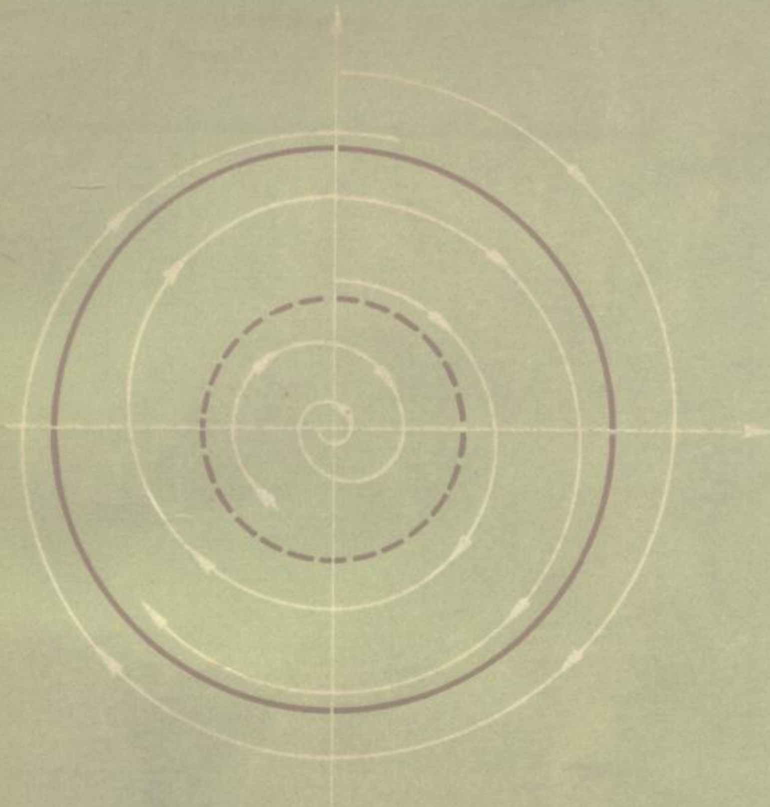

И. М. 卡普欽斯基

无线电技术的振动理论方法

科学出版社

无线电技术的振动理论方法

И. М. 卡普欽斯基著

余英林　潘华江譯

科学出版社

1964

序　言

无綫电技术和自动調整技术的蓬勃发展有力地刺激了振动理論的各种問題的研究，而主要的是这領域中的最复杂的問題——非綫性振动理論．这領域的基本工作是苏联学者所进行的．大約二十五年以前 Л. И. 曼杰尔斯塔姆 (Мандельштам) 院士首先把自振問題表述为非綫性振动理論問題，而 А. А. 安德罗諾夫 (Андронов) 院士揭露了这問題和 А. М. 李雅蒲諾夫 (Ляпунов) 与 H. 邦卡莱 (Poincarè) 的数学工作的联系，并首先給出其严格的解，"自振动"一詞也是由他提出的．从那时候起，由于苏联学者曼杰尔斯塔姆，Н. Д. 帕帕列克西 (Папалекси)，安德罗諾夫，А. А. 維特 (Витт)，Н. М. 克雷洛夫 (Крылов)，Н. Н. 包哥留包夫 (Боголюбов) 等人的工作已經为非綫性动态系統理論奠定了巩固的物理和数学基础：拟定了应用于振动理論問題的定性分析方法并且論証了研究"小非綫性"系統的近似的定量方法，这些工作的基本結果已叙述在 А. А. 安德罗諾夫和 С. Э. 哈依金 (Хайкин) 的基础論著《振动理論》中[1]．

苏联学者克雷洛夫，包哥留包夫，А. И. 别尔格 (Берг)，Ю. Б. 柯物札烈夫 (Кобзарев)，С. И. 耶夫洽諾夫 (Евтянов) 等人在电子管振蕩器的"准綫性"分析方法方面的众所周知的工作在应用于无綫电技术中的自振系統的理論研究上起着卓越的作用．К. Ф. 杰阿多尔奇克 (Теодорчик) 教授基于对現象的能量解释并利用广义的再生图提出了解非綫性問題十分明晰的方法．苏联学者 А. В. 米哈依洛夫 (Михайлов)，Я. З. 崔普金 (Цыпкин)，В. В. 索洛多夫尼可夫 (Солодовников) 等人对綫性动态系統的稳定性理論作了巨大的貢献．无綫电技术特殊部門的发展对加强张弛設备理論的研究起了促进作用．适合于分析张弛振蕩器电路的主要数学工具

1）本书修訂版于 1959 年出版，作者为安德罗諾夫，維特和哈金斯三人——譯者注．

已在前面提到过的安德罗諾夫和哈依金的論著“振动理論”中給出。张弛振动的問題在杰阿多尔奇克、Я. С. 依茨霍基(Ицхоки), В. В. 維特凱維奇(Виткевич), Л. П. 霍洛坚科(Холоденко)等人的工作中得到进一步的发展。

当然，以上对有关工作的列举是远非完备的。

在絕大多数的近代无綫电技术的設备中，在不同程度上都应用了具有非綫性特性的器件。当非綫性对电路的工作沒有本质上的作用时，問題可以“綫性化”，即导致了綫性微分方程式。此时，研究工作大大簡化。然而在很多极重要的情况下，非綫性在电路的工作中起着主要的作用。属于这种情形的特別是：簡諧电压和脉冲电压的发生，調制和检波，发生器的同步，分頻和倍頻，自振蕩頻率和振幅的稳定等。因此非綫性振动理論方法在无綫电技术設备的工程計算中起着非常大的作用。

目前感到需要有闡明用振动理論的方法来分析非綫性无綫电技术設备的专书。近年来出版的許多书籍中[0-4,0-7及0-8]很少是闡述振动理論的定性方法的，而在研究一系列問題中使用这种方法的有效性是明显的；对具有“小非綫性”电路的分析方法曾在大大簡化的情况下进行的，而这种簡化使一系列重要的技术問題不能得到发展(其中有自振蕩頻率稳定性問題)。

作者的任务是在某种程度上在这些問題中补充文献之不足。本书基本上是作者在1948年至1951年在莫斯科的一些研究所中对研究生讲課时所用过的教材。因篇幅所限，有很多重要部份本书未能尽述。例如，其中略去了克雷洛夫院士和包哥留包夫院士所始創的符号法。

作者对哈依金教授和И. Г. 克里雅茨金(Кляцкин)教授表示謝意。哈依金教授校对了本书，而克里雅茨金教授則提供了宝貴的意見，这些意見已被作者采納。

作者

目　　录

序言 ………………………………………………………………iii

第一章　引言 ……………………………………………………1

1-1. 电系統的阶和自由度的数目 …………………………1

1-2. 自持和非自持系統 ………………………………………9

1-3. 綫性和非綫性系統 ………………………………………10

第一部分　自持系統

第二章　相平面上的平衡态 ……………………………………15

2-1. 定性方法的一般概念．相空間 …………………………15

2-2. 奇点和平衡态 ……………………………………………17

2-3. 积分曲綫的等傾綫 ………………………………………20

2-4. 二阶綫性微分方程式的奇点 ……………………………20

2-5. 奇点的类型和过程的特性 ………………………………26

2-6. 李雅蒲諾夫的平衡稳定性 ………………………………36

2-7. 奇点的类型和系統参量的关系 …………………………38

2-8. 具有干摩擦的系統 ………………………………………40

第三章　高阶綫性系統的平衡态 ………………………………44

3-1. 問題的提出 ………………………………………………44

3-2. 拉烏斯-古尔維茨稳定性判据 …………………………47

3-3. 乃奎斯特稳定性判据 ……………………………………49

3-4. 米哈依洛夫稳定性判据 …………………………………55

3-5. 三节 RC 振蕩器的自激 ………………………………56

第四章　保守非綫性系統 ………………………………………62

4-1. 能量积分 …………………………………………………62

4-2. 平衡态 ……………………………………………………64

4-3. 电磁继电器衡鉄的运动 …………………………………65

第五章　自振动系統 ……………………………………………72

5-1. 相平面上的极限环 ………………………………………72

5-2．迴路的指数和奇点 …… 73
5-3．自振动系統中的能量关系 …… 76
5-4．具有慣量非綫性的单迴路振蕩器 …… 78
5-5．自振动系統的几种型式 …… 80
第六章　一阶非綫性电系統 …… 84
6-1．运动在相曲綫上的反映 …… 84
6-2．閘流管扫描发生器 …… 87
6-3．幻象电路 …… 91
第七章　二阶非綫性电系統 …… 105
7-1．平衡态及其稳定性 …… 105
7-2．周期运动的稳定性 …… 107
7-3．“大范围的稳定性”区域 …… 111
7-4．极限环不存在的判据 …… 112
7-5．RC 振蕩器(反相电路) …… 114
7-6．多諧振蕩器 …… 120
7-7．基柏继电器 …… 133
7-8．触发电路 …… 140
7-9．間歇振蕩器 …… 146
第八章　近似綫性二阶自振动系統的定量分析 …… 165
8-1．緩变振幅法 …… 165
8-2．单迴路电子管振蕩器理論 …… 174
8-3．准綫性法 …… 189
8-4．小参量法 …… 194
8-5．RC 正弦振蕩器理論 …… 206
8-6．自振蕩振幅的稳定 …… 219
第九章　高阶湯姆逊諾夫斯基系統 …… 223
9-1．耦合的保守迴路 …… 223
9-2．緩变振幅法 …… 228
9-3．有耦合迴路的振蕩器(牵引电路) …… 232
9-4．电子管振蕩器的頻率稳定理論 …… 239
9-5．振蕩器电路理論 …… 249

第二部分　非自持系統

第十章　簡諧电动勢作用于近似綫性的接近基波諧振的系統……261
10-1．緩变振幅法推广至近似于綫性的非自持系統……261
10-2．鉄磁諧振……268
10-3．不含电感的狹頻带放大器……278
10-4．单迴路振蕩器的强迫同步……289
第十一章　近似綫性系統中的参量作用……297
11-1．綫性迴路的参量激励……297
11-2．非綫性电感量迴路的外参量諧振……302
11-3．自参量諧振……306
11-4．第二类諧振……310
第十二章　"断續"振蕩产生器的同步……317
12-1．問題的提出……317
12-2．递推計算的几何方法(杰阿多尔奇克方法)……322
12-3．同步状态的分析……327
附录……336
文献目录……337

第一章　引　　言

1-1．电系統的阶和自由度的数目

如果我們已經知道电系統中各支路的电流的值和各元件(如电容、电阻、电感綫圈、变压器繞組等等)上电压的值，則电系統在該时刻的状态就完全确定了．以后我們将把組成电系統的元件的数值称为参量．系統可能含有大量的不同的元件；因而待定的电压和电流的数目可能极多．但它們并不都是独立的．在分析任一电路时必須首先确定为了完全确定电路的状态所必需知道的独立的电流和电压的数目．

我們就簡单的例子开始研究这个問題．

在电容和电阻組成的迴路中(图1-1)，如果給定一个量——迴路中的电流 I，則每一个元件上的电压就单值地被确定了．电流决定了电阻上的电压 $u_R=RI$，因此也决定了电容上的电压 $u_C=-u_R$．我們也可以不用电流而給定电容上的电压 u_C；这时从上述等式中可确定电压 u_R 和迴路电流 I．

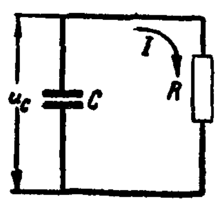

图 1-1

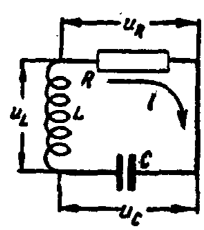

图 1-2

在由电感，电容和电阻組成的振蕩迴路(图 1-2)的場合中，迴路电流 I 同样单值地确定了电阻上的电压 $u_R=RI$．但在儲能元件 L 和 C 上的电压不能由 I 确定，因为一个方程式

$$u_L+u_C+u_R=0, \tag{1-1}$$

不能分别确定 u_L 和 u_C。 我們尙沒有其他合适的方程式，因为通过儲能元件的电流并不能确定这些元件上的电压降. 实际上，在电感上的电压是

$$u_L=\frac{d\Phi}{dt}, \tag{1-2}$$

其中 Φ 是穿过綫圈各匝的磁通(韦伯). 按电感的定义 $\Phi=LI$。如果电感不依賴于电流，则

$$u_L=L\dot{I}. \tag{1-2a}$$

如果 L 的值依賴于电流，则 u_L 的表达式变得較复杂：

$$u_L=\left(L+\frac{dL}{dI}I\right)\dot{I}. \tag{1-2б}$$

在这两种情形下，为了确定該时刻綫圈上的电压不但必須知道电流的瞬时值(在第二种情形)，而且还需知道电流变化速度的瞬时值。其次，如 q 是电容器上的电荷，则

$$q=Cu_C. \tag{1-3}$$

将此等式微分，如电容量不依賴于电容器两端的电压，则得

$$I=C\dot{u}_C, \tag{1-3a}$$

如电容量依賴于电容器上的电压，则

$$I=\left(C+\frac{dC}{du_C}u_C\right)\dot{u}_C. \tag{1-3б}$$

从这些关系式中可見通过电容器的电流并不能确定电容器上的电压，而仅仅确定了这个电压的变化速度.

因此，如果只給定了迴路电流，振蕩迴路的状态还沒有完全确定. 为了确定迴路的状态还应再給定一个独立的变量. 这个量可以是电压 u_C，这时在綫圈上的电压直接由方程式(1-1)确定；我們也可以选择电流 I 和它的导数 $\dot{I}$ 作为一对独立变量，这时从方程式(1-2 a)或(1-2 б)确定电压 u_L，而从方程式(1-1)确定电压 u_C。总之，可以采用互不依賴的任何一对变量：I, $\dot{I}$；u_C, $\dot{u}_C$；I, u_C 等等作为初始变量，但不应給定变量对 I, u_R，因为这些变量不是独立的，它們是由等式 $u_R=RI$ 联系。

我們将把足以完全确定系統状态的独立变量的集合称为系統

的坐标．在某种意义上看来坐标的选择是随意的，在具体問題中则需视实际的方便而定．

包含一个储能参量的电路的状态(图 1-1) 由一个坐标决定，例如电流 I 或电容器上的电压 u_C．如所周知这个电路的行为由一个一阶微分方程式描述：

$$\dot{u}_C+\frac{u_C}{RC}=0. \tag{1-4}$$

这样一来，如果我們給定坐标在某时刻的值，则我們不但完全确定了在此时刻电路的状态，并且还可以指出电路在任何时刻的状态，因为一个起始条件单值地确定了一阶微分方程式的解．

包含两个儲能器的电路(图 1-2)的状态由两个坐标确定．将式(1-1)微分，并由等式(1-2 a)和(1-3 a)将电压代入，得振蕩迴路的微分方程式：

$$L\ddot{I}+R\dot{I}+\frac{I}{C}=0. \tag{1-5}$$

这个方程式的阶恰好等于坐标的数目．因此如給定在某一时刻的一对坐标值便可单值地确定迴路以后的行为．

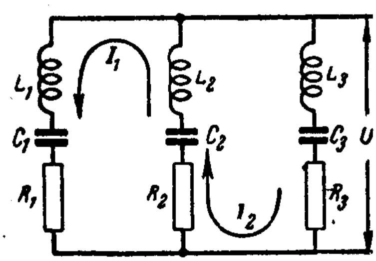

图 1-3

现在我們研究由耦合迴路組成的系統(图 1-3)．在任何有分支的电路中独立的电流数目等于使电路不再保留有閉合迴路所必須进行的最小的断路数．我們現有两个独立的迴路电流 I_1 和 I_2 (所有的符号在图 1-3 中給出)．如給定这些电流就确定了三个电阻上的电压

$$u_{R1}=R_1I_1;\quad u_{R2}=-R_2(I_1+I_2);\, u_{R3}=R_3I_2. \tag{1-6}$$

为了确定其余的电压——三个电容器上的电压：u_{C1}, u_{C2}, u_{C3}；三个电感上的电压：u_{L1}, u_{L2}, u_{L3}；和节点間的电位差 U，首先观察下列方程式：

$$
\left.\begin{aligned}
u_{C1}+u_{L1}+u_{R1}=U;\\
u_{C2}+u_{L2}+u_{R2}=U;\\
u_{C3}+u_{L3}+u_{R3}=U.
\end{aligned}\right\}\tag{1-7}
$$

再合併下列等式：

$$
u_{L1}=L_1\dot{I}_1;\quad u_{L2}=-L_2(\dot{I}_1+\dot{I}_2);\quad u_{L3}=L_3\dot{I}_2,\tag{1-8}
$$

便得

$$
\frac{u_{L1}}{L_1}+\frac{u_{L2}}{L_2}+\frac{u_{L3}}{L_3}=0.\tag{1-9}
$$

由于我們的电路是閉合的，而在各支路上流通的电流只能使电容器間的电荷 q_C 重新分配；故各电容器上的电荷之和是常数，尤其是如在起始时刻电容器沒有充电，则

$$
q_{C1}+q_{C2}+q_{C3}=0.\tag{1-10}
$$

由此又得到一个关于电压的方程式：

$$
C_1u_{C1}+C_2u_{C2}+C_3u_{C3}=0.\tag{1-11}
$$

如电感量和电容量是常量，則在方程式(1-9)和(1-11)中的系数 L 和 C 分别是电感量和电容量。如果这些电路参量依賴于电流和电压，則这些系数应該用在等式(1-2б)和(1-3б)中的較复杂的式子来代替。

为了确定其余的电压，我們总共得到五个方程式：(1-7)，(1-9)和(1-11)。但未知数却有七个。由此看出，两个独立的电流 I_1 和 I_2 并不能确定系統的状态。我們还需有两个独立变量。在电流 I_1 和 I_2 以外再給定两个电压 u_{C1} 和 u_{C3}，就可以单值地确定其余的电压。从方程式(1-11)决定电容器 C_2 的电压。其余电压可从方程式(1-7)和(1-9)計算。我們看到，电流 I_1 和 I_2 不仅决定了存儲在綫圈 L_1 和 L_3 的磁場中的能量，而且也决定了存儲于綫圈 L_2 的磁場中的能量，因为通过这个綫圈的电流是 I_1+I_2。同样，电容器 C_1 和 C_3 上的电压不仅决定了存儲于这些电容器中的能量，而且也决定了电容器 C_2 的能量，因为它的电压可由在电容器 C_1 和 C_3 上的电压单值地确定。

这样，所研究的电路包含有四个“独立”的儲能器，所說的独立

的儲能器即其能量由所选用的四个坐标之一所决定的那些儲能器：此四坐标为两个綫圈中的电流和两个电容器上的电压。至于在所有儲能器中那一些是“独立”的，則取決于坐标的选择。

現在我們来找出电路的微分方程式。从方程式(1-7)中消去节点电压 U 便得：

$$\left.\begin{aligned} u_{L1}+u_{LR1}+u_{C1}&=u_{L2}+u_{R2}+u_{C2};\\ u_{L3}+u_{R3}+u_{C3}&=u_{L2}+u_{R2}+u_{C2}. \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}12)$$

其次，将方程式(1-12)微分一次并用相应的电流及其导数代替方程式中电压的导数。最后得：

$$(L_1+L_2)\ddot{I}_1+(R_1+R_2)\dot{I}_1+\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)I_1+$$

$$+L_2\ddot{I}_2+R_2\dot{I}_2+\frac{1}{C_2}I_2=0; \qquad (1\text{-}13)$$

$$(L_2+L_3)\ddot{I}_2+(R_2+R_3)\dot{I}_2+\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)I_2+$$

$$+L_2\ddot{I}_1+R_2\dot{I}_1+\frac{1}{C_2}I_1=0. \qquad (1\text{-}14)$$

我們得到两个二阶方程式。如所周知，这些方程式可以化为一个四阶方程式。确定系統在某时刻的状态的四个坐标同时也单值地确定了方程式(1-13)和(1-14)的解，因而也确定了系統在以后的行为。

图 1-3 的电路由三个支路組成，且每一支路均含有三类元件：L, R 和 C。現在我們来看看如果除去电路中的某些元件时，坐标的数目和微分方程式的阶会怎样变化。从方程式(1-13)和(1-14)可直接得知，去掉全部电阻($R_1=R_2=R_3=0$)并不使微分方程式的阶改变，同时坐标的数目也不改变；实际上这时我們仍然有七个未知电压和五个联立方程式。如果除去一个电感和一个电容，即設 $L_2=0, C_2=\infty$(图 1-4)，同样也不引起微分方程式的阶和坐标数目的改变。实际上，知道电流 I_1 和 I_2 我們就可以确定电压 U, u_{R1}, u_{R3}；但为了确定四个电压 u_{C1}, u_{C3}, u_{L1}, u_{L3}，我們只有两个方程式可供使用：

$$u_{L1}+u_{C1}+u_{R1}=U;$$
$$u_{L3}+u_{C3}+u_{R3}=U.$$

可見还有两个变量可以独立地給定，但这时不能利用方程式(1-9)和(1-11)，因为$\frac{u_{L2}}{L_2}$和C_2u_{C2}两項变成不定式$\frac{0}{0}$和$0\cdot\infty$，不难看出，它們分别等于$(\dot{I}_1+\dot{I}_2)$和q_{C2}，由此可見，我們引入方程式(1-9)和(1-11)亦即同时又引入两个未知量。

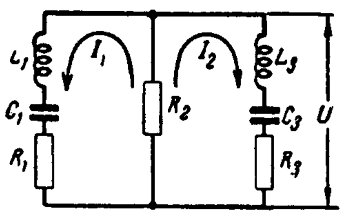

图 1-4

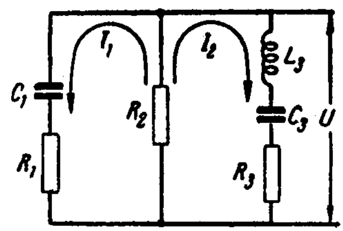

图 1-5

在图 1-4 的电路中仅有独立的儲能器。如果現在再除去一儲能器(例如，設$L_1=0$)(图 1-5)，則微分方程的阶便将减低一次，因为方程式(1-13)中最高阶导数的系数变为零，此时坐标的数目也減少一个，因为电压u_{C1}可直接由电流表示。

$$u_{C1}=U-u_{R1}=-R_2(I_1+I_2)-R_1I_1,$$

而两个电压u_{L3}和u_{C3}則由一个方程式联系着：

$$u_{L3}+u_{C3}=U-u_{R3}.$$

从所研究过的例子中得知，电系統的坐标数目等于系統的微分方程式的阶，同时也等于独立儲能器的数目。这个数目我們称为系統的阶。

我們所得到的結論是普遍性的，可以証明它对于由任意个迴路組成的系統来說也是正确的。

总之，n阶系統的状态由n个独立的电压和电流(或它們的导数)确定，而它的行为可由n阶微分方程式描述。

应該注意，(1-13)和(1-14)型方程式可以不象以前那样采用支路方程式(1-7)得到，可以按克希荷夫第二定律用順序环繞每个閉合迴路的方法对环流I_1和I_2直接写出这些方程式(图 1-3)。

在一般情况下有多少个独立迴路电流，我們就得到多少个微分方程。如果該迴路包含电感和电容，則相应的微分方程是二阶的。如果迴路除了电阻以外只含有电感或电容，則相应的微分方程式是一阶的。

这样一来，系統的阶可以由計算独立儲能器的数目来确定，或者按順序环繞迴路的数目来确定。在后一情形下，系統的阶等于含两类儲能器(电容和电感)的迴路的数目的两倍与只含一类儲能器的迴路数目之和。如果遇到只含有电阻的閉合迴路，則它們不能使系統的阶改变。

在文献中应用电系統时常利用自由度数目的概念。电路的自由度数目等于将电路断开使其不再有閉合迴路所必需的断开的最小次数。在一般情形下，每一迴路含有两种儲能器(电感和电容)。如相应于这自由度的迴路只含有一种儲能器时，則这个自由度称为簡併的，如迴路不包含任何貯能器时，則自由度称为双重簡併。按照这个定义，系統的阶等于两倍自由度数目减去簡併的数目。

系統的阶是将动系統分类的最方便的特征，因为在动系統中可能发生的动态过程的多样性，平衡态类型的数目，以及系統的数学研究的复杂性正是决定于系統的阶，而不是它的自由度的数目。在非簡併系統中，阶与自由度数目单值地联系着，故采用两种概念是同样方便的。但在現代的无綫电技术中，尤其經常遇到簡併系統；在这样的系統中，自由度的数目并不能决定系統的阶。

由两个电感性耦合的迴路組成的电路(图 1-6)一般含有四个独立的儲能器(电容器 C_1 和 C_2 以及綫圈 L_1 和 L_2)，因而是四阶系統。給定四个坐标：两个独立电流 I_1 和 I_2 以及两个独立电压 u_{C1} 和 u_{C2}，系統的状态就完全确定(电

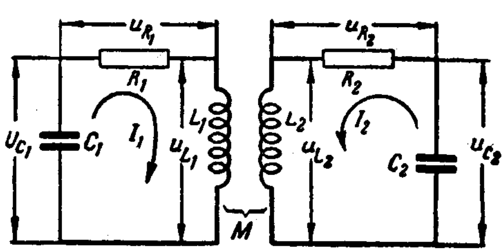

图 1-6

压的符号在图 1-6 中給出)．但假如两綫圈的磁場是紧密耦合的，則电压 u_{C1} 和 u_{C2} 就不能独立地給定；系統的阶便降低一次．实际上，假設初級繞組 (L_1)有N_1匝，而次級繞組(L_2)有 N_2匝，由于两个綫圈的各匝都通过同样的磁通量Φ，所以

$$u_{L1}=N_1\frac{d\Phi}{dt} \text{ 和 } u_{L2}=N_2\frac{d\Phi}{dt},$$

由此得到理想变压器的熟知的关系式：

$$u_{L2}=\frac{N_2}{N_1}u_{L1}.$$

如果給定电流 I_1 和 I_2 以及电压 u_{C1}，則电压 u_{L2} 就被它們单值地确定，

$$u_{L1}=-u_{C1}-R_1I_1;u_{L2}=-\frac{N_2}{N_1}(u_{C1}+R_1I_1);$$

由此得出

$$u_{C2}=\frac{N_2}{N_1}(u_{C1}+R_1I_1)-R_2I_2.$$

如果給定电压 u_{C1} 和 u_{C2}；則只能独立地給定一个电流．

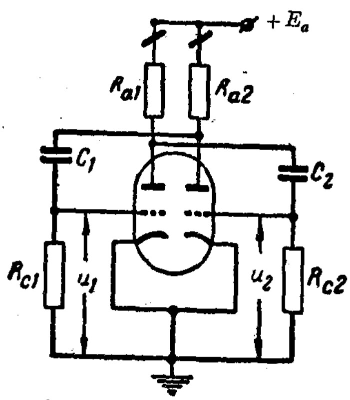

图 1-7

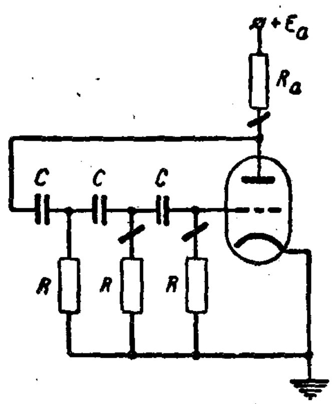

图 1-8

图 1-7 的多諧振蕩器是具有两个自由度的二次簡併系統．图 1-7 中用粗的横截綫表示为了除去閉合迴路所必需的切断．系統的状态由两个坐标决定(可以采用电子管栅极电压 u_1 和 u_2 作为

坐标)．电路含有两个独立储能器（电容器 C_1 和 C_2）并可用二阶微分方程式来描述。

三节 RC 振蕩器电路(图 1-8) 在无柵流的条件下是三个自由度系統，但描述它的不是六阶微分方程式而是三阶 微分方程式．这振蕩器是三次簡併系統。电路含有三个电容，因而是三阶系統．

如上面指出的，含有两个电容的多諧振蕩器是二阶系統。假如在多諧振蕩器电路中再加上一个与任一个过渡电容并联电容，这样自然不会提高系統的阶，因为这些儲能器不是独立的。但如在問題中考虑到控制柵对地的寄生电容或板极电路的寄生电感，則系統的阶提高一倍．从后一例子看出，系統的阶不但由电路本身决定，并且也决定于簡化的假設，这些簡化假設的引入須視电路中各参量的数量关系和所需要解答的問題的性质而定．合理地选择簡化的假設对于任何研究工作都具有决定性的意义．

1-2．自持和非自持系統

如果在电路上沒有外部作用，或者外部作用不依賴于时間，則系統的微分方程式并不以明显的形式含有时間变数．这样的系統称为自持系統。

如果在系統上作用有交变的外电动势，或者系統处于对它的参量有严重影响的交变的外部作用下，則在这样的系統的微分方程式中时間将以明显的形式出現．这类系統称为非自持系統．

如果在振蕩迴路(图 1-2)中串接一电动势为 $E(t)$ 的交流发电机，則迴路由方程式

$$\ddot{I}+\frac{R}{L}\dot{I}+\frac{1}{LC}I=\frac{1}{L}\dot{E}(t) \tag{1-15}$$

描述，它明显地依賴于时間．我們还可以提出其他型式的对迴路的外部作用．設在迴路的綫圈中引入鉄芯，并由局外的緩变电流源来实行附加的磁化．由于鉄芯的导磁率依賴于磁場的值，所以綫圈的电感量将随着磁化电流的改变而变化，故也依賴于时間：$L=L(t)$．略去迴路中由磁化电流引起的电动势，根据等式(1-2)

有

$$u_L=\frac{d}{dt}(LI)=\frac{dL}{dt}I+L\frac{dI}{dt}. \tag{1-16}$$

把(1-16)的 u_L 表达式代入等式(1-1)中，便得到新的方程式：

$$\frac{dL}{dt}I+L\frac{dI}{dt}+\frac{1}{C}\int I\,dt+RI=0,$$

或

$$\ddot{I}+\frac{R+2\dfrac{dL(t)}{dt}}{L(t)}\dot{I}+\left[\frac{1}{C\cdot L(t)}+\frac{\dfrac{d^2L(t)}{dt^2}}{L(t)}\right]I=0. \tag{1-17}$$

方程式(1-17)以明显形式包含有給定的时間函数，因而在这情形下迴路也是非自持系統。

1-3．綫性和非綫性系統

在任一个实际系統中它的参量在不同程度上都依賴于坐标．但有許多設备，它的工作原理与这些依賴性无关，它們一般对設备的工作完全沒有影响，或者仅仅引入不大的畸变．在这样的情形下，可以认为系統的参量一般的与它的状态(坐标的值)无关．在組成微分方程式时，电路的参量包含在方程式的系数中，而坐标(电流和电压)則是时間的未知函数．因此参量与坐标无关的系統可由綫性微分方程式描述(即常系数微分方程式或系数仅依賴于时間的微分方程式)．其中属于上述型式的有前面写出的方程式(1-4)，(1-5)，(1-17)等．由綫性微分方程式描述的系統称为綫性系統．

但是有些在无綫电技术中起着重要作用的設备，它們的工作是基于参量和坐标間存在的依賴关系．如果不注意这些依賴关系就不能正确地描写出这类設备的作用．因此这些系統由系数依賴于未知函数的方程式亦即非綫性微分方程式来描述；这样的系統称为非綫性系統．

因为每一个实际系統的参量均在不同程度上依賴于它的坐