

模糊系统理论入门

(日) 浅居喜代治等 著 赵汝怀 译



北京师范大学出版社

模糊系统理论入门

工学博士 浅居喜代治

工学博士 田中英夫

工学博士 奥田彻示

哲学博士 C.V.尼古塔

哲学博士 D.A.拉莱斯库

北京师范大学出版社

模糊系统理论入门

浅居喜代治等 著

赵汝怀 译

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

解放军七二二六工厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 9.5 字数: 197千

1982年9月第1版 1982年9月第1次印刷

印数: 1—11,500

书号: 13243·16 定价: 1.00 元

为译本序

自从查德于 1965 年发表了“模糊集合”的开创性论文以来，一门新的数学领域，即模糊数学逐步发展起来。它那新颖的思想渗透到数学的各个分支，如概率论、规划论、博弈论、信息论、矩阵论、算法论、拓扑学以及系统分析、模式识别与自动机理论等。在科学技术和经济发展的各种应用领域里也已显示出巨大力量。

模糊集合的概念是数学理论和应用发展的自然成果。数学概念反映了人们对于客观现象量的特征的认识，因此，在整个数学发展的漫长岁月中，人们作为概念思考的是所思考的对象的本质属性，即概念的内涵。直到十九世纪初期布尔等人采取概念的外延解释，即概念是被它确定的对象的总和，才能明确揭示出数学概念和推理过程中的普遍规律。特别是康托的集合论，提供了数学研究的普遍工具。

康托关于集合的概念基于形式逻辑的三大定律：同一律、矛盾律、排中律。也就是说，我们研究的对象，要么属于某个集合，要么不属于某个集合，二者必居其一，而且也只能仅居其一。这是对客观对象提取特征的结果。但是就客观现象而言，大多数并不具有这种清晰性，比如晴天与阴天，脾虚与不虚，昂贵与便宜等。模糊集合就是直接反映这些不清晰现象的数学概念。

模糊集合与经典集合不同，它没有明确的边界。这时只

能说某个对象隶属于某集合的程度，称它为隶属度。查德用隶属函数刻划模糊集合，正是经典集合的特征函数的自然推广。而模糊集合的分解定理正好刻划了模糊集合与经典集合之间的关系。因此，模糊集合分解定理成为利用经典数学的工具研究模糊数学的桥梁。1978年，查德引进了可能性理论，进一步扩大了模糊数学的研究范围。特别是在自然语言加工、知识描述、语言识别，图象分析、信息复制、医学诊断、经济管理、不确定性决策诸方向，为计算机科学的应用提供了强有力的工具。模糊数学作为一门正规的数学理论，不断地推广和发展了经典数学的概念和理论。同时，基于模糊逻辑或可能性理论的推理方式，冲破了经典逻辑的束缚，更接近于人类的真实思维和决策。正像统计学一样，我们并不能预先断定某一随机事件是否发生，而是利用这种不规则性中的统计规律性去认识自然现象。复杂的自然现象也无法逃避模糊性，但是人们可以更加自觉地利用模糊性，方便而有效的认识客观现象。特别是对真实思维与决策这样复杂的过程，模糊数学的作用是不能低估的。

我国从七十年代开始就注意到模糊数学的研究，在老一辈的数学家的扶植下，在模糊数学的理论和应用方面都做了许多工作。特别可喜的是，一支模糊数学的研究队伍业已形成。为了推动模糊数学的研究和应用，出版一些模糊数学的译著或著作是十分必要的。浅居喜代治等人的“模糊系统理论入门”是一本较好的著作。他们用较少的篇幅介绍了模糊数学的主要思想和成果，为从事这方面研究的同志提供了捷径。

模糊数学还不到二十年的历史，已为国内外数学界普遍

重视。它并不是已完备的学科，而是在不断发展着。**历史可能会改变它的形式，但决不会影响它的生存。**有志于模糊数学研究的人们，应该更加重视在应用的肥沃的土壤上，为模糊数学提供最丰富的营养。

游兆永 张文修

1981.10.28

卷 头 语

人和机器不同，其思维与行动伴随着模糊性。人们用模糊的语言谈话，在复杂的情况下决定自己的行动，进行多个商品的评价，手写文字和画图，其例不胜举。这样，虽然有模糊性，人们之间却顺利地进行着思想交流，即使存在某种程度的例外，大体上却是高效率地传递着信息。

世界上存在着各种大小不同的软系统和硬系统，无论哪一个都是由人进行设计、制造、运行和管理，或者进行评价和意志决定的。一切系统都是这样以某些形式和人发生关系。因此，研究系统的时候就不能无视人所具有的模糊性。当然有必要积极地进行模糊性的定量化，扩张原来的系统理论，使能处理模糊性。由此，对人们更加有用的方法论、机械、系统等将提供出来。

基于这样的目的，查德教授（加里佛尼亚大学）为了建立处理“模糊性”的学问体系，提出了模糊集合（Fuzzy 集合），尔来 10 数年间，各国众多研究人员为发展模糊系统理论协力至今。笔者当初曾于教授帐前留学，其后也一直从事该方面的研究。人们认为，这些研究现在在理论上似乎终于迎来了一个分划，今后，其成果在各种领域将具体化，它又将反作用于理论，为理论体系的更加充实作出贡献。

作为这样的尝试，笔者曾想整理诸多研究成果的基础部份，写一本模糊系统理论的书。恰置笔者研究上的执友尼古塔博士（罗马尼亚中央经营情报科学研究所主任研究员）

极为热心这方面的研究和国际学术杂志的刊行，同时还有该领域研究专著刊行的宝贵经验，所以，一向博士谈起这个计划便得到全面的赞同，于是和笔者的同伴及博士的同伴一起共同执笔进行工作。

本书写作的对象是活跃在系统、信息领域的研究者、技术人员以及有志于该领域的学生诸君。这里，虽然讲了系统和信息领域，也仍然宽泛而模糊。所以，试就我想到的这一领域的主题举例来看，许是系统中的图象分类、识别，评价，意志决定，控制，最优化，语言，自动机，图论，逻辑，计算机与人工智能等吧。这些领域，工程自不必说，横跨生物学、医学、心理学、社会学、经济学等广泛的学科。本书致力于和基础理论一起给出关于以上诸学科主要内容的应用理论，展示其与实际领域的联系。再则，本书的内容涉及上述的广泛学科，所以，要作为它们的共同理论，无论如何得多为一般的抽象的数学表现。在能给不熟悉这种表现的读者的理解一点帮助的意义下，作者系心于通过例题的说明和习题的巩固。

本书按以上宗旨和办法汇集而成，这广泛的学科、丰富的内容是否已明晰地说明，又不足之处一定很多，是所惶惧，望读者诸位无怀顾忌，提出宝贵意见。

末了，谨向这种新领域的书籍发行之际给予特别的理解和尽力的恩师平井平八郎先生（大阪市立大学名誉教授，近畿大学大学院教授）表示深切的谢意。

另外，本书写作过程中，引用或参考了诸多研究者的卓越成果，誌以为谢。

浅居喜代治

昭和 53 年 6 月

致 读 者

活动在数学及行为科学两领域的人们间，可以说现在还几乎没有什么往来。可是，在一个领域活动的人们，如果能了解不同领域的研究内容，所得必多。由于这样的学际活动的开展，关于人的行为的知识越来越丰富了。用模型表现人的行为的企望能否圆满成功和所用方法的良痞有很大关系。现在所用的模型法不能说是恰当的。

本书作为有效的模型法阐述了模糊系统理论。本理论中引入了主观的因素，然后进行的便是客观的分析。尽管也有批评这种做法的悲观论点，读者仍然能从本书看出今后本理论着实发展的可能性。

作为初次的尝试，为搞好发展基于新的推理规则和模糊性概念的新的应用数学即模糊系统理论这一重大工作，国际的数学家、科学家、工程师表现出了协力研究的姿态。在现在的学科互相渗透的时代，我想模糊系统理论将为文化和教育作出又多又大的贡献。

C.V. 尼古塔

1977 年 11 月

目 录

1 章 序 论	(1)
1.1 模糊性和模糊系统理论	(1)
1.2 本书的构成	(6)
文 献.....	(8)
2 章 模糊集合论	(10)
2.1 模糊集合	(10)
2.2 模糊函数	(21)
2.3 朦胧集合和 L -模糊集合.....	(29)
2.4 模糊事件的概率	(39)
补 注.....	(46)
练习题.....	(47)
文 献.....	(48)
3 章 模糊理论	(50)
3.1 模糊范畴	(50)
3.2 模糊拓扑空间	(57)
3.3 模糊结构	(62)
补 注.....	(67)
练习题.....	(68)
文 献.....	(69)
4 章 模糊系统理论	(71)
4.1 模糊系统的定义及可观测性、可到达性	(71)
4.2 最小实现化系统	(92)

4.3 模糊系统和线性系统	(101)
补 注	(106)
练习题	(107)
文 献	(108)
5 章 模糊自动机、语言、算法的理论	(110)
5.1 模糊矩阵	(110)
5.2 模糊自动机	(119)
5.3 模糊语言和模糊语法	(127)
5.4 模糊自动机和模糊语言的联系	(135)
5.5 模糊算法	(140)
补 注	(142)
练习题	(143)
文 献	(143)
6 章 模糊逻辑	(147)
6.1 模糊公式	(147)
6.2 模糊逻辑函数的最小化	(152)
6.3 模糊逻辑函数和组合回路	(160)
6.4 模糊推理	(166)
补 注	(169)
练习题	(170)
文 献	(170)
7 章 模糊积分和评价	(173)
7.1 模糊积分	(173)
7.2 模糊测度的构成	(178)
7.3 基于模糊积分的评价	(182)
补 注	(186)

练习题	(186)
文 献	(187)
8 章 模糊数学规划	(188)
8.1 模糊综合运算	(188)
8.2 模糊数学规划问题及其解法	(194)
8.3 模糊线性规划法	(204)
补 注	(206)
练习题	(207)
文 献	(207)
9 章 模糊意志决定和模糊信息	(210)
9.1 统计决策问题和模糊信息	(210)
9.2 模糊决策问题	(222)
9.3 模糊信息量	(234)
补 注	(240)
练习题	(241)
文 献	(241)
10 章 模糊聚类	(244)
10.1 模糊等价关系	(244)
10.2 模糊顺序关系	(251)
10.3 模糊图象识别	(256)
补 注	(262)
练习题	(262)
文 献	(263)
练习题解答	(264)
附录 数学用语解释	(274)
索 引	(286)

1 章 序 论

1.1 模糊性和模糊系统理论

模糊这个词，是人们含糊地表达“暧昧”，“不清晰”，“模棱两可”之类的不明确或不明确状况的程度时使用的。例如这样说“那是一个模糊的准则”啦，“他的态度是暧昧的”啦，等等。这样一来，说什么是模糊的，便给人一个不好的映象。这大概是由于人们本性要求尽量地避免“模糊的表现”，要求说得更加明确吧。

但是，一个人在描述某个对象（客体）时，作为认识主体的那个人必须首先认识这个对象。可是，我们人类又不能十分明确地认识各种各样的对象。例如，认识的对象包含了作为认识主体的我们自身时，要对这个对象给出明确的描述就不可能，因为主体和客体混淆起来了。因此，现实对象的大多数不得不用“模糊的表现”来表现。这就是说，可以认为“模糊的表现”对于我们人类是一个本质的东西。

这样一来，企图精确地描述现实的事件便是不可能的了，因而必须用适当的“模糊的描述”来满足它。如果想要更加确切地描述，这个描述便复杂起来，反之，想要简单些，这个描述又模糊得不正确了。这就意味着，相应于现实问题的近似程度，不得不兼顾描述的正确性和简单性。

如上所述，在人们的认识和行动中，本质地存在着模糊

性。立足于“模糊性对于我们人类是一个本质的东西”这一认识，当然有必要积极地去研究它了。例如我的谈话是由“模糊的表现”构成的，但是，通过它来传达的信息量，包含了所需传达的绝大部分。

要问什么叫模糊性呢？这个问题虽然还不能回答，但自然科学从来就是从模糊的状况中发现那些组成明确的东西，使之定量化和致力于阐明未知的现象。这样，各种原理、定理一确立，对于人们便利的方法论和机械、器具、用具、设备等等就相继地产生出来。这些理论和装置几乎都是按照某种明确的想法来构成的。但是，在现实中，有很多东西是相当不明确的，当弄清它们成为社会的需要时，概率论就发展起来，其应用范围也日益广泛。概率论在包含随机产生的现象的系统的分析和设计中起了很大作用，以至构成了概率的系统理论。这种概率现象的随机性，也可以说是一种广义的模糊性，即概率所表达的是和某一事件的发生相关联的模糊性。

模糊性的另一大类，是人们思维和行动上的模糊性。如果建立了它的数量化方法和理论体系，必然对模拟人们生活的社会系统，人机系统和人自身的自动机与机器人的分析和设计起很大作用。为了研究这样的模糊性，提出了フマジイ集合〔注〕的概念。可以说，概率所表达的是事件的发生的

〔注〕 フマジイ〔译注〕(fuzzy)是“模糊”这个意思的形容词，今后以フマジイ集合为基础来处理模糊性的时候，采用这种说法。

〔译注〕“フマジイ”是fuzzy的日文音译，本书拟用“模糊”的字样。

模糊性，而与之相应，模糊集合所表述的是事件的意义的模糊性。

下面举两个模糊性的例子来看一下：“明天的最高温度大约是 15°C ”这句话里，画波浪线的事件的模糊性和这样的事件发生与否的模糊性是共存的。处理“大约 15°C ”这种语义上(semantic)的模糊性的是模糊集合。也就是说，人们主观地界定象“充分大的数”，“近似地等于10的数”，“大体红色的东西”，“美人”，“老人”之类的分类的时候，其界限的模糊性是用模糊集合来表示的。

下面，我们把模糊集合稍微说得再确切一点。现在，把基本集合作为 X ，考虑 X 上的经典集合 A ，元素 x 属于不属于 A 是明确规定了的，这就意味着界定集合 A 的性质是明确的。

与之相应，模糊集合按如下的方式来定义：所谓 X 上的模糊集合 $\tilde{A}$ ，是由隶属函数 $\chi_A(x)$ 赋予特性的集合。这里， $\chi_A(x)$ 是从 X 到 $[0, 1]$ 的函数 ($\chi_A: X \rightarrow [0, 1]$)。而 $\chi_A(x)$ 表示 x 隶属于模糊集合 $\tilde{A}$ 的程度，所以叫做隶属函数， $\chi_A(x)$ 的值越近于1，意味着 x 属于 $\tilde{A}$ 的程度越大。当 X 是离散空间而可表为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 时，模糊集合 $\tilde{A}$ 表示为 $\tilde{A} = \{(x_1, \chi_A(x_1)), \dots, (x_n, \chi_A(x_n))\}$ 。例如， $X = \{1, 2, \dots, 9\}$ 时， $\tilde{A} =$ “大体和5接近”这一模糊集合表示为 $\tilde{A} = \{(1, 0), (2, 0), (3, 0.4), (4, 0.8), (5, 1), (6, 0.8), (7, 0.4), (8, 0), (9, 0)\}$ 。当然，隶属函数的值是主观地决定的。

上面，我们把集合 X 上的模糊词语和 X 上的隶属函数

对应起来了。为了便于直观地理解，自然而然地假定 X 上的一切模糊词语的集合 $\mathcal{P}_i(x)$ 和 X 上的一切隶属函数的集合 $\mathcal{F}(x)$ 对等，即 X 上的一个模糊的描述对应一个隶属函数，从而得到模糊描述的数学模型。这个对应关系完全是主观地决定的，所以可以说模糊集合处理的是主观的模糊性。再则，由模糊集合的定义可知，模糊集合定义在经典的基本集合 X 上，因此，更加确切一点，可以说是定义了 X 的模糊子集。

如上所述，通过对应于模糊性的模糊集合的途径，为能用明确定义过的数学工具来理解和表现模糊性铺平了道路。换句话说，就是在通常的数学框架里来处理模糊集合。但是，模糊性的概念是很广的，而且，现在对所谓模糊性到底是什么还不十分清楚，所以，这种方法以外，还有没有其他方法就不得而知了。缘于此，本书只研究用模糊集合表示的模糊性。

所谓**模糊系统理论**，可以说是推广了的通常的系统理论，这种推广是把含于系统的模糊性以模糊集合的形式来表示，因而能够处理模糊问题。例如，作为系统理论之一的数学规划，把目标函数换为模糊的目标(模糊集合)，或把约束条件换为模糊的约束，便成为模糊的规划问题。

一般来说，系统工程的范围是很广泛的，必须处理系统所包含的各种问题。例如，系统的表现(系统方程式)，系统的最优化，系统的评价，信息等概念在考虑系统时是重要的。对这些概念模糊化，就构成了模糊系统理论。它是人们通过已有的关系在产生了模糊性的状况下构成的系统理论。

下面，回顾一下模糊系统理论及其应用研究的梗概。前

面叙述的模糊集合的概念,为 *L.A.Zadeh* 于 1965 年提出¹,以后几年,研究的速度相当慢。到了 1970 年,模糊集合的概念渐渐为人们所了解,这方面的研究便飞快地增长起来。另外,在初期,从某种意义上讲,基础理论的研究较多,而最近,重点正在向研究现实问题的应用方面转移。下面就来实地地展示一下各种研究扩展到了哪些领域。*L.A.Zadeh* 等编的“关于 *Fuzzy* 的日美科学协作研究会论文集”⁽²⁾中,汇集了 1975 年上半年为止有关 *Fuzzy* 的研究报告目录作为参考,按研究领域把它们整理出来得表 1.1。正如从这个表的“领域”所看到的那样,研究工作扩展到了相当广泛的领域。再就是,最近,在社会学、经济学、心理学等人文科学的领域里,模糊集合也正成为人们感兴趣的对象。

表 1.1 按领域分的研究报告数 (1965~1975 年上半年)

领 域		一 测 评 意 系 统 拓 语 算 图 形 逻 人 生 心 等 般 志 统 制 朴 言 算 图 形 分 工 物 理 学 理 决 息 信 图 自 动 分 类 智 学 学 论 度 价 定 控 论 机 法 识 别 辑 能 学													计
		4	2	4	2	11	0	15	0	8	4	0	2		
研究 报告 数	日本	38	5	2	11	24	2	37	3	23	17	5	10	177	
	海外														

作为学术活动,国际自动控制联合圆桌会议(1973 年及 1975 年),日美科学协作研究会(1974 年)²⁾，“控制论和系统”国际学会的“*Fuzzy* 系统”讨论会(1975 年),电气四