足。但是, 图 1.11(a) 所示的由

两个理想二极管和两个电阻 r 所构成的单口网络则是一个线性网络，它的作用与图 (b) 的电阻 r 相同。由此可见，用非线性网络组合而成的网络也有可能是线性的。

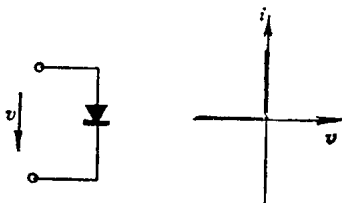


图 1.10 由理想二极管组成的单口网络

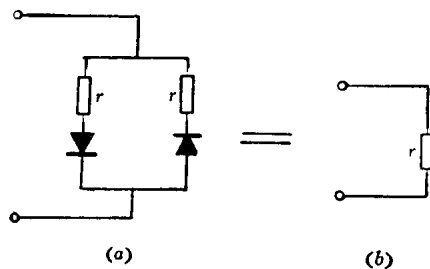


图 1.11 由两个二极管组成的线性网络

§ 1.4 时不变网络

如对于网络 N 的每一组可容许信号对 $[v(t), i(t)]$ ，存在有另一组可容许信号对 $[v_c(t), i_c(t)]$ ，两者之间保持有下列关系：

$$[v(t), i(t)] = [v_c(t + \tau), i_c(t + \tau)] \quad (1.16)$$

式中的 τ 为一有限的实数，则 N 为一时不变网络。

式 (1.16) 的关系意味着当人们将时间轴的原点移动时，网络的性质不受任何影响。对于单口网络，这种关系可以用图 1.12 的曲线来表示。

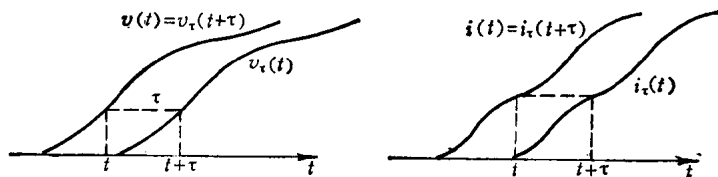


图 1.12 对于时不变网络，时间的推延并不影响网络的性质

如果电路元件的参数 R , L , C 等都是固定的常数，而且所有储能元件都处于静止状态，由这样的元件组成的网络将是时不变网络。但时不变网络也可能是由互相补偿的时变元件组成的，例如图 1.13 (a) 的单口网络就是一个时不变网络，虽然构成这个网络的元件都是时变元件，这个网络的输入阻抗是恒等于 1Ω 的电阻。

实际上，温度补偿网络都属于这一类。可是，如果我们从图 1.13

(a) 的网络再引出端对 2-2'，如图 1.13 (b) 所示，使之变为二口网络，这个二口网络将是时变网络。

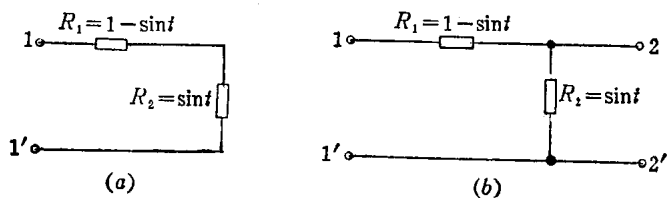


图 1.13 时不变网络和时变网络

实际上，网络的性质必然因环境的改变而发生变化。故严格地说，时不变性是一种理想的概念。但是，当网络的性质仅跟随时间 t 作缓慢的变化时，人们往往可以将之作为时不变网络来处理。

§ 1.5 耗 能 网 络

所谓网络的耗能性是指网络不能由它本身向外界供给能量。在网络综合中, 这是一个很关键的概念。网络的耗能性可以表述如下。

如果对于任何有限瞬间 t , n 口网络 N 的所有可容许信号对 $[v, i]$ 均满足

$$f(t) = \int_{-\infty}^t \tilde{v}(\tau) i(\tau) d\tau \geq 0 \quad (1.17)$$

的关系, 则 N 为一耗能网络。

在方程式 (1.17) 中, $\tilde{v}(\tau)$ 是列矩阵 v 的转置矩阵, 即行矩阵

$$\tilde{v} = [v_1 \quad v_2 \quad \cdots \quad v_n] \quad (1.18)$$

被积函数

$$\tilde{v}i = v_1 i_1 + v_2 i_2 + \cdots + v_n i_n = p(t)$$

是在任意瞬间 t 从所有 n 个口输入于网络 N 的瞬间功率。故 $f(t)$ 代表从瞬间 $t = -\infty$ 至瞬间 t 这一段时间内, 从所有 n 个口输入于网络 N 的总能量。方程式 (1.17) 表明这个输入于 N 的总能量必须大于或等于零, 意味着网络 N 不可能由它本身向外界供给能量。在方程式 (1.17) 中, 我们把积分下限选择为 $t = -\infty$, 其目的在于确保组成网络 N 的所有储能元件原先均处于静止状态, 即不贮有任何能量。

值得指出, 网络 N 的所有可容许信号对都必须满足方程式 (1.17) 的关系。在可容许的信号对中, 如有一对不满足这个关系, 网络 N 将不是耗能网络, 而是一供能网络。

注意方程式 (1.17) 包含两种情况。一是 $f(t) > 0$, 外界输入于网络 N 的能量有一部分在网络 N 内消耗掉了。此时的 N 将是一真正的耗能网络。另一种情况是 $f(t) = 0$, 它说明外界从某几个口输入于 N 的能量将全部从其他的几个口输出给负载。网络 N 本身并不消耗任何能量。这种网络叫做无损网络。所以, 我们这里所说的“耗能”网络是广义的, 它包括有真正的耗能网络和无损网络在内。

由理想变压器、回旋器以及常规的电感、电感和电容所组成的网络都是耗能网络。

从概念上说, 方程式 (1.17) 所给出的关系是不难理解的。但要直接应用这个关系去检查一个网络的耗能性却是极端困难的。为了便于检验, 人们往往采用频域分析中与方程式 (1.17) 等效的条件。关于这个问题, 我们将在以后再作讨论。

§ 1.6 网络的可逆条件

网络分为可逆网络和不可逆网络两类。网络可逆性的判断牵涉两次测量。设有 n 口网络 N 。当电流源施加于口 p 时, 它在口 q 上产生一电压响应。然后将同一电流源接于口 q , 假如它在口 p 所产生的电压响应与以前出现于口 q 上的相同, 则这两个口是可逆的。如这种关系适用于所有各口, 则网络 N 是一可逆网络, 反之则不是。

以上的讨论也适用于电压激励-电流响应的情况, 但必须注意, 电压源和电流表的接入不应引起电路拓扑的改变。因为这种关系, 此时以针对加载网络进行讨论更为适宜。

如 n 口网络 N 的任何两可容许信号对 $[v_1(t), i_1(t)]$ 和 $[v_2(t), i_2(t)]$ 均满足下列关系:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{v}_1(x) i_2(t-x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{v}_2(x) i_1(t-x) dx \quad (1.19)$$

则 N 为一可逆网络^①。

式 (1.19) 所给出的关系与电磁场理论中的洛伦茨互逆定理是一致的^②。

理想变压器的可容许信号对的一般表示式是

$$\left[\begin{bmatrix} nv_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_1 \\ -ni_1 \end{bmatrix} \right]$$

它的任何两可容许信号对可以表示为

$$[v_1, i_1] = \left[\begin{bmatrix} nv_{21} \\ v_{21} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_{11} \\ -ni_{11} \end{bmatrix} \right]$$

和

$$[v_2, i_2] = \left[\begin{bmatrix} nv_{22} \\ v_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_{12} \\ -ni_{12} \end{bmatrix} \right]$$

不难证明, 方程式 (1.19) 的被积函数

$$\tilde{v}_1(x) i_2(t-x) = 0 = \tilde{v}_2(x) i_1(t-x)$$

故式 (1.19) 的关系必然成立。理想变压器是一可逆二口网络。

另一方面, 回旋器的可容许信号对的一般表示式是

$$\left[\begin{bmatrix} -\alpha i_2 \\ \alpha i_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \right]$$

它的任何两可容许信号对可以表示为

$$[v_1, i_1] = \left[\begin{bmatrix} -\alpha i_{21} \\ \alpha i_{11} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_{11} \\ i_{21} \end{bmatrix} \right]$$

和

$$[v_2, i_2] = \left[\begin{bmatrix} -\alpha i_{22} \\ \alpha i_{12} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{22} \end{bmatrix} \right]$$

经过运算, 我们得到

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{v}_1(x) i_2(t-x) dx = - \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{v}_2(x) i_1(t-x) dx$$

方程式 (1.19) 的关系得不到满足。回旋器是不可逆的二口网络。

§ 1.7 因果律

在哲理上, 因果律包含有两个互相连系而又有点不同的概念: (一) 满足因果律的 n 口网络在未受激励之前, 不能产生任何响应; (二) 对于满足因果律的网络 N , 同样的起因将

① 参考McMillan: "Introduction to formal realizability theory"《BSTJ》第31卷第2期, 1952年。

② 同上。

产生相同的后果。

概念(一)可以表达为:在 $-\infty < t < t_0$ (t_0 为任意有限值)这个时间域内,网络 N 的可容许信号对仅有 $[0, 0]$,而不应包含有 $[0, i(t)]$ 或 $[v(t), 0]$,这里的 $i(t)$ 和 $v(t)$ 为在 $-\infty < t < t_0$ 这个阶段内不等于0的矢量。

以上这个命题的物理含义是:如在 $t = t_0$ 时,网络的输入才开始作用,则在瞬间 t_0 之前,网络的输出必然为零。它表明因和果的先后关系,因此也叫做“因先性”。根据这个准则,一个电压源 v_0 与一个电阻 R 串连构成的单口网络(图1.14)是不满足因先性的,因为当 $t < t_0$ 时, $[v_0, 0]$ 是它的可容许信号对,而 $v_0 \neq 0$ 。

概念(二)的数学表述首先需要决定哪一组变量是起因,哪一组变量是后果。假如我们以各口的输入电流 $i(t)$ 作为激励, $v(t)$ 作为响应,则这个命题可以表达为:

设 $[v_1(t), i_1(t)]$ 和 $[v_2(t), i_2(t)]$ 为网络 N 在时间域 $-\infty < t < \infty$ 内的两任意可容许信号对,如在 $t \geq t_0$ 时, $i_1(t) = i_2(t)$ 意味着 $v_1(t) = v_2(t)$,则 N 为一因果网络。

对于我们在上一节所讨论的理想变压器的两组可容许信号对,我们可以令在 $t \geq t_0$ 时, $i_{11}(t) = i_{12}(t)$,而 $v_{21}(t) \neq v_{22}(t)$ 。在这种情况下,虽然在 $t \geq t_0$ 时, $i_1(t) = i_2(t)$,而 $v_1(t) \neq v_2(t)$,故取这种信号对时,理想变压器并不是因果网络。

无论根据那一种准则,由电阻、电感或电容组成的网络,只要贮能元件处于静止状态,将都是满足因果律的。

以上我们应用可容许信号对的概念,讨论了网络的一些不同的特性,明确了研究对象的性质,所获得的数学关系大部分是比较直观而且不难理解的。但是,在许多场合下,例如对于网络的综合,它们的直接运用却是比较困难的,因此有必要将其转化为频域分析上的等效条件。下面几章将要讨论这一问题。

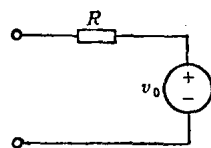


图1.14 不满足因果律的网络

§ 1.8 传输线上的入射波和反射波

传输线段是构成分布参数网络的主要组成部分,也是微波网络的重要器件。在现代电路理论中占有重要位置的散射矩阵,是以传输线上的入射波和反射波的概念为基础的。本书将对散射参量的讨论使微波的等效电路与电路理论统一起来,因此有必要对传输线上的基本关系作一扼要的叙述。

图1.15(a)表示一小段传输线,1-1'代表输入端,2-2'代表输出端。设传输线是无损的,它的分布电感(每单位长度的电感)是 L ,分布电容(每单位长度的电容)是 C 。如采用图上所示的坐标,我们将有以下关系:

$$v_1 - v_2 = \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \Delta x$$

$$i_1 - i_2 = -\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \Delta x$$

前者等于电感 $L\Delta x$ 所引起的压降 $L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \Delta x$;而后者则等于电容 $C\Delta x$ 所贮电荷 $q(x, t) = v(x, t)C\Delta x$ 的时间偏导数 $C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \Delta x$ 。因此我们获得下列联立

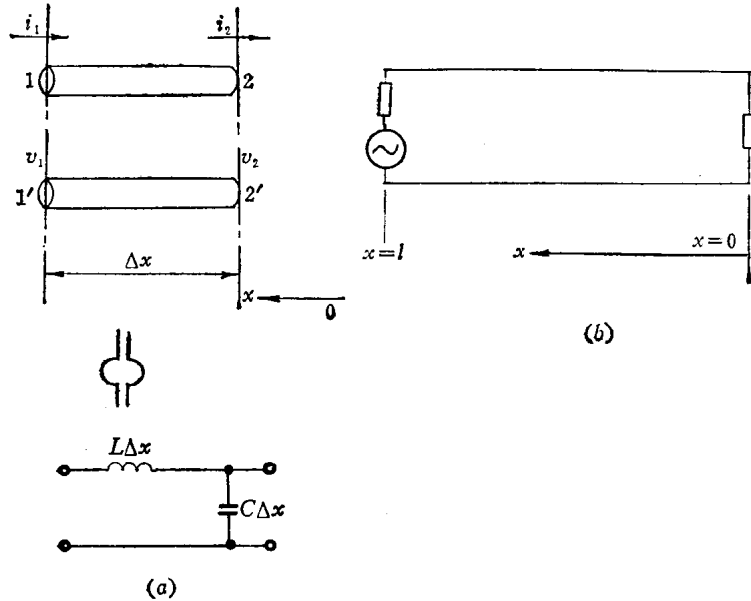


图 1.15 传输线段上电压和电流的关系

偏微分方程:

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = -L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (1.20 a)$$

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = -C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (1.20 b)$$

将方程式 (1.20 a) 对 x 求偏导数, 式 (1.20 b) 对 t 求偏导数, 并消除待求函数 i , 我们得到

$$\frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = -LC \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} \quad (1.21 a)$$

应用类似的方法, 可以获得

$$\frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x^2} = -LC \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial t^2} \quad (1.21 b)$$

方程式 (1.21 a) 和 (1.21 b) 是一维的波动方程。它们具有人所熟知的达朗伯解:

$$v(x, t) = v^i\left(x + \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) + v^r\left(x - \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) \quad (1.22 a)$$

和

$$i(x, t) = i^i\left(x + \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) + i^r\left(x - \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) \quad (1.22 b)$$

数学上, v^i 和 v^r 可以是两个任意的函数, 而在实际问题中, 它们肯定是有密切连系的。 v^i 代表向 $-x$ 方向传播的电压波, 而 v^r 则代表向 $+x$ 方向传播的电压波。如果传输线的一端与信号源相接, 而另一端连接负载, 如图 1.15 (b) 所示, 则 v^i 代表入射波, 而 v^r 则代表反射波。后者是由前者引起的。所以, 除了自变量

$$u^i = x + \frac{1}{\sqrt{LC}} t \quad \text{和} \quad u^r = x - \frac{1}{\sqrt{LC}} t$$

有所不同外, 在实际问题中, 在稳态情况下, v^i 和 v^r 的函数形式应该是相同的。式(1.22a)

表明: 在截面 $x = x_0$ 上, 线间电压 $v(x_0, t)$ 是入射电压波 $v^i\left(x_0 + \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$ 和反射电压波 $v^r\left(x_0 - \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$ 的叠加。

根据完全相同的讨论, 在截面 $x = x_0$ 处, 沿线电流 $i(x_0, t)$ 是入射电流波 $i^i\left(x_0 + \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$ 与反射电流波 $i^r\left(x_0 - \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$ 的叠加。

此外, 入射(或反射)电压波 v^i (或 v^r) 是通过方程式(1.20)与入射(或反射)电流波 i^i (或 i^r) 连系着的, 因为

$$\frac{\partial v^i}{\partial x} = \frac{dv^i}{du^i} \frac{\partial u^i}{\partial x} = \frac{dv^i}{du^i}$$

而

$$\frac{\partial i^i}{\partial t} = \frac{di^i}{du^i} \frac{\partial u^i}{\partial t} = \frac{di^i}{du^i} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

故

$$\frac{dv^i}{du^i} = L \cdot \frac{di^i}{du^i} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{di^i}{du^i}$$

积分得(这里略去了一个在物理意义上不起作用的积分常数):

$$v^i = \sqrt{\frac{L}{C}} i^i = Z_0 i^i \quad (1.23 a)$$

$\sqrt{\frac{L}{C}}$ 具有阻抗的量纲, 通常称为传输线的特性阻抗 Z_0 。

对于反射波, 由于 $u^r = x - \frac{1}{\sqrt{LC}} t$, 人们得到

$$v^r = -\sqrt{\frac{L}{C}} i^r = -Z_0 i^r \quad (1.23 b)$$

故方程式(1.22 b)也可以写成

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_0} v^i\left(x + \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) - \frac{1}{Z_0} v^r\left(x - \frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) \quad (1.24)$$

上式右方第二项前的“-”号表明这样的关系: 式(1.22)的 $v = v^i + v^r$ 和 $i = i^i + i^r$ 表示人们所采取的入射波和反射波的参考极性或参考流向是相同的。对电流波来说, 参考流向是从电源流向负载。式(1.24)中的负号表明反射电流波的参考流向实际与假定的相反。

习 题

1. 试写出下列图示网络的可容许信号对。