

高等学校教材

电路原理

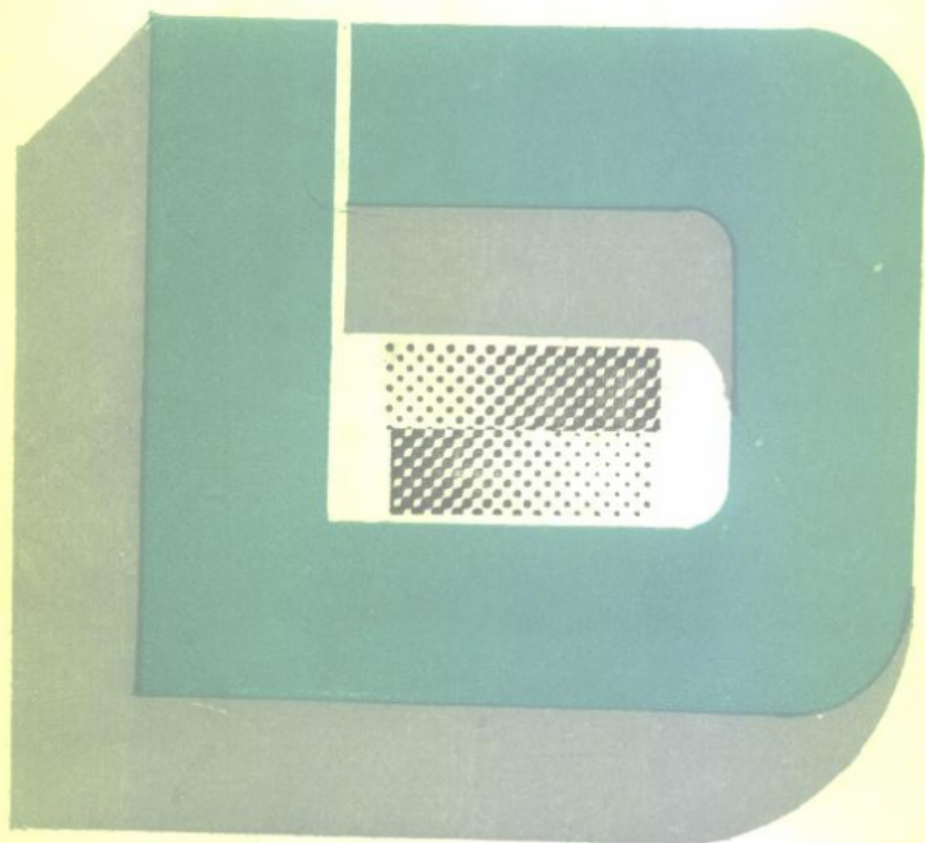
(第三版)

重庆大学电工原理教研室编

江泽佳 主编

周守昌 吴 宁 彭扬烈 修订

· 下 册 ·



7M13

361576

高等学校教材

电路原理

(第三版)

下 册

重庆大学电工原理教研室编

江泽佳 主编

周中昌 吴 宁 彭扬烈 修订



高等教育出版社

(京) 112号

高等学校教材
电 路 原 理
(第 三 版)

下 册

重庆大学电工原理教研室编

江泽佳 主编

周守昌 吴 宁 彭扬烈 修订

高等教育出版社出版

新华书店总店北京科技发行所发行

北京印刷三厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 14.375 字数 370 000

1979年10月第1版 1992年10月 第3版 1992年10月第1次印刷

印数 0001—2 195

ISBN 7-04-003889-7/TM·205

定价 5.15 元

目 录

第六章 频域分析	(1)
§ 6-1 周期函数的傅里叶级数展开式	(2)
§ 6-2 线性电路对周期性激励的稳态响应	(9)
§ 6-3 非正弦周期电流和电压的有效值·平均功率	(16)
§ 6-4 傅里叶级数的指数形式	(21)
§ 6-5 周期信号的频谱	(24)
§ 6-6 傅里叶变换	(35)
§ 6-7 几种常用函数的傅里叶变换	(41)
习题	(47)
第七章 复频域分析	(54)
§ 7-1 拉普拉斯变换	(55)
§ 7-2 拉普拉斯变换的基本性质	(59)
§ 7-3 进行拉普拉斯反变换的部分分式展开法	(71)
§ 7-4 线性动态电路方程的拉普拉斯变换解法	(80)
§ 7-5 克希霍夫定律的复频域形式	(83)
§ 7-6 电路元件的复频域模型·复频域阻抗和复频域导纳	(85)
§ 7-7 用复频域模型分析线性动态电路	(93)
§ 7-8 网络函数	(106)
习题	(122)
第八章 网络图论和网络方程	(132)
§ 8-1 网络图论导论	(132)
§ 8-2 关联矩阵	(143)
§ 8-3 基本割集矩阵	(147)
§ 8-4 基本回路矩阵	(151)
§ 8-5 矩阵 Q 与矩阵 B 之间的关系	(151)
§ 8-6 支路电压电流关系的矩阵形式	(156)
§ 8-7 节点分析法	(168)

*§ 8-8	割集分析法	(176)
*§ 8-9	回路分析法和网孔分析法	(184)
*§ 8-10	对偶图和对偶网络	(193)
§ 8-11	特勒根定理	(204)
§ 8-12	互易定理	(209)
习题		(216)
第九章	状态变量分析	(238)
§ 9-1	网络的状态和状态变量	(238)
§ 9-2	状态方程和输出方程	(235)
§ 9-3	线性常态网络状态方程的建立	(242)
*§ 9-4	非线性网络状态方程的建立	(248)
*§ 9-5	状态空间和状态轨迹	(251)
§ 9-6	状态方程的复频域解法	(258)
习题		(269)
第十章	二端口网络	(276)
§10-1	概述	(276)
§10-2	二端口网络的开路阻抗矩阵和短路导纳矩阵	(279)
§10-3	二端口网络的混合参数矩阵和传输参数矩阵	(286)
§10-4	二端口网络不同参数矩阵的互换	(295)
§10-5	二端口网络的等效模型	(300)
§10-6	二端口网络的联接	(304)
§10-7	有载二端口网络	(314)
§10-8	运算放大器	(321)
*§10-9	RC 有源滤波网络	(331)
§10-10	理想变量器	(336)
§10-11	回转器	(336)
*§10-12	负阻抗变换器	(340)
习题		(347)
第十一章	分布参数电路	(362)
§11-1	均匀传输线及其微分方程	(363)
§11-2	均匀线方程的正弦稳态解	(366)
§11-3	行波及均匀线的传播特性	(373)

§11-4	均匀线的边界效应	(382)
§11-5	无损耗线·驻波	(393)
*§11-6	无畸变线	(407)
*§11-7	均匀线的集中参数等效电路	(409)
§11-8	无损耗线方程的通解	(414)
§11-9	无损耗线在始端电压激励下的波过程	(420)
§11-10	波的反射与折射	(425)
习题		(444)
部分习题答案		(448)

第六章 频 域 分 析

在电气工程、无线电工程和其它电子工程中，除了正弦激励和响应外，非正弦激励和响应也是经常遇到的。例如，我们说电力网内任何一处的电压一般是正弦电压，这只是一种近似的说法，实际上，从发电机产生的电压到电力网内任何一处的电压都不可能完全准确地按照正弦规律变化，而往往是接近正弦函数的非正弦周期函数。当电路中含有非线性元件时，即使是理想的正弦激励也将导致非正弦波形的响应。

在无线电工程和其它电子工程中，通过电路传送的信号，例如由语言、音乐、图象等转换过来的电信号，雷达、自动控制以及电子计算机中大量使用的脉冲信号等，都是非正弦信号（non-sinusoidal signal）。

代表周期性激励与响应的周期函数，可以利用傅里叶级数分解为一系列不同频率的简谐分量。根据叠加定理，线性电路对非正弦周期性激励的稳态响应，等于组成激励信号的各简谐分量分别作用于电路时所产生的响应的叠加。而响应的每一简谐分量可借适用于正弦稳态分析的相量法求得。

组成周期信号的各个不同频率的简谐分量，各有一定的幅值和初相。将它们的幅值和初相分别按照它们的频率依次排列起来，就构成了所谓的幅值频谱和相角频谱。这样的频谱，可以表明周期信号中各频率分量的分布状况，便于分析周期信号通过电路后它的各频率分量的幅值和初相发生的变化。这对于研究如何正确地传送信号是很重要的。

对于非周期信号 (non-periodic signal), 借助于傅里叶变换, 也可作出幅值频谱和相角频谱。非周期信号的频谱与周期信号的频谱之间既有区别又有联系。

§6-1 周期函数的傅里叶级数展开式

设周期函数 $f(t)$ 的周期为 T , 即

$$f(t) = f(t+T)$$

且满足狄里赫利条件 (Dirichlet condition),

(1) 函数 $f(t)$ 在任一周期内绝对可积, 即对于任意时刻 t_0 , 积分 $\int_{t_0}^{t_0+T} |f(t)| dt$ 存在;

(2) 函数 $f(t)$ 在任一周期内具有有限个极大值和极小值;

(3) 函数 $f(t)$ 在任一周期内具有有限个不连续点;
则函数 $f(t)$ 可以展开为傅里叶级数 (Fourier series), 即

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (6-1-1)$$

式中 $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$; n 为正整数; $\frac{a_0}{2}$ 、 a_n 及 b_n 称为傅里叶系数, 可按下列公式求得:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad (6-1-2)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega_1 t dt \quad (6-1-3)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega_1 t dt \quad (6-1-4)$$

为方便起见, 通常将以上三式中的积分区间取为 $[0, T]$ 或 $[-T/2, T/2]$ 。

将式 (6-1-1) 中频率相同的余弦项与正弦项合并为一个正弦函数, 即

$$a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t = A_n \sin(n\omega_1 t + \theta_n)$$

式中

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (6-1-5)$$

$$\theta_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}$$

这一关系可根据图 6-1-1 所示相量图得出。此外, 令

$$A_n = a_n$$

于是, 函数 $f(t)$ 的傅里叶级数展开式又可表示为①

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_1 t + \theta_n) \quad (6-1-6)$$

式 (6-1-6) 表明, 周期函数 $f(t)$ 可以表示为常数项

$\frac{A_0}{2}$ 与许多不同频率的简谐分量之和。其中常数项 $\frac{A_0}{2}$ 实际上就是函数 $f(t)$ 在一周期内的平均值 [参看式 (6-1-2)]。简谐分量 $A_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1)$ 与原周期函数 $f(t)$ 具有相同的频率 ($f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{T}$), 称为 $f(t)$ 的基波 (fundamental wave) 或一次谐波 (first harmonic)。其余的任意一个简谐分量 $A_n \sin(n\omega_1 t + \theta_n)$ ($n > 1$), 其角频率 $n\omega_1$ 为基波角频率 ω_1 的 n 倍, 称为

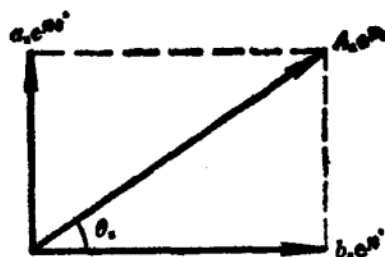


图6-1-1 同频率的余弦项与正弦项的合成

① 若将式 (6-1-1) 中同频率的余弦项与正弦项合并, 表示为一个余弦函数, 则 $f(t)$ 的傅里叶级数展开式还可表示为

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \phi_n)$$

不难看出, 此处 $\phi_n = \theta_n - 90^\circ$, 即 $\phi_n = \arctg -\frac{b_n}{a_n}$

$f(t)$ 的 n 次谐波 (n -th harmonic), A_n 为 n 次谐波的幅值, θ_n 为 n 次谐波的初相角。二次和二次以上的谐波可统称为高次谐波 (higher order harmonic)。将周期函数分解为傅里叶级数的方法是谐波分析 (harmonic analysis) 的一种通用的方法。

傅里叶级数是一个收敛的无穷三角级数。由于这个级数的收敛性, 周期函数中各谐波幅值随着谐波次数的增高而变化的总趋势是逐渐减小。因此, 在工程上, 利用傅里叶级数对周期函数作谐波分析时, 一般只需取为数不多的若干个谐波叠加起来, 就能在某种程度上近似地代表原有的周期函数。应予考虑的谐波数目的多寡, 视已知周期函数的傅里叶级数的收敛速度和具体要求而定。

一个周期函数包含哪些谐波以及这些谐波的幅值, 决定于周期函数的波形, 各谐波的初相不仅决定于周期函数的波形, 还与坐标系原点的位置有关。工程上常见的周期函数的波形, 往往具有某种对称特性。根据波形的对称性, 可以直观地判断哪些谐波应该存在, 哪些谐波不应该存在。这样就更便于对周期函数进行谐波分析。

下面分别讨论三种具有对称性的周期函数的傅里叶级数展开式的特点。

(1) 奇函数 (odd function)

奇函数 $f(t)$ 满足下列条件:

$$f(t) = -f(-t) \quad (6-1-7)$$

奇函数的波形对称于坐标系的原点。图 6-1-6 是一个奇函数的波形的例子。奇函数的傅里叶级数式为

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_1 t \quad (6-1-8)$$

即奇函数只能包含属于奇函数 ($\sin n\omega_1 t$) 类型的谐波分量。奇函数的谐波分量的系数为

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega_1 t dt \\
 &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin n\omega_1 t dt \quad (6-1-9)
 \end{aligned}$$

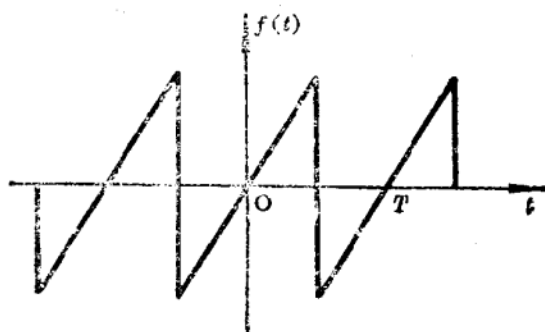


图6-1-2 奇函数的波形示例

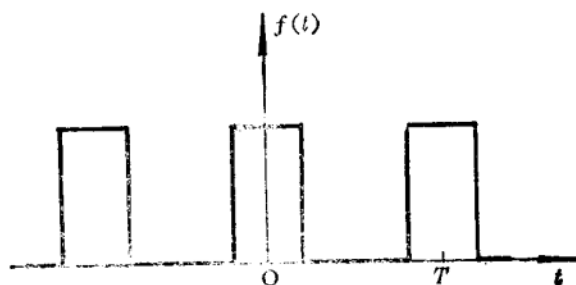


图6-1-3 偶函数的波形示例

(2) 偶函数 (even function)

偶函数 $f(t)$ 满足下列条件:

$$f(t) = f(-t) \quad (6-1-10)$$

偶函数的波形对称于坐标系的纵轴。图 6-1-3 是一个偶函数的波形的例子。偶函数的傅里叶级数式为

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_1 t \quad (6-1-11)$$

即偶函数只能包含恒定分量和属于偶函数 ($\cos n\omega_1 t$) 类型的谐

波分量。偶函数的谐波分量的系数为

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega_1 t dt$$

$$= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos n\omega_1 t dt \quad (6-1-12)$$

(3) 奇谐波函数 (odd harmonic function)

奇谐波函数 $f(t)$ 满足下列条件:

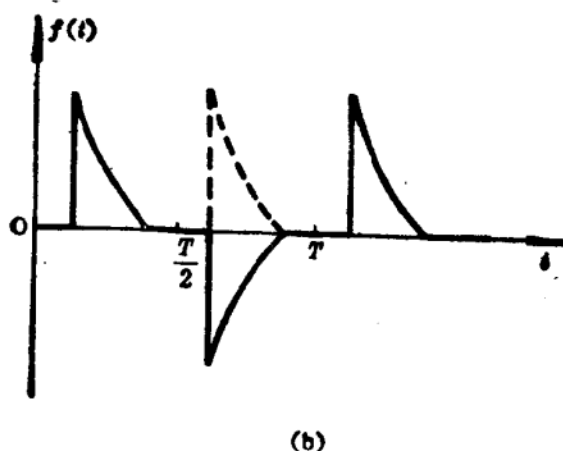
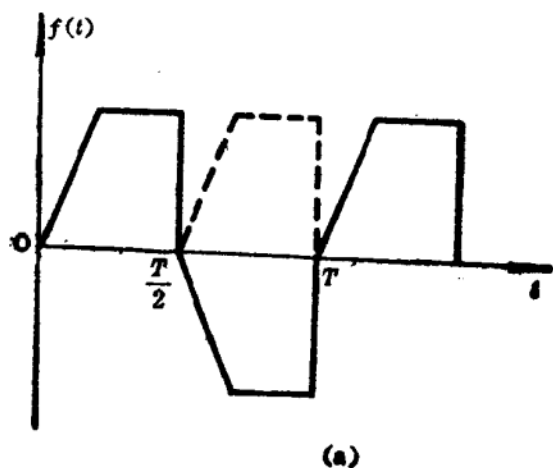


图6-1-4 奇谐波函数的波形示例

$$f(t) = -f\left(t \pm \frac{T}{2}\right) \quad (6-1-18)$$

即任何两个相差半周期的函数值大小相等，符号相反。就一周期的波形来看，后半周是前半周改号（正号变成负号，负号变成正号）后的重复；或者说，后半周对横轴的镜象是前半周的重复。因此，奇谐波函数又可称为半波对称函数（half-wave symmetrical function）。图6-1-4是两个奇谐波函数的波形的例子。图中的虚线部分是后半周对横轴的镜象。

这种函数中所包含的谐波分量，当然也应该具有与这种函数相同的特性，即应满足式（6-1-13）所示条件。

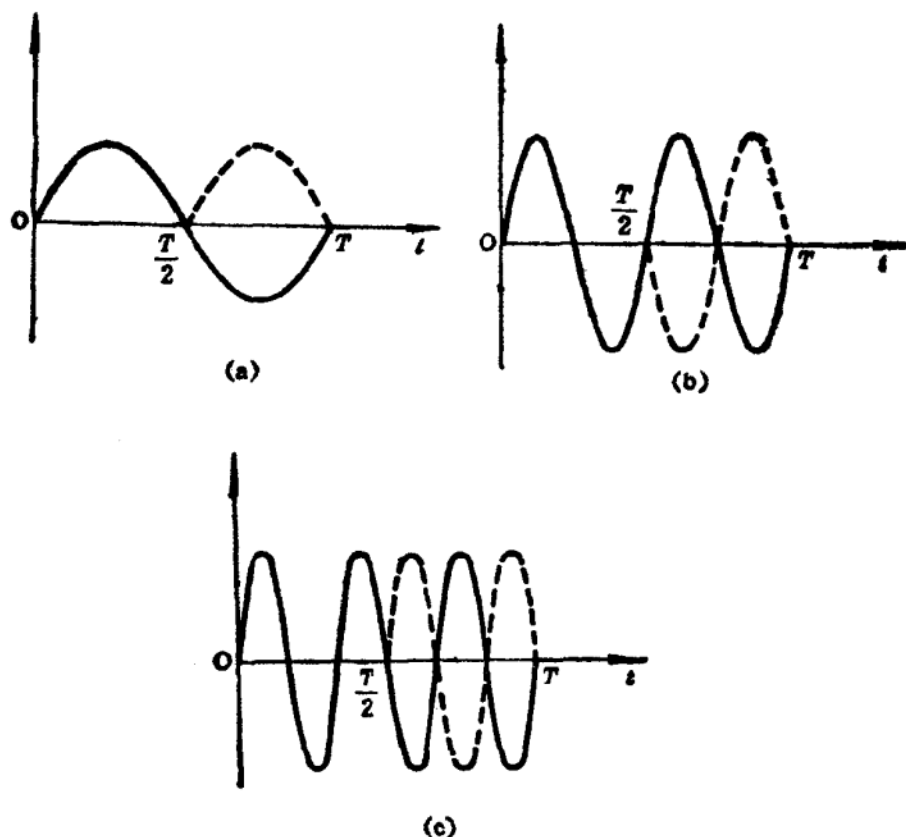


图6-1-5 三个谐波的波形
(a)基波 (b)二次谐波 (c)三次谐波

图6-1-5中画出了三个谐波的波形。显而易见，基波和三次谐波能满足上述条件，就是说，它们的后半周对横轴的镜像（图中的虚线部分）是它们的前半周的重复；二次谐波则不然。事实上，凡是奇次（1，3，5，7，…）谐波都具有上述特性，而偶次（2，4，6，…）谐波及恒定分量则否。因此，满足式（6-1-13）所示条件的周期函数只含有奇次谐波，而不可能包含恒定分量及偶次谐波。这也就是奇谐波函数命名的根据。奇谐波函数的特性亦可称为奇次对称性。

奇谐波函数的傅里叶级数式为

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (n=1, 3, 5, \dots)$$

$$\text{或} \quad f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin (n\omega_1 t + \theta_n) \quad (n=1, 3, 5, \dots) \quad (6-1-14)$$

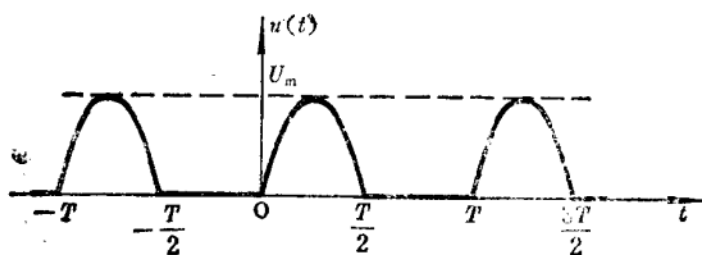
系数 a_n 和 b_n 可根据式（6-1-12）和式（6-1-9）求出，但须注意式中 n 只取奇数。

最后，尚须指出：一个周期函数是否具有半波对称性，仅决定于该函数的波形，但是，一个周期函数是否为奇函数或偶函数，则不仅与该函数的波形有关，也和时间起点的选择有关。例如，将图6-1-5（a）、（b）和（c）各波形的起点分别右移 $\frac{T}{4}$ 、

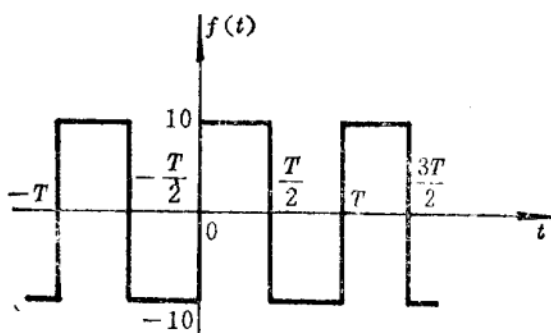
$\frac{T}{8}$ 和 $\frac{T}{12}$ 以后，奇函数就变成了偶函数。

练习题

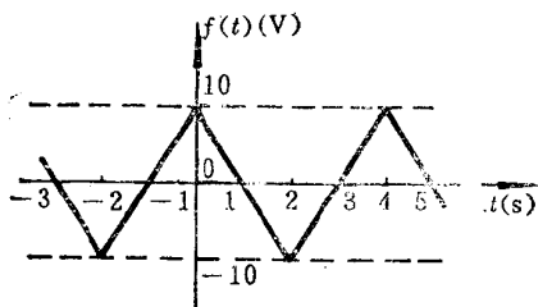
- 6-1-1 试求图题6-1-1所示半波整流电压波形的傅里叶级数。
- 6-1-2 试求图题6-1-2所示波形的傅里叶级数。
- 6-1-3 试求图题6-1-3所示波形的傅里叶级数。



图题 6-1-1



图题 6-1-2

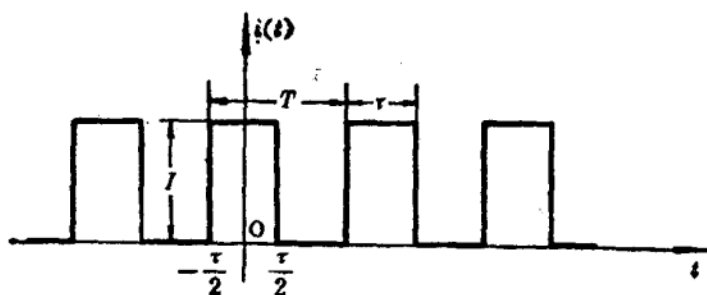


图题 6-1-3

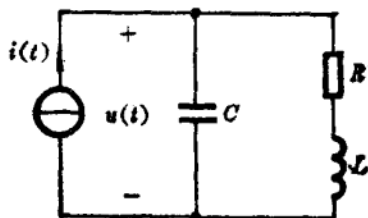
§6-2 线性电路对周期性激励的稳态响应

由于电气工程、无线电工程和其它电子工程中常见的周期函

数一般都能满足狄里赫利条件，即都能展开为傅里叶级数，故作用于线性电路的非正弦周期性激励，均可分解为一系列不同频率的谐波分量之和。如果周期性激励源为电压源，则等效于一系列谐波电压源相串联；如果周期性激励源为电流源，则等效于一系列谐波电流源相并联。根据叠加定理。为了寻求线性电路对非正弦周期性激励的稳态响应，可令构成周期性激励的各谐波激励源逐一单独作用于电路，并应用分析正弦稳态电路的相量法，分别计算出相应的响应，再由频域变换到时域，然后将各谐波激励源所引起的时域响应叠加起来，就得到线性电路对非正弦周期性激励的稳态响应。下面举例说明计算法则和步骤。



(a)



(b)

图6-2-1 线性电路对周期性激励的稳态响应计算示例

(a) 周期性矩形脉冲电流激励 (b) 电路图

例 6-2-1 图 6-2-1 b 表示一个由线圈与电容器相并联的谐振电路的模型, 电路的参数为 $R=20\Omega$, $L=1\text{mH}$, $C=1000\text{pF}$ 。设电路的输入激励是一个周期性矩形脉冲电流 $i(t)$ 如图 6-2-1 a 所示。其中 $I=\frac{\pi}{2}\text{mA}$ 为脉冲幅值 (pulse amplitude), 又称脉冲高度 (pulse altitude); $T=6.28\mu\text{s}$ 为脉冲重复周期 (简称周期); $\tau=\frac{T}{2}$ 为脉冲持续时间 (pulse duration), 又称脉冲宽度 (pulse width) 试求此并联谐振电路的端电压 $u(t)$ 。

解: (1) 对周期性激励电流进行谐波分析

图 6-2-1 a 所示矩形脉冲在由 $-T/2$ 至 $T/2$ 的一周期内的函数式为

$$i(t)=\begin{cases} I & -\tau/2 < t < \tau/2 \\ 0 & -\frac{T}{2} < t < -\frac{\tau}{2} \text{ 及 } \tau/2 < t < T/2 \end{cases}$$

此函数的波形具有偶函数对称性, 故其傅里叶级数展开式中不含正弦函数项, 即

$$b_n=0$$

其余弦函数项的系数为

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{4}{T} \int_0^{\tau/2} i(t) \cos n\omega_1 t dt = \frac{4}{T} \int_0^{\tau/2} I \cos n\omega_1 t dt \\ &= \frac{4I}{n\omega_1 T} \sin \frac{n\omega_1 \tau}{2} = \frac{2I}{n\pi} \sin \frac{n\omega_1 \tau}{2} \end{aligned} \quad (6-2-1)$$

或表示为

$$a_n = \frac{2I}{n\pi} \sin\left(\frac{\tau}{T} n\pi\right) \quad (6-2-2)$$

$i(t)$ 的直流分量为

$$I_0 = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} i(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\tau/2} I dt = \frac{\tau}{T} I \quad (6-2-3)$$