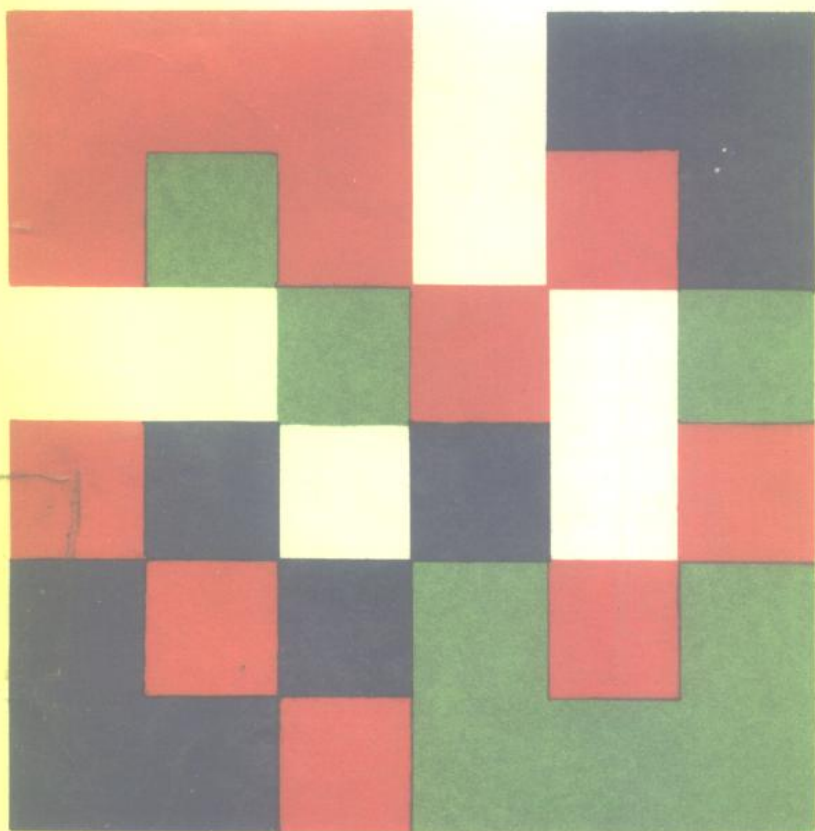


# 连续介质 损伤力学引论

(美) L.M.卡恰诺夫 著  
杜善义 王殿富 译

哈尔滨工业大学出版社

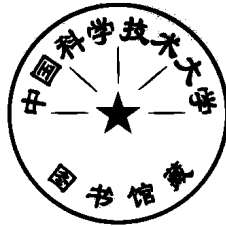


340780

# 连续介质损伤力学引论

[美]L.M.卡恰诺夫 著

杜善义 王殿富 译



哈尔滨工业大学出版社

## 内 容 简 介

本书是一本损伤力学的入门书，它对连续介质损伤力学有关内容作了介绍，其中包括单轴和多轴下的蠕变和断裂，蠕变下的裂纹扩展、延性损伤以及疲劳损伤等。

本书特点是概念清楚、深入浅出、便于应用。可作为力学、材料、设计冶金、建筑工作者的参考书，也可作为高等学校有关学科研究生的教学参考书。

## 连续介质损伤力学引论

〔美〕L.M. 卡恰诺夫 著

杜善义 王殿富 译

\*

哈尔滨工业大学出版社出版发行

哈尔滨工业大学印刷厂印刷

\*

开本 787×1092 1/32 印张4.875 字数107 000

1989年12月第1版 1989年12月第1次印刷

印数1—3 000

ISBN 7-5603-0219-X/O·24 定价 3.00 元

# 前 言

现代工程材料在不利的机械和环境条件下，由于微结构变化的积累，其强度将减弱。例如，考虑金属中损伤时，我们可以谈到蠕变损伤，延性塑性损伤，钢的脆性和疲劳损伤。

在设计实际结构时，为了正确估计损伤量，有必要从力学角度阐述损伤现象。这样，用解析和数值计算方法去分析各种工程问题是可能的。

在过去二十年中，形成了连续介质损伤力学的基本原理，同时解决了一些特殊问题。发表了许多科学论文，某些关于损伤的参考文献也产生了。

连续介质损伤力学目前正迅速成为断裂力学的新分支。

本书大概是这方面的第一本著作。它系统介绍了损伤力学基本概况及某些应用。

一般讲，损伤的理论描述可能是相当复杂的。这方面的试验研究也是困难的（特别是多轴应力和非比例加载情形）。因此，实验资料少。根据仅有实验结果确定在不同的复杂理论中起重要作用的函数和参数实际上是不可能的。

损伤力学问题主要是工程问题。因此，作者力图回避不必要的数学描述。

本书的更详细内容可参看目录。

Leipholtz 教授校对了本书原稿，进行了许多有益的评论，作者深表感谢。

# 目 录

## 前 言

<b>第一章</b>	<b>绪论</b> ·····	(1)
1.1	损伤类型·····	(1)
1.2	损伤变量·····	(2)
1.3	各向同性损伤·····	(4)
1.4	损伤运动方程和线性迭加原理·····	(7)
1.5	损伤弹性体·····	(9)
1.6	在蠕变情况下的损伤·····	(10)
<b>第二章</b>	<b>单轴应力下的蠕变和断裂</b> ·····	(11)
2.1	单轴拉伸时的蠕变·····	(11)
2.2	延性(粘性)断裂时间·····	(14)
2.3	脆性断裂时间·····	(22)
2.4	粘脆性断裂·····	(28)
2.5	梁弯曲时的脆性断裂·····	(36)
2.6	循环弯曲时的脆性断裂·····	(42)
2.7	旋转轴弯曲时的断裂·····	(44)
2.8	非均匀加热平壁板在拉伸时的断裂·····	(46)
2.9	腐蚀介质对脆性断裂的影响·····	(50)
2.10	胶接接头弯曲时的断裂·····	(55)
<b>第三章</b>	<b>在多轴应力下的蠕变和断裂</b> ·····	(61)
3.1	蠕变方程·····	(61)
3.2	断裂准则和损伤运动方程·····	(64)
3.3	断裂前沿·····	(65)
3.4	圆轴在扭转时的断裂时间·····	(66)

3.5	在内压作用下管子的断裂	( 68 )
3.6	有孔圆盘的脆性断裂	( 78 )
3.7	薄软内层的脆性断裂	( 82 )
3.8	简单加载下蠕变和损伤的本构方程	( 90 )
3.9	能量定理	( 92 )
3.10	复杂加载下的脆性断裂	( 94 )
3.11	复杂加载下的蠕变和损伤	(102)
<b>第四章</b>	<b>蠕变条件下的裂纹扩展</b>	(104)
4.1	缓慢扩展的裂纹尖端附近的应力场	(104)
4.2	稳定蠕变时不变量 $J_*$ 积分	(107)
4.3	断裂的耗散准则	(109)
4.4	裂纹和损伤的扩展。组合法	(111)
4.5	具有损伤扩展的 Dugdale 裂纹模型	(116)
4.6	裂纹扩展的近似模型	(117)
<b>第五章</b>	<b>延性断裂的损伤模型</b>	(123)
5.1	基本概念	(123)
5.2	损伤准则	(124)
5.3	断裂准则	(125)
5.4	延性损伤的运动方程式	(125)
<b>第六章</b>	<b>疲劳损伤</b>	(129)
6.1	疲劳损伤累积	(129)
6.2	疲劳-蠕变损伤	(134)
6.3	疲劳裂纹扩展	(135)
	参考文献	(138)
	符号	(144)
	英汉词汇对照索引	(145)

# 第一章 绪 论

## 1.1 损伤类型

现代工程材料在不利的机械和环境条件下，其微结构发生了变化，这些变化使其强度减小。

由于这些变化劣化了材料的机械性能，因此用损伤描述。

现在看看材料（主要是金属）的某些损伤例子。

### (a) 蠕变损伤

在高温和应力作用下，金属晶粒中产生了微孔的积累并扩展（延性穿晶断裂）。同时出现晶界微裂纹的积累和扩展（脆性延晶断裂）。

这样，两种不同断裂机理同时产生了。

### (b) 延性塑性损伤

同一现象，即微孔和微裂纹的生成和扩展在金属中产生大塑性应变。此过程导致塑性断裂。

### (c) 疲劳损伤

在循环载荷作用下，材料结构的逐渐劣化产生了。这些劣化是由微孔和微裂纹的积累和扩展而引起的。

### (d) 钢的脆化

在原子辐射作用下，钢的结构发生了变化，这些变化减少钢的塑性并导致脆性。

以钢与自由氢接触为例，后者的原子扩散到钢的晶格

中，这导致于灾难性的结构脆化（氢脆）。

### (e) 化学机械损伤

在拉伸应力（特别是循环情况）作用下，在腐蚀介质中（如海水）工作的金属，受强腐蚀或者其它某些化学反应作用。

### (f) 环境蜕化

甚至在无应力作用的环境影响下，某些材料（如岩土材料，聚合物等）也会改变其机械性质。例如，土壤、木材和其它与湿度有关的材料。

### (g) 混凝土的损伤

由于混凝土为非均匀材料，它具有弱机械抗力区，在外载作用下会出现裂纹。

## 1.2 损伤变量

上述提到的材料结构的变化是不可逆的，故在损伤过程中，熵是增加的。

在弹性变形（如高周疲劳情况）、弹塑性变形（如延性塑性损伤和低周疲劳情况）和蠕变（蠕变损伤）条件下，可产生损伤积累。为简便起见，我们假定局部温度  $\theta$  是常数，即在给定点  $\theta = \text{常数}$ 。

根据不可逆热力学原理，对于微结构变化的唯象学理论，引入某些内变量（隐参数）以补充基本的无损伤状态的热力学参数方程是必要的。

令  $\varepsilon_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$  为应变分量， $\dot{\varepsilon}_{ij}$  为应变率分量， $\sigma_{ij}$  为应力分量。用某种以  $\omega$  表示的数学量来描述损伤的一组参数。若  $\omega = 0$ ，材料无损伤。由于不存在恢复问题，故  $\omega$  是一个增加的量。



一般讲，损伤参数的选择并不简单，或用物理微结构分析，或直接综合实验结果来选择。

从应用观点讲，一组参数 $\omega$ 应尽量简单，而且有明确的力学意义。损伤的直接测量一般是不可能的，但可以通过观察材料性质（弹性、电、声等）来近似估计损伤。

我们将损伤变量考虑成裂纹和空穴内截面的表面密度。

对于缺陷的类型及其分布，最好用不同的数学形式描述损伤。

最简单情况下， $\omega$ 是一个标量函数。村上 (Murakami) 和奥诺 (Ohno)<sup>[3]</sup>用瓦库连柯 (Vakulenko) 和卡恰诺夫 (Kachanov)<sup>[43]</sup>采用的二阶对称裂纹密度张量来描述蠕变损伤，用六个独立函数（分量）表征损伤。一般地，损伤影响材料的弹性性质。由于损伤的发展，材料变为各向异性材料。据此，可用四阶张量表示损伤，四阶张量相当于弹性系数张量，包括21个独立分量 (Cordebois和Sidoroff<sup>[5]</sup>)。

最后应指出，塔目兹 (Tamuzh) 和拉格斯金斯 (Lagsdinsh)<sup>[6]</sup>提出一个更一般的损伤数学表达式。他们用给定的包围所考虑的物体一点的单位球表面上的一组函数描述损伤。

在本书中，我们仅考虑损伤表示的简单形式。

为全面分析损伤过程，有必要引入运动（演变）方程为

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}(\sigma_{ij}, \omega, \dots) \quad (1.1)$$

其中

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{d\lambda}$$

$\lambda > 0$ 是一类似于时间  $t$  的逐渐增加的量。对于不可逆过程，可采用下式表示的与熵有关的参数<sup>[7]</sup>

$$\lambda = \int_0^t s(\tau) d\tau \quad (1.2)$$

关于这个“时间”的度量，任一可逆过程都是瞬时的。

对于在蠕变下的介质和粘弹性介质，应把时间  $t$  看成物理时间。对于塑性不依赖于应变率这种情况，可将加载参数看成参数  $\lambda$ 。

### 1.3 各向同性损伤

考虑具有单位法线  $\nu$  的物体的一个确定截面，如图 1.1。令  $A_0$  为无损损伤截面的初始面积。由于损伤，截面某部分断裂（损失掉），我们用  $A$  表示失掉的面积。

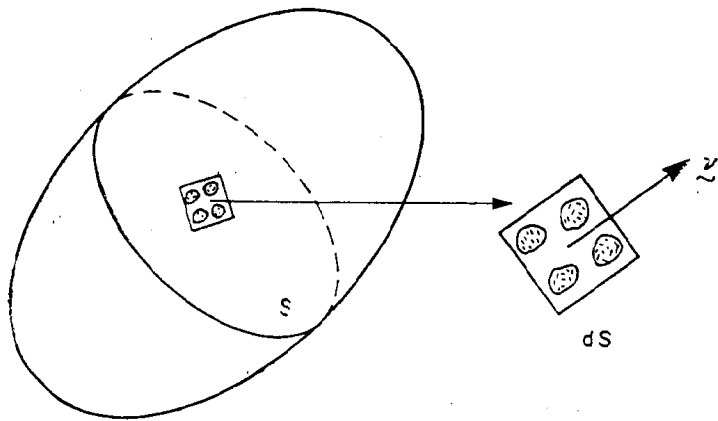


图 1.1

这里我们说的是局部损伤概念，但可把  $A_0$ 、 $A$  和法线  $\nu$  理解成平均意义。

$A_0 - A$  为截面的真实（“材料”）面积。

(a) 各向同性损伤

现在我们考虑各向同性损伤情况。此种情况下，裂纹和空穴在所有方向上是等效的。这样，可将损伤变量看成标量。定义损伤 $\omega$ 为

$$\omega = \frac{A_0 - A}{A_0} \quad 0 \leq \omega \leq 1 \quad (1.3)$$

它是一个正的逐渐增加的函数，即 $\dot{\omega} > 0$ 。

有时用下式方便些，即

$$\psi = 1 - \omega = \frac{A_0 - A}{A_0} \quad (1.4)$$

称 $\psi$ 为连续因子。它是一个正的逐渐递减的量，即 $\dot{\psi} < 0$ ，注意 $\psi$ 的范围是 $1 > \psi > 0$ 。

材料无损时， $\omega = 0$  ( $\psi = 1$ )，断裂时 $\omega = 1$  ( $\psi = 0$ )。

#### (b) 有效应力概念

在单轴拉伸下，我们引入净应力 $\sigma_a$ 为

$$\sigma_a = \frac{P}{A_0 - A} = \frac{P}{A_0(1 - \omega)} = \frac{P}{A_0\psi} = \frac{\sigma}{\psi}$$

式中 $\sigma$ 为名义应力， $\sigma_a$ 相当于无损伤截面（实际截面）上的应力，故

$$\psi = \frac{\sigma}{\sigma_a} \quad (1.5)$$

我们假定用仅仅由实际应力引起的损伤来修正物体的应变响应<sup>[31]</sup>。同样假定，损伤扩展率也由实际应力水平确定。

这样，可用原材料（无损伤）的本构方程来描述损伤材料的应力-应变性质，方程中的应力用实际应力代之即可。

这些假定表明有效应力概念的主要作用。根据这个概念，损伤材料弹性应变为

$$\varepsilon = \frac{\sigma_a}{E} = \frac{1}{E} \frac{\sigma}{\psi}, \text{ 或 } \psi = \frac{1}{E} \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (1.6)$$

于是，扬氏模量 $E$ 用 $E' = E\psi$ 代替，虎克定律形式不变。

在损伤由大应变引起的弹塑性情况，自然假定损伤不依赖于弹性应变，故

$$\frac{d\psi}{d\varepsilon} = 0$$

由上述条件得式

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

于是

$$\psi = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{E'}{E} \quad (1.7)$$

因此，可用测量弹性响应的方法估计损伤。注意， $E'$ 相当于卸载模量，图1.2。图1.3表示用实验确定轻铝合金损伤的例子。

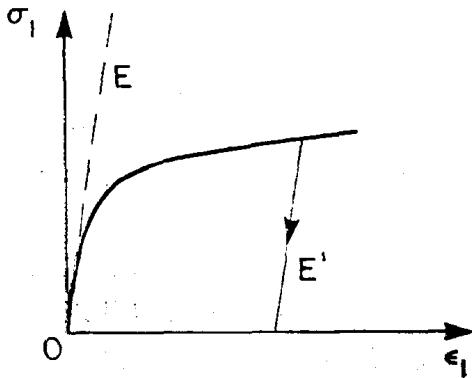


图 1.2

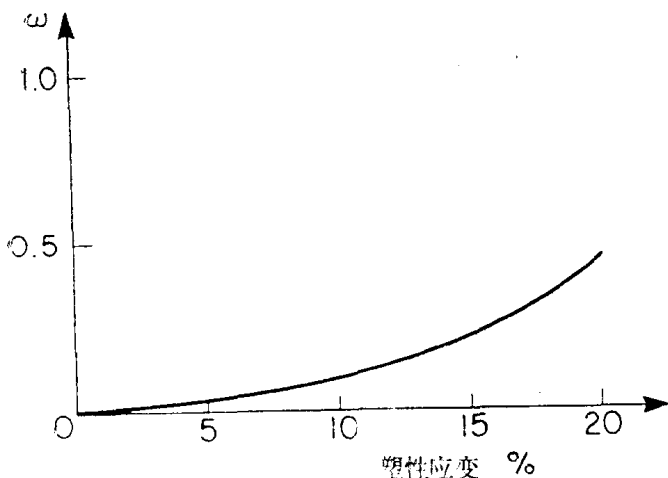


图 1.3

#### 1.4 损伤运动方程和线性迭加原理

将单向拉伸情况下运动方程写成下述简单形式

$$\frac{d\psi}{dt} = -A \left( \frac{\sigma}{\psi} \right)^n \quad (1.8)$$

式中  $A \geq 0$ ,  $n \geq 1$  为材料常数。此式通常与金属的实验数据相符合。对于完好无损材料

$$\psi = 1, t = 0 \quad (1.9)$$

当材料完全断裂时,  $\psi = 0$ 。

令杆承受常拉伸载荷, 则在小应变情况下,  $\sigma = \text{const} = \sigma_0$ 。

运用初始条件 (1.9), 取  $\psi = 0$  并积分式 (1.8) 得断裂时间为

$$\int_{\psi}^1 \psi^n d\psi = \int_0^{t'} A \sigma_0^n dt \quad (1.10)$$

$$t' = [A(n+1)\sigma_0^n]^{-1}$$

考虑阶梯加载情况, 在时间间隔  $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$ ,  $k=1$ ,

2, ..., s, 应力为常数并等于  $\sigma_k$ 。

用  $\psi$  的连续条件, 即式 (1.9) 和断裂条件

$$\psi = 0, \quad t = t_s$$

对每一步积分运动方程得

$$\sum_{k=1}^s \frac{A t_k}{t_k'} = 1, \quad t_k' = [A(n+1)\sigma_k^n]^{-1} \quad (1.11)$$

称此关系为线性迭加原理并广泛用于工程中。

如果加载是连续的, 我们考虑无限小步长  $dt$ , 则用下式代替式 (1.11)

$$\int_0^{t'} \frac{d\tau}{t'(\tau)} = 1, \quad t'(\tau) = [A(n+1)\sigma^n(\tau)]^{-1} \quad (1.12)$$

这样, 线性迭加原理便成为运动方程一个推论。

Odquist 和 Hult<sup>[11]</sup> 强调了 this 原理和运动方程 (1.8) 的等效性。

的确如此, 在幂强化下, 可把运动方程写成

$$\frac{d\bar{\psi}}{dt} = -A(n+1)\sigma^n \quad (1.13)$$

其中  $\bar{\psi} = \psi^{n+1}$ 。如果  $t'(t)$  是在应力  $\sigma(t)$  作用下的断裂时间, 式 (1.13) 为

$$\frac{d\bar{\psi}}{dt} = -\frac{1}{t'(t)} \quad (1.14)$$

解为

$$\bar{\psi} = 1 - \int_0^t \frac{d\tau}{t'(\tau)} \quad (1.15)$$

可以用函数  $\bar{\psi}$  表示损伤水平。若  $t < t'$ , 式 (1.12) 即为式 (1.15)。微分后一项, 得式 (1.14)。

## 1.5 损伤弹性体

现研究各向同性体情况。由于材料的非均匀性和初始缺陷，在外载作用下，损伤出现并扩展。令损伤是各向同性的，热力学状态参数为应变分量  $\varepsilon_{ij}$  和连续因子  $\psi$ 。在常温下，赫尔姆霍兹(Helmholtz)自由能为

$$f = f(\varepsilon_{ij}, \psi)$$

于是

$$df = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \psi} d\psi$$

偏导数  $\partial f / \partial \varepsilon_{ij}$  相当于广义力，即应力分量  $\sigma_{ij}$ 。用  $-Q$  表示偏导数  $\partial f / \partial \psi$ ， $Q$  是与损伤参数相对应的广义力。则

$$df = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} - Q d\psi \quad (1.16)$$

对于无损伤弹性体， $df = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = dU$ ，其中  $U(\varepsilon_{ij})$  为弹性应变能密度。

根据有效应力概念，损伤时应力分量相对于用虎克定律表示的应变分量，而扬氏模量  $E$  用  $E' = \psi E$  表示。故有  $\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \psi dU$ 。

不难看出，在

$$f = U\psi \quad (1.17)$$

和

$$Q = -U \quad (1.18)$$

情况下，式 (1.16) 的第二项表示由于损伤增加熵的增加。热力学第二定律要求

$$Q d\psi > 0$$

因  $d\psi < 0$ ，则得  $Q < 0$ 。

类似于断裂力学中的  $J$  积分一样，可把热力学力  $Q$  理解

为由于损伤扩展引起的能量释放率。

### 1.6 在蠕变情况下的损伤

在蠕变情况下，熵生成率密度为

$$\dot{s} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + Q_* \dot{\psi} \quad (1.19)$$

其中 $Q_*$ 是与 $\dot{\psi}$ 对应的热力学力。

式(1.19)的第一项表示由于作为非线性粘性流动的蠕变引起的耗散，第二项则表示由于损伤过程引起的耗散。

注意在稳定蠕变情况(文献[9])下，

$$s_{ij} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}} \quad (1.20)$$

$s_{ij}$ 为应力偏量分量，而 $L(\dot{\varepsilon}_{ij})$ 为一个确定的势函数。在幂强化蠕变下， $L$ 为 $(\mu+1)$ 阶的均匀的正定函数，其中 $\mu$ 为间隔 $0 \leq \mu \leq 1$ 。

在不可压缩情况下

$$\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} = s_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}$$

根据Euler定理有

$$\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} = (\mu+1)L$$

于是，式(1.19)的第一项为正，由热力学第二定律， $\dot{s} > 0$ ，故有

$$Q_* < 0 \quad (1.22)$$

热力学力 $Q_*$ 表示由于损伤率引起的耗散率。



## 第二章 单轴应力下的蠕变和断裂

### 2.1 单轴拉伸时的蠕变

#### (a) 常载下蠕变

在常载和常温下，典型的蠕变曲线形式如图 2.1 所示，其中包括初始阶段  $AB$ ，第二段  $BC$ ，第三段  $CD$ 。第二段的应变率近似为常数（稳定蠕变）。加载时，试样获得瞬时的弹性或弹塑性应变  $\epsilon^0$ 。第三段的蠕变加速度取决于金属的品种和温度。

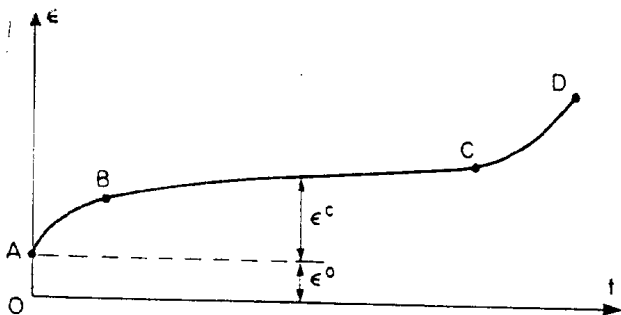


图 2.1

在延性断裂情况下，第三段表现出截面减少和颈缩的特点。在著名的安德瑞德(Andrade)常应力蠕变试验中，未观察到第三段。

脆性断裂时，用金属中损伤的发展表征第三段。

常温下，蠕变曲线形式取决于应力水平(参看 krish<sup>[13]</sup>)。