

电 感 计 算 手 册

〔苏〕 П. Л. 卡兰塔罗夫 编著
Л. А. 采伊特林

陈汤铭 刘保安 译
罗应立 张奕黄



机 械 工 业 出 版 社

(京)新登字054号

Расчет индуктивностей

Справочная книга

П. Л. Калантаров

Л. А. Цейтлин

Энергоатомиздат

1986

• • •
电 感 计 算 手 册

П. Л. 卡兰塔罗夫

〔苏〕Л. А. 采伊特林 编著

陈汤铭 刘保安 译

罗应立 张奕黄

•
责任编辑：孙亮芳 责任校对：刘 茹

封面设计：方 芬 版式设计：王 颖

责任印制：卢子祥
•

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

机械工业出版社京丰印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售
•

开本 $850 \times 1168^{1/32}$ ·印张 $16^{5/8}$ ·字数433千字

1992年3月北京第1版·1992年3月北京第1次印刷

印数 0,001-2,500·定价 16.50元
•

ISBN 7-111-02924-0/TM·370

译 者 的 话

电感计算是电工、电力、无线电技术中经常遇到的问题。然而，这类专门的书籍在我国现在较难找到。翻译本书的目的便是为了在国内有关工程技术人员手边增添一本使用方便的实用电感计算工具书。

本手册由苏联著名学者П.Л.卡兰塔罗夫和Л.А.采伊特林编著。这次翻译的是该书的第3版。该版对第一版做了大量的修改，并增加了大约1/3的内容，于1986年由苏联动力原子能出版社出版。本书内容丰富，收集了近1000个计算公式，包括了工频和高频电路中各种电感的计算。书中既有数学推导，又介绍了物理概念，易于学习。本书的使用也很方便，其中的绝大部分公式，可在普通计算器上进行计算；对一些繁杂的公式，书中还给出了可以直接读取数据的曲线和图表。本书可广泛地适用于电机、电器、仪表、电力系统、电气自动化、电气技术及无线电等专业。本书在苏联多次再版，历经数十年，一直畅销不衰。

本书由陈汤铭副教授、刘保安副教授、罗应立副教授和张奕黄同志合译，并由陈汤铭同志负责总体校核。翻译工作自始至终得到了汤蕴璆教授的大力支持和热情关心，谨此向他表示衷心的感谢。

译 者

1990年8月15日

第3版前言

新版中，对原书的材料进行了重新审阅，作了一些局部的修改和补充。诸如，对在甚高频下的电感计算问题给予了更多的关注、叙述了能量变分算法以及电感的估值等。书中增加了一章，提供计算屏蔽导线、回路和线圈电感的公式和曲线。在编写此章的工作中，A. B. 舒金协助推导了新的公式，并为该章的曲线进行了数值计算。

Ю. Я. 约塞里教授对书中内容作了许多有价值的评论。又承蒙苏联科学院通讯院士H. H. 季霍杰叶夫盛情地担任了本书的评审人（他的意见在手稿付印前已经考虑进去了）。谨对以上各位给我的帮助，致以热忱的感谢。

对本书的批评和建议请寄：191065，列宁格勒，马尔索沃区，1号，原子能出版社列宁格勒分社。

Л. А. 采伊特林

第1版前言(摘录)

自感和互感是电路的基本参数。计算电感对设计电路及研究其中发生的物理过程是极其重要的任务之一。

在解决众多的电工技术(能量传输、电工测量、电炉、电信工程等)的基本问题时,电气工程师常会遇到电感的计算。然而,不论这个问题的实用意义有多么重要,原有的电感计算方法以及现成的计算公式,迄今为止尚不为广大的科技工作者所熟知。造成这种状况的原因在于:刊载于各类物理和电工杂志上涉及电感计算的许多文章缺乏系统性,而有关的书籍又少得可怜,而且几乎不反映苏联作者的成就,尽管他们在这个领域中确曾有过很多新的研究成果。

出版一本计算电感的参考书,条件早已成熟,因此当作者倡议编写此书时,就得到了出版社的支持。

很遗憾,由于И.Л.卡兰塔罗夫身患重病并随之逝世,中断了我们的共同编写工作。此后,这项工作就只能由我独自承担了。因而,书中存在的不足之处,应由我负全责。

我们自编书之日始,就无意填补电感计算中的全部空白,也无意包罗在这个范畴中所取得过的一切成果。我们只力求从各种文献的浩瀚材料中摘取那些最有实用价值的东西。

从第2章起才是本手册的基本内容,其中包括计算公式、数表和曲线。利用这些材料时,一般不必参看第1章论述电感计算一般基础的内容。第一章只应视为本书的一个理论补充,当计算待求的电感值而又未能在第2~11章找到现成的公式、数表和曲线时,才有必要去参考它。

Л.А.采伊特林

本手册使用说明

1. 本手册的基本内容(计算公式、数表和曲线)放在第2~11章内,每一章的开头有一段概述,用以说明如何利用该章的材料。如果手册中没有现成的公式、数表和曲线用以计算所需的自感和互感时,应该转而求助于第1章的一般公式和方法。该章也是对电感计算基础理论的一般介绍。

2. 本手册采用有理化的表达方式。如需化作无理化表达方式,必须将公式中的电感以及它们的分量全部乘以 4π 。

3. 本手册使用苏联采用的国际单位制(国家标准ГОСТ8.417—81)。手册中的公式、数表和曲线,凡是电感均以亨利(H)表示。如需转换到CGS单位制,则需将以亨利表示的电感值乘以 10^9 。

4. 如不另作申明,在任何情况下,角度是用抽象值来度量,即以弧度表示。

5. 如不另作申明,在任何情况下,本手册均采用下列惯用的符号:

μ ——物质的绝对磁导率;

μ_0 ——真空磁导率;

γ ——物质的电导率;

ω ——交流电流的角频率;

s ——导线截面的面积;

λ ——导线截面的周长。

6. 如不另作申明,均认为 $\mu = \mu_0$ 。在 $\mu \neq \mu_0$ 的情况下,如不特别指出,则设 $\mu = \text{常数}$,即与物质的磁性状态无关。

7. 当导线和回路截面的线尺寸小于它们的其它尺寸以及相互间的距离时,可称它们为线型导线和线型回路。在计算互感时,

线型导线和线型回路可被视为无限细的。

8. 所谓低频，是指在此频率下，导线截面上电流分布的不均匀性不大。

所谓高频，是指在此频率下，导线截面上电流分布的不均匀性较大，因而在计算时必须加以考虑。

所谓甚高频，是指在此频率下，每根导线的电流均可被认为只集中在导线的极薄的表层；如不另作申明，其表层厚度可视为等于零。在每种具体情况下，导线截面上电流分布的不均匀度是能够衡量的，即以导线截面的线尺寸与导体内电磁振荡的波长 λ_c 或与电磁波的透入深度 δ 进行比较。其中

$$\delta = \sqrt{2} / \sqrt{\omega \mu \gamma}$$

当透入深度 δ 大于导线截面相应的线尺寸时，为低频状态；当 δ 小于和远小于这些线尺寸时，相应地为高频和甚高频状态。

9. 如果计算公式是以多项式之和（例如无穷级数之和）的形式来列出待求量，则应先估计各项数值的相对大小，并在计算之前，根据所需要准确度的高低，舍去那些不影响计算结果的全部项（参看例3-1、5-4、5-6）。

10. 如果公式中含有相近数值之差，即两个或多个数值的代数和远小于求和的每项数值，则其结果的准确度将远低于代入公式中各项数值的准确度（参看例4-3）。

11. 为了便于比较不同的公式和方法，并评估它们的准确程度，在数值算例中，往往将计算的数值保持到第4位有效数字（有时甚至第5位）。

在工程计算中，一般取到第3位即可。

12. 在数表中寻求两值之间的插值时，应遵循附录2的说明。

13. 当必须进行数值积分时，可以利用附录3提供的公式。

14. 在不易引起误解的地方，书中“自身的电感”（即自感）一词，常以“电感”一词代替。

目 录

译者的话

第3版前言

第1版前言(摘录)

本手册使用说明

第1章 电感计算的一般基础	1
§1-1 定义与基本性质	1
§1-2 按给定的回路形状、尺寸和相互位置计算电感	5
§1-3 复杂回路的电感公式、线段电感	8
§1-4 分段法	12
§1-5 线型导线电感的一般公式	13
§1-6 两部分定理和三部分定理	18
§1-7 叠加原理的应用	19
§1-8 几何、算术和平方平均距离	20
§1-9 几何平均距离原理	25
§1-10 四矩形定理及以它为基础的方法	26
§1-11 用泰勒级数法计算两个矩形的“互”量	34
§1-12 电感的数值算法	36
§1-13 平行直导线复合系统的电感计算	47
§1-14 线圈计算的特殊性	52
§1-15 在低频和高频下电感的计算	57
§1-16 屏蔽导线、回路和线圈的电感计算	65
§1-17 电感估值与计算的能量法	67
§1-18 窄带法	77
§1-19 静电模拟	80
第2章 直导线和弯曲导线的电感	82
§2-1 概述	83
§2-2 圆截面直导线的电感	83

§2-3	圆截面空心直导线的电感	87
§2-4	椭圆截面直导线的电感	92
§2-5	正方形截面直导线的电感	93
§2-6	正方形截面空心直导线的电感	94
§2-7	矩形截面直导线的电感	94
§2-8	矩形截面空心直导线的电感	97
§2-9	任何截面直导线的电感	98
§2-10	一般情况下线型导线的电感	98
§2-11	两根直导线的互感	105
§2-12	某些弯曲导线和直导线的互感	121
§2-13	一般情况下线型导线的互感	125
第 3 章	平行直导线系统的电感	126
§3-1	概述	126
§3-2	单相电缆的电感	126
§3-3	圆截面导线单相传输线的电感	135
§3-4	矩形截面单相薄母线的电感	138
§3-5	矩形截面单相母线的电感	143
§3-6	正方形截面单相空心母线的电感	148
§3-7	矩形截面单相空心母线的电感	149
§3-8	椭圆截面导线单相传输线的电感	151
§3-9	任意截面导线的单相传输线的电感	153
§3-10	多导线单相传输线的电感	155
§3-11	矩形截面单相母线复合系统的电感	158
§3-12	两条圆截面导线的平行单相传输线的互感	168
§3-13	两条任意截面导线的平行单相传输线的互感	172
§3-14	两条平行的多导线单相传输线的互感	173
§3-15	三相传输线的电感	174
§3-16	双三相传输线的电感	178
§3-17	三相母线的电感	180
第 4 章	平面回路的电感	182
§4-1	概述	182
§4-2	三角形回路的电感	183
§4-3	矩形回路的电感	185

§4-4	正多边形回路的电感	185
§4-5	圆形回路的电感	186
§4-6	椭圆形回路的电感	186
§4-7	菱形回路的电感	186
§4-8	扇形回路的电感	187
§4-9	边相互垂直的回路的电感	188
§4-10	平面回路电感的一般公式	190
§4-11	在同一平面上两个矩形回路的互感	195
§4-12	两个位于同一平面中而边相互垂直的回路的互感	198
§4-13	边相互平行的两个同轴矩形回路的互感	198
§4-14	同轴正多边形回路间的互感	201
§4-15	计算平面回路电感的特殊方法	204
第 5 章	圆环回路的电感	208
§5-1	概述	208
§5-2	具有圆截面的圆环的电感	209
§5-3	空心圆截面导体构成的圆环回路的电感	211
§5-4	矩形截面圆环回路的电感	212
§5-5	复杂矩形截面圆环回路的电感	215
§5-6	任意截面圆环回路的电感	215
§5-7	相同半径的同轴圆形回路的互感	215
§5-8	不同半径的同轴圆形回路的互感	219
§5-9	同心圆形回路的互感	229
§5-10	轴线相互平行的圆形回路的互感	231
§5-11	轴线相交的圆形回路的互感	238
§5-12	圆形回路互感的数值计算	246
第 6 章	圆形线圈的自感	250
§6-1	概述	250
§6-2	螺线管的电感	252
§6-3	平面圆盘形线圈的电感	258
§6-4	正方形截面线圈的电感	260
§6-5	矩形截面线圈的电感	263
§6-6	圆截面线圈的电感	279
§6-7	复杂矩形截面线圈的电感	280

§6-8	任意截面线圈的电感	282
§6-9	绝缘修正值	283
第 7 章	同轴圆形线圈的互感	294
§7-1	概述	294
§7-2	同心等长螺线管的互感	295
§7-3	同心不等长螺线管的互感	302
§7-4	直径相等的螺线管的互感	308
§7-5	一般情况下同轴螺线管的互感	311
§7-6	螺线管与圆形回路之间的互感	317
§7-7	两个相同的平面线圈的互感	322
§7-8	螺线管与其同心的线圈间的互感	324
§7-9	正方形截面线圈的互感	325
§7-10	长度相同的矩形截面同心线圈的互感	328
§7-11	直径相同的矩形截面线圈的互感	331
§7-12	一般情况下矩形截面同轴线圈的互感	333
§7-13	复杂矩形截面线圈的互感	338
§7-14	复杂截面线圈的互感	339
第 8 章	不同轴圆形线圈的互感	341
§8-1	概述	341
§8-2	轴线平行的螺线管的互感	341
§8-3	轴线平行的螺线管和圆形回路的互感	348
§8-4	轴线平行的平面线圈的互感	350
§8-5	具有矩形截面的相同线圈在轴线平行时的互感	354
§8-6	具有矩形截面的不相同线圈在轴线平行时的互感	359
§8-7	轴线平行且具有复杂截面形状的线圈的互感	362
§8-8	同心螺线管的互感	363
§8-9	同心平面线圈的互感	365
§8-10	不同心螺线管的互感	366
§8-11	螺线管和与其同心的圆形回路的互感	369
§8-12	螺线管和与其不同心圆形回路的互感	370
§8-13	轴线相交的矩形截面线圈的互感	372
§8-14	轴线相交且具有复杂截面形状的线圈的互感	372
第 9 章	特殊形状与特殊用途线圈的电感	373

§9-1	概述	373
§9-2	正方形螺线管的电感	374
§9-3	矩形螺线管的电感	378
§9-4	正方形平面线圈的电感	384
§9-5	矩形截面的矩形线圈的电感	386
§9-6	多角形螺线管的电感	387
§9-7	平面多角形线圈的电感	391
§9-8	环形线圈的电感	393
§9-9	球形和椭球形线圈的电感	394
§9-10	同轴的矩形线圈和多角形线圈的互感	395
§9-11	环形线圈的互感	398
§9-12	球形和椭球形线圈的互感	398
§9-13	变压器的漏电感	400
第10章	几何平均距离、算术平均距离和平方平均距离	405
§10-1	概述	405
§10-2	基本性质	405
§10-3	某些图形的几何平均距离	406
§10-4	某些图形的算术平均距离	428
§10-5	某些图形的平方平均距离	430
第11章	屏蔽回路和线圈的电感	432
§11-1	概述	432
§11-2	平面磁屏	434
§11-3	平面电磁屏	441
§11-4	双平面磁屏	441
§11-5	双平面电磁屏	453
§11-6	无限长圆柱磁屏	462
§11-7	无限长圆柱电磁屏	470
§11-8	有限长圆柱磁屏	478
§11-9	有限长圆柱电磁屏	483
§11-10	球形磁屏	487
§11-11	球形电磁屏	491
附录		492
1	本书中所用的几个函数	492

2	按数表插值.....	496
3	数值积分.....	498
4	第一类和第二类完全椭圆积分.....	500
5	球函数(勒让德多项式).....	502
6	球函数的导数.....	506
7	贝塞尔函数 $J_1(x)$ 、 $I_0(x)$ 、 $I_1(x)$ 、 $K_0(x)$ 、 $K_1(x)$	507
8	汤姆逊函数berx与beix及其导数.....	509
9	汉开尔函数herx与heix及其导数.....	511
10	贝塞尔函数 J_1 、 I_1 与 K_1 的积分.....	513
	参考文献	515

第1章 电感计算的一般基础

§ 1-1 定义与基本性质

回路的自感和互感，其概念跟与此回路相链的磁通有紧密的联系。

观察一闭合的几何回路 l 及以此回路为边界的任一面 S (图1-1)。按照惯用的右手螺旋定则选择回路 l 的正走向与面 S 的正法线方向。顺正法线方向穿过面 S 的磁感应强度矢量 $\mathbf{B}$ 的通量为

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} \quad (1-1)$$

并且被称为穿过此面的磁通或与回路 l 相链的磁通。磁通 Φ 可以分为若干个其磁通为单位值的单位磁管。如果把每个单位磁管看成是一根与该管轴线重合的磁力线，则磁通 Φ 又可依磁力线顺正法线方向穿过面 S 的次数来计算。

面 S 的形状也许很复杂 (图1-2)，而且每根磁力线穿过面 S 而与面的边界 (即回路 l) 相链往往不只一次，而是多次。在此情况下，由公式 (1-1) 所确定的 Φ 值将不同于穿过面 S 的单位磁管数 φ (在图1-2, $\varphi = 6$, $\Phi = 11$)。为了区分于 φ ，将 Φ 称作全磁通或磁链数。一般， $\Phi \neq \varphi$ ，只在每根磁力线均与回路相链一次时，才有 $\Phi = \varphi$ 。在某一特定情况下，若所有的磁力线均与回路相链同样的次数 (w)，则 $\Phi = w\varphi$ 。

上述定义显然只适用于几何概念上的回路，因为只有在这种情况下，才称得上某个回路是面 S 的边界。对于由截面积不可忽略的导线所组成的实际电路而言，所谓与其相链的磁通，可作如下考虑。先将回路电流 i 分为无数具有无穷小截面的元素电流管 (元素线)，然后找出与每根元素线相链的全磁通 Φ (图1-3)。这

样, 与回路 (全部电流 i) 相链的全磁通 Ψ 便为

$$\Psi = \frac{1}{i} \int \Phi di \quad (1-2)$$

式中 di ——任一元素线的电流;
 Φ ——与该元素线相链的磁通。

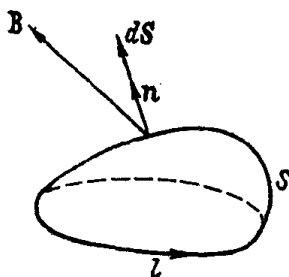


图 1-1

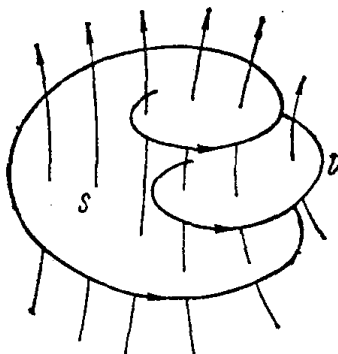


图 1-2

积分应遍及整个导线截面 (即全部元素线)。

如果全部元素线的 Φ 值均相同, 则公式 (1-2) 的 Φ 可从积分符号内移出, 得 $\Psi = \Phi$ 。若与各条元素线相链的磁通彼此相差不大, 此等式仍然近似准确, 例如在外磁场下的一个极细导线的回路, 便是这种情况。

如果电流在导线截面积上分布均匀 (这种情况发生在直流及足够低的低频交流下), 则 $di = i \frac{ds}{s}$ 。其中, ds

为与元素电流 di 对应的导线

截面 s 的面积元素。以此代入公式 (1-2), 得

$$\Psi = \frac{1}{s} \int_s \Phi ds \quad (1-3)$$

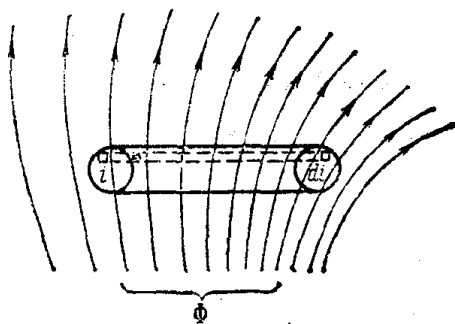


图 1-3

与任何电回路相链的磁通, 一般既可以由本回路的电流产生,

也可以由邻近的其它回路的电流产生。与此相应，引出了回路自感磁通与互感磁通的概念，即：所谓回路的自感磁通，就是由回路电流产生的而与该回路自身相链的磁通；所谓回路的互感磁通，就是由其它回路电流产生的而与此回路相链的磁通。

回路自感磁通与其自身电流之比，称为回路的自感或自感系数；而两个回路，其中一个回路的互感磁通与另一回路电流之比，称为这两个回路的互感或互感系数。这样，对于回路的自感和互感，分别定义为

$$L = \Psi_L / i \quad (1-4)$$

$$M_{12} = \Psi_{2M} / i_1 \quad M_{21} = \Psi_{1M} / i_2 \quad (1-5)$$

式中 Ψ_L ——回路的自感磁通；

i ——回路的电流；

Ψ_{2M} ——由第一回路电流 i_1 产生的第二回路互感磁通；

Ψ_{1M} ——由第二回路电流 i_2 产生的第一回路互感磁通。

在确定回路的自感和互感时，一般就以回路电流的方向选作回路的正方向。由于自感磁力线的方向与产生该磁力线的电流方向必然符合右手螺旋定则，因此，自感一定是一个正值量。与此不同，互感磁力线的方向不仅决定于电流的方向，还决定于两回路的形状和相互间的位置，因此，两回路的互感可以是正值，也可以是负值，并且当其中一个回路的电流改变方向时，其正负号也随之改变。

以下，如不另作申明，自感和互感磁力线所经介质的磁导率均假设与磁场强度无关。在此情况下，磁通 Ψ_L 和 Ψ_M 与产生该磁通的电流成正比，因而，电感 L 和 M 与电流无关，而只决定于回路的形状和几何尺寸、导体和周围介质的磁导率以及电流（如为交流）在导线截面上的分布特性。互感还与各回路的相互位置有关。

此外，在上述假定下，有一个正确的重要关系：

$$M_{12} = M_{21}$$

它表明了，由第一回路对第二回路的电磁作用所确定的互感 M_{12}

等于由第二回路对第一回路的电磁作用所确定的互感 M_{21} 。因此，在只有两个回路的系统中，符号 M 的脚注1和2可以省略。

如果回路像一般那样，是由非磁性材料制成并置于空气中，则导体和周围介质均可认为有相同的磁导率。在此情况下，回路的自感和互感可以表示为磁导率与某一量的乘积，此量决定于回路的形状、尺寸和相互位置，还决定于电流在导线截面上的分布情况。

以后，除个别经特别申明者外，均认为导体和其周围介质有相同的磁导率，并且等于真空磁导率 μ_0 。

当利用回路自感和互感这个概念时，应该清楚，只有在任何时候，每条回路的所有各横截面上的电流都相等，它们才有意义，因而，此概念只能用于回路周围介质内的电磁波处于准稳定状态，即电磁振荡的波长远远超过回路自身的尺寸以及各回路之间的距离。

交流电流在导线截面上的分布是不均匀的。这种现象即为大家所熟知的所谓集肤效应（或一根导线的电流影响到另一根导线的电流分布时的所谓邻近效应），它使交流电感有着不同于直流电感的数值。

从集肤效应原理知道，导线截面上交变电流的分布特性既决定于导线材料的磁导率和电导率，也决定于导线电流的频率。因此，在交流下，导线或回路的自感和互感亦间接地与上述各量有关。当其余的条件不变，电感决定于频率。因而，一般说来，频率不同，电感也不同，这一点尤为重要。

在其它条件相同下，电流频率越高，集肤效应和邻近效应表现得也愈为强烈，所以在计算电感时，应区别直流与低频情况、高频情况和甚高频情况。在此，所谓低频，是指此一类频率的电流在导线截面上的分布虽略不均匀，但尚不至于对电感的数值造成多大影响。所谓高频，是指在此频率下，电流分布的不均匀性已较显著，以致在计算时必须加以考虑。最后，所谓甚高频，是指在此频率下，电流在截面上的分布极不均匀，甚至可以认为电流