

装帧设计 · 张苏予

现代化知识文库

布尔巴基学派的兴衰

——现代数学发展的一条主线

BOURBAKI XUEPAI DE XING SHUAI

——Xiandai Shuxue Fazhan de Yi Tiao Zhuxian

胡作玄 编著

知识出版社出版

(上海古北路650号)

新华书店上海发行所发行 上海海峰印刷厂印刷

开本 850×1035 毫米 1/32 印张 5.625 插页 2 字数 129,000

1984年9月第1版 1984年9月第1次印刷

印数: 1-8,000

书号: 17214·1023 定价: 0.77元

内 容 提 要

布尔巴基 (Bourbaki) 学派是对现代数学影响巨大的数学家集团。它在本世纪 30 年代中期由法国一群年轻数学家结合而成。他们提出“数学结构”的观念,并用这种观点整理纯粹数学,写出近四十卷的《数学原理》。本书叙述了布尔巴基学派的思想来源,成长过程,以及第二次世界大战之后的繁荣昌盛乃至 60 年代末开始衰落的历史,并概述布尔巴基学派及其主要成员对数学的重大贡献,最后对“数学结构”作了简要的介绍。《布尔巴基学派的兴衰》反映了 20 世纪数学史的主要方面,可供科学史工作者、数学工作者、研究生、大学生以及对数学史有兴趣的读者参考。

2269/18

总 序

社会主义现代化建设需要知识，需要在不断更新中的现代化知识。

人类的知识是不断发展、不断更新的。现代的社会，文化科学突飞猛进，人类知识的更新速度空前加快；假定19世纪的知识更新周期是80~90年，现在已缩短为15年，而某些领先学科更缩短为5~10年。知识体系不断更新，人的知识结构也必须不断更新，进学校求得适用一辈子的知识的“一次教育”已经成为陈旧的观点。这样，不断地进行更新知识的再学习，也就成为现代人生活和工作的需要。“活到老，学到老”这句格言有了新的含义。现在，好些国家已经在研究和推行“终身教育”，又称为“知识更新教育”，它的主要方法是提供对最新知识的深入浅出的介绍，以便自学。现代化的人才要由实行全面的终身教育来造就。

人类认识日新月异，各门科学的新分支层出不穷，边缘性、交叉性学科随着发展，形成了人类知识结构的综合化和整体化的新趋向。因此，现代化社会不仅需要“专才”，而更需要“通才”，也就是具有新的知识结构的科学人才。现在许多成就卓著的科学家，极少是只限于一门专业的，他们往往在边缘性、交叉性学科领域中以博识多才取胜。当然，一个人不可能通晓一切知识的细节；但是，如果知识深广，视野开

阔，就可以具有融会贯通、触类旁通的创造能力。我国的现代化事业正需要成千上万这样的通才。

《现代化知识文库》就是为了提供知识更新的学习材料而出版的。它将系统地、全面地、通俗地介绍从自然科学到社会科学各个部门的最新成就，特别是边缘性、交叉性学科的新进展以及它的难题和解决的方向。《文库》的有些内容在国内还是第一次作系统介绍，希望它的出版对正在探索科学文化新境界的读者有所帮助。

这套文库将不断补充新的选题，分辑出版，每辑10本。编著者大多是中年科研人员，由老一辈的著名科学家担任编审。从内容到文体都将按照客观情况的发展不断更新。

知识就是力量，我们的工作希望得到大家的支持和帮助。

《现代化知识文库》编辑部

1982年5月

引 言

Bourbaki (布尔巴基) 学派是一个对现代数学有着极大影响的数学家的集体。其中大部分是法国数学家, 主要的代表人物是 A. Weil (魏伊·安德烈)、J. Dieudonné (狄多涅)、H. Cartan (嘉当)、C. Chevalley (薛华荔) 等人。他们的活动从 20 世纪 30 年代中期开始, 曾先后在数学杂志上发表过一些文章, 但主要工作是致力于编写多卷集的《数学原理》。这一著作对现代数学产生了不可忽视的作用。

Bourbaki 学派对数学的主要影响在于他们首先引进了数学结构的概念, 并用这个概念来统一数学。数学结构主要是一些对象的集合, 对这些对象并没有预先指定其特征, 而是着重考虑它们之间的关系。定义结构一般采用公理化方法, 但是与老的公理化方法不同, 它们对于对象不下定义, 仅只通过公理所表现的对象之间的关系来刻画对象的集体。比如群是满足一些公理的集合, 一些元素不管是置换、变换、数、运动、对称动作、运算, 只要满足群的公理就都具有群的结构, 也就是群。在文献中有时为了指明对象, 称之为置换群、变换群、运动群等等。但是 Bourbaki 学派认为数学只是研究数学结构的科学, 因此只对抽象的数学结构感兴趣而对对象本身究竟是数、是形、是函数还是运算并不关心, 这与以前的数学观念大相径庭。

本书分为两部分: 第一部分通过叙述 Bourbaki 学派的发展过程来分析数学结构概念产生的历史渊源, 从而反映现代数学史的一个主要侧面; 第二部分介绍数学结构的观念, 阐明 Bourbaki 学派如何通过数学结构将现代数学的大部分组织成为一个庞大的、井井有条的体系。而正是这

个体系,构成了现代数学的核心。

因为现代数学的种种概念过于深奥难懂,本书不拟对它们一一详细解释,而把重点放在围绕现代数学结构概念的形成过程、通过关键历史人物的传记及其工作评述来阐明现代数学发展的主流,同时讲述法国、德国、苏联、波兰等国数学的兴衰,而这在一般的数学史书籍中往往被忽略。

在叙述 Bourbaki 学派的历史时,着重于介绍 20 世纪抽象代数学、拓扑学、泛函分析的历史,同时也提到由 Bourbaki 成员及其先辈做出很大贡献的代数数论、代数几何学、代数拓扑学的简单历史。因此,本书可以被看作是现代数学史的一篇侧记。

目 录

引言.....	1
---------	---

第一章 Bourbaki 的讣文.....	1
-----------------------	---

1. Bourbaki 的传说(4)
2. 法国数学的发展(6)
3. 德国数学赶过了法国(8)

第二章 先驱: Cantor 与 Hilbert.....	16
-------------------------------	----

1. Georg Cantor(16)
2. David Hilbert(21)

第三章 Emmy Noether 与抽象代数学的发展.....	33
---------------------------------	----

1. Emmy Noether(36)
2. Emil Artin(47)

第四章 拓扑学与泛函分析的发展.....	55
----------------------	----

1. 拓扑学(55)
2. 莫斯科拓扑学派(58)
3. 泛函分析的诞生(62)
4. 波兰数学的发展(67)

第五章 青年一代的聚会.....	72
------------------	----

1. André Weil(72)
2. Jean Delsarte(75)
3. Henri Cartan(76)
4. Jean Dieudonné(78)
5. Claude Chevalley(80)
6. 聚会(81)

第六章 第二次世界大战前后.....	88
--------------------	----

1. 德国数学的衰落(88)
2. Bourbaki 在美国(94)
3. 法国本土的 Bourbaki(97)
4. Laurent Schwartz(99)

第七章 全盛时期.....104

1. 代数拓扑学(105)
2. 泛函分析(107)
3. Jean-Pierre Serre(108)
4. Alexander Grothendieck(111)
5. 其他的新人(116)

第八章 由盛而衰.....118

1. 接班人(120)
2. Bourbaki 讨论班(121)
3. 偏离 Bourbaki 的趋向 (123)
4. 范畴与函子 (124)
5. 无能为力(126)
6. 70 年代的数学趋势(128)

第九章 Bourbaki 的选择.....130

1. 《纯粹数学大观》(134)
2. 《数学原理》(135)

第十章 数学结构.....139

1. 集合(140)
2. 代数结构(143)
3. 序结构(145)
4. 拓扑结构(147)
5. 复合结构(150)
6. 多重结构(152)
7. 混合结构(153)

第十一章 千姿百态的数学世界.....155

第十二章 结束语.....158

外国人名索引.....159

事项索引.....167

参考文献.....171

第一章 Bourbaki 的讣文

1968 年是不平常的一年。各地学生都在闹事。巴黎的学生举着红旗和黑旗走上街头,反对政府。有些教授也支持他们,其中有 Bourbaki 学派的创始人之一 C. Chevalley。后果是严重的。整个教育界面临一场大改革。

冬天,欧洲和北美数学界流传着 Bourbaki 的讣文:

“Cantor(康托尔)、Hilbert(希尔伯特)、Noether(诺特)诸家族, Cartan、Weil、Dieudonné、Chevalley 诸家族,

Bruhat(布吕阿)、Dixmier(狄思米埃)、Gode-ment(古德曼)、Samuel(萨姆埃尔)、Schwartz(施瓦尔兹)诸家族,

Demazure(德马祖尔)、Douady(杜阿第)、Giraud(吉劳)、Verdier(费狄耶)诸家族,

还有其他家族以及 Adèle 和 Idéle 小姐,

悲哀地奉告 Nicolas Bourbaki 老爷于 11 月 11 日在 Nancago 自己的庄园中逝世。

兹订于 1968 年 11 月 23 日星期六 15 时在随机函数公墓(Markov 及 Gödel 地下铁路车站)安葬。仪式在 Koszul(广场,射影予解式十字路口,“直积”酒吧间前举行。

按已故者遗愿,由至圣红衣主教阿列夫 $1(\aleph_1)$ 在万用问题圣母大教堂主持弥撒,所有闭映射的等价类及纤维的全权代表出席。高等师范学校、陈班(类)学生默哀追念死者。

不奉献鲜花、花环及花束。



Bourbaki

“因为上帝就是Aleksandrov(亚历山大洛夫)的万有紧化”(Grothendieck [格罗登迪克] 福音书第四章 22 页)。

一位外行人真不知道这个讨文讲的是什么昏话。不过，当时数学界大概无人不晓 Bourbaki 的大名。Bourbaki 开的玩笑可不少，这也许是他最后的玩笑吧！数学家都知道这个笑话百出的讨文中提到的人物及概念，让我们简单地介绍一下。

Cantor, Hilbert, Noether 是对现代数学影响最大的三位德国数学家。Cantor 是集合论创始人，Hilbert 是新公理方法的缔造者，Noether 是抽象代数之母，也是现代数学代数化的先行者。他们是 Bourbaki 学派的先驱。

Cartan, Weil, Dieudonné, Chevalley 是当代法国四位大数学家，是 Bourbaki 学派的首批发起者。

Bruhat, Dixmier, Godement, Samuel, Schwartz 是 Bourbaki 学派的第二代人物。都是法国数学家。

Demazure, Douady, Giraud, Verdier 是 60 年代末才活跃起来的法国年轻数学家, Bourbaki 学派的接班人。

Adèle 和 Idèle 不是两个人, 而是由 Weil 和 Chevalley 分别引进的环和群, 是研究类域论乃至代数群的重要工具。

Nancago 是法国 Nancy 和美国 Chicago 的结合, 这两个城市都是 Bourbaki 的成员在他们 30 多年的岁月中最经常举行活动的地方。所以 Nancago 可以看成是 Bourbaki 的世袭领地。

随机函数是一个数学概念。Markov (Марков, 马尔科夫) 是俄国概率论专家, 后来将某类随机过程称为 Markov 过程就是为了纪念他。Markov 过程是现在研究得最多的过程, 与势论有关。Bourbaki 成员中有些人是势论专家。

Gödel (哥德尔) 数理逻辑专家, 是一位对 20 世纪数学基础影响最大的数学家, 1906 年生于奥地利, 第二次世界大战时赴美, 1978 年在美国去世。

“直积”、“射影予解式”、“Koszul 场”都是 Bourbaki 成员发明或常用的词。Koszul (科肖尔) 也是 Bourbaki 的第二代成员之一。

阿列夫 1 是 Cantor 集合论所创造的第一个不可数无穷基数。

“闭映射”、“等价类”、“纤维”都是常用的数学概念。

高等师范学校, 法国最著名的高等学府, Bourbaki 成员大都是从该校毕业的。

陈班 (类), 原文是 class, 可以作班级也可以作类讲, 陈类是指陈省身示性类, 是现代拓扑学、代数几何学、复解析几何学、微分几何学、代数学中最常用的不变量。此处因讲学生, 一语双关。

“Aleksandrov 万有紧化”。P. S. Aleksandrov, 苏联拓扑学家, 莫斯科拓扑学派的领导人, 由他最早提出的紧化概念是拓扑学中最重要概念之一。

Grothendieck 福音书。Grothendieck 是法国大数学家, Bourbaki 学派成员, 他创造了一大套现代代数几何学体系, 并接连写出了多卷本的《代数几何学原理》及《代数几何学讨论班讲义》。补文中在这里进行讽喻, 前面是天主教在圣母大教堂做弥撒, 这里又是福音书, 真是七颠八倒地开玩笑。

到底 Bourbaki 是何许人也? 这在数学界有着许多传说, 请看……

1. Bourbaki 的传说

据说, 17 世纪克里特岛的爱国者曾在两兄弟的领导下与土耳其侵略者作战。这两兄弟是 Emanuel 及 Nicolas Skordylis。他们的英勇气概给土耳其人留下十分深刻的印象, 以致土耳其人后来把他们称做“Vourbachi”, 即军事首领。Nicolas 和 Emanuel 十分自豪地采用了这个姓, 并将它传给了子孙后代。在念这个姓时, 他们把名字希腊化, 把 V 变为 β , ch 变为 χ 。一个多世纪以后, Emanuel 的曾孙 Soter Bourbaki, 已成为一位著名的地中海海员。当时波拿巴将军(即后来的拿破仑一世)正忙于远征埃及, 他的弟弟 Jérôme 派 Soter Bourbaki 去埃及, 要将军尽快赶回来, 因为当时政变的时机已经成熟。后来, 正如人所熟知的, 拿破仑成功地掌了大权。由于对 Soter Bourbaki 的恩宠, 拿破仑亲自培养了 Soter Bourbaki 的三个儿子, 其中有一个还成了法国的官吏, 他就是 Charles Soter Bourbaki 的父亲。Charles Soter Bourbaki 是法国一位著名的将军。在 1870~1871 年的普法战争中, 瑞士边境的法国军队由于 Bourbaki 的指挥才免于陷入入侵的德国人手中。据说, 他的妹妹嫁给了 Nicolas Skordylis 的另一位后代。于是, 从 Bourbaki 家族的两个分支的结合诞生出了数学家 Nicolas

Bourbaki。Nicolas Bourbaki 现在是 Poldavia 皇家学院的院士。不过,故事还在继续。

在第二次世界大战中,又流传着 Bourbaki 娶妻生子的广告。但是谁也没有看到过他,因此,各种难辨真伪的传说和谣言不时出现。

第二次世界大战结束后, Bourbaki 的名声越来越响,他写了许多篇论文和多本的《数学原理》,于是越来越多的人想打听他的身世,不过众说纷纭,莫衷一是。一位著名的泛函分析专家 Gottfried Köthe (寇特)在《当代欧洲的研究者和科学家》一文中,当介绍了 Bourbaki 的工作之后只写了一句“关于我们的作者的传记材料有些神秘和复杂”,仅此而已。

尽管有种种传说,可是现在大多数的数学家仍然相信, Nicolas Bourbaki 并不存在,它只是法国一群数学家的假名。但是 Bourbaki 并不甘心,经常挑起事端,并使别人处于尴尬的境地。

美国数学会的负责人曾经收到过署名为 N. Bourbaki 的入会申请书,他们并不感到高兴,而认为这是故意与他们开玩笑,就拒绝了这一申请。学会秘书冷淡地建议 Bourbaki 可以作为团体会员来申请入会,但是由于团体会员的会费比个人会员要高很多, Bourbaki 又不愿意承认他作为一个人并不存在,此事就没有下文了。

由于 Bourbaki 大名鼎鼎,一些工具书上就逐渐列入了 Bourbaki 这个条目。Ralph P. Boas 玻亚斯是当时《数学评论》的执行编辑,他在为大英百科全书撰写 Bourbaki 这个条目时,竟宣布 Bourbaki 是一个小组。很快出版者就接到一封措辞尖锐的信,信的作者宣告,他不允许任何人对他存在的权利提出质疑。为了报复 Boas, Bourbaki 开始散布流言蜚语,说什么数学家 Boas 并不存在,而只是 B.O.A.S 的组合,这不过是《数学评论》一群编辑用的假名

而已。

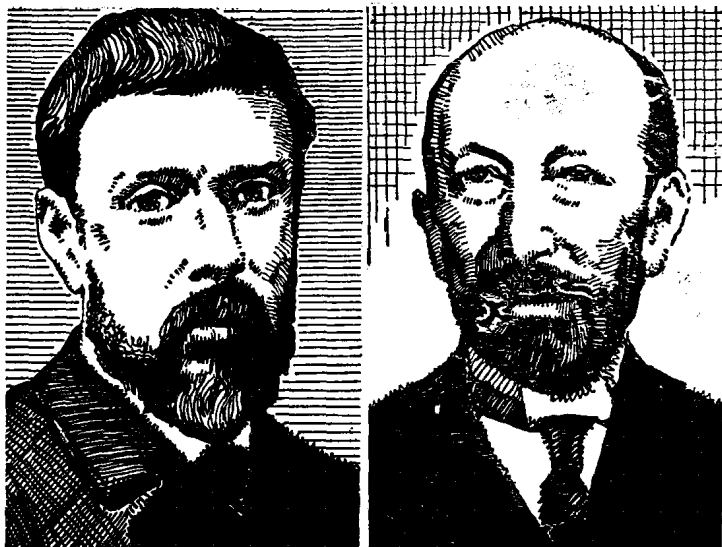
虽然有过各种玩笑和传说, Bourbaki 实际上是一批年轻的法国数学家, 这已经是众所周知的了。Cartan、Dieudonné、Weil 等人都介绍过 Bourbaki 学派, Weil 甚至说, Bourbaki 这个姓是他起的, 而名字 Nicolas 是他的夫人起的。也有人说 Nancy 市中有有一座 Bourbaki 将军的雕像。而 Cartan 说, 如果把大家合写出的《数学原理》的每位作者都列上名单未免太长了, 因此送一个假名或笔名也是可以理解的。那么究竟为什么选用 Nicolas Bourbaki 就只有天晓得了。

事实上, 无论是 Bourbaki 这个名字还是他的存在都无关紧要, 重要的是, 他做了什么? 他造成了什么影响? 而这是实实在在的。但是, 这一学派的成员是如何向法国先辈学习而复兴了法国数学并对世界当代数学产生了重大影响的呢?

2. 法国数学的发展

18 世纪下半叶, 法国成了当时数学界的中心。Lagrange(拉格朗日)和 Laplace(拉普拉斯)在法国大革命前就已经是数学界的重要人物了。法国大革命之后, 特别是拿破仑时代, 政府积极提倡学术, 建立起高等工业学校(1794)及高等师范学校(1808, 前身是 1794 年建立的师范学校)。这两所学校成为培养法国数学家的摇篮。当时人丁兴旺、成果累累。出现了象 Legendre(勒让德)、Monge(蒙日)、Poisson(泊松)、Fourier(傅立叶)等大数学家。而同一时期在德国则没有什么可以称道的数学家。直到 18 世纪末, 德国才出现了天才数学家 Gauss(高斯), 他虽被公认为 19 世纪前半期最伟大的数学家, 但是德国数学方兴未艾, 从整个民族来讲, 仍然不能和法国相匹敌。法国数学家

在 19 世纪前半叶表现出了高度的创造性, Galois(伽罗华)创造了群论, Poncelet(邦色莱)创造了射影几何, Fourier 创造了三角级数, Cauchy(柯西)创造了复变函数论并且开始为分析奠定基础。但是, 从 19 世纪中叶起, 法国的社会动



H. Poincaré(1854~1912)

J. Hadamard (1865~1963)

荡、政治腐败, 在科学上缺少创造与发展。尽管在数学上也出现了 Sturm(施图谟)、Liouville(刘维尔)、Bonnet(博内)、Hermite(厄米特)、Jordan(若尔当)、Darboux(达尔布)等重要人物, 但是比起当时的德国大师 Riemann(黎曼)、Weierstrass(维尔斯特拉斯)、乃至 Dedekind(戴德金)、Kronecker(克洛耐克)以及他们的学生和追随者来, 数学家的数量及质量都已落在了后面。

普法战争之后, 德国在普鲁士领导下获得统一, 促进了工业及科学的飞速发展。不久, Göttingen 和柏林已成为两大数学中心, 而其它许多大学也都各有优秀的代表人物, 德国数学开始进入其繁荣昌盛、兴旺发达的时期。这时, 法

国虽然战败,却进入了政治上相对稳定的第三共和国时期,科学研究也渐渐得到了恢复,并在19世纪末20世纪初又重新成为世界数学的重要中心。尤其是19世纪末最大的数学家 Poincaré(庞加莱),他博大精深,极富创造性,对当时及后世产生了不可估量的影响。与此同时, E. Picard(皮卡尔)、Hadamard(阿达玛)、E. Borel(保莱尔)、Baire(拜尔)、Lebesgue(勒贝格)等人在数学分析特别是复分析和实分析方面开辟了新的领域,对于20世纪前期的法国以及许多别的国家产生了极大的影响。不过,这也标志着法国数学开始趋于偏狭专门,缺少推陈出新的开创精神。再加上第一次世界大战把许多年轻有前途的学生送上战场,就更使得法国数学界青黄不接、后继乏人。正是在这种转折关头, Bourbaki 学派脱颖而出,由于他们战前和战时的工作,法国数学界在第二次世界大战之后又呈现出光辉灿烂、人才济济的局面。他们再一次恢复了法国数学在历史上的光荣。

3. 德国数学赶过了法国

18世纪下半叶,法国巴黎成为数学的中心,德国几乎没有什么重要的数学家。到了1800年,由于 Gauss 的显露头角,使德国数学开始了一个新纪元。

Gauss 在数学上的贡献是无与伦比的。他的著作——1801年出版的《算术研究》,远远走在他所处时代的前面,给后人提供了丰富的研究题材。他证明的二次互反律开启了以后许多互反律的先河。二次型的研究实际上是二次代数数域的代数数论。Gauss 还在 Gauss 整数及高次互反律上有许多研究。他的微分几何学的研究具有划时代的意义,开创了内蕴微分几何学的新方向。他还在分析、非欧几何以及天体力学、地学、最小二乘法等方面具有非常重要的贡献。

遗憾的是, Gauss 过于喜欢独自研究, 他不喜欢教学, 也不大愿意同其他数学家交往, 这就大大限制了他的思想的传播, 因而没能发挥更大的作用。

1826 年, Crelle(克莱尔)创办了《纯粹与应用数学杂志》, 这是一个专业数学杂志, 它不仅为德国及国外的年轻数学家提供了发表论文的园地, 大大有利于数学成果的普及, 而且对德国数学的发展也起了推动作用。

也是在 1826 年, 年轻的 C. G. J. Jacobi(雅可比)从柏林大学毕业后, 回家乡 Königsberg 任教。他是一位思想丰富、富有创建的数学家, 而且还是位善于启发的教师。是他创造了“讨论班”这种教学形式, 他通过这种形式常常把自己的最新发现教给学生, 同时也可以启发学生主动、自觉地学习和研究。这种极好的交流方式很快在德国普及起来, 但法国一直到 20 世纪 30 年代才开始采用, 后来成为 Bourbaki 的一种活动形式。

Jacobi 在 1851 年去世。这时只有 Dirichlet(狄利克莱)才有资格成为 Gauss 的继承人。应该说 Dirichlet 是现代数学的真正远祖。他是头一位在数学中重视概念, 并有意识地“以概念来代替计算”的人。他头一次严格地定义函数概念, 给出了

$$y = \begin{cases} 0, & \text{当 } x \text{ 为有理数} \\ 1, & \text{当 } x \text{ 为无理数} \end{cases}$$

这种难用通常解析式子表示的函数。这种思想正是数学从研究“算”到研究“概念、性质、结构”的转变的开端。

Dirichlet 善于学习和整理, 同时也富于独创性。他总随身带着 Gauss 的《算术研究》, 反复研究、整理, 后来写出了《数论讲义》, 这份讲义经过 Dedekind 的整理及增补附录, 通过 E. Noether 成为 Bourbaki 的思想源泉之一。

Dirichlet 把 Fourier 的三角级数加以严格化, 成为数学分析最重要的工具。他还是解析数论的创始人。他引进