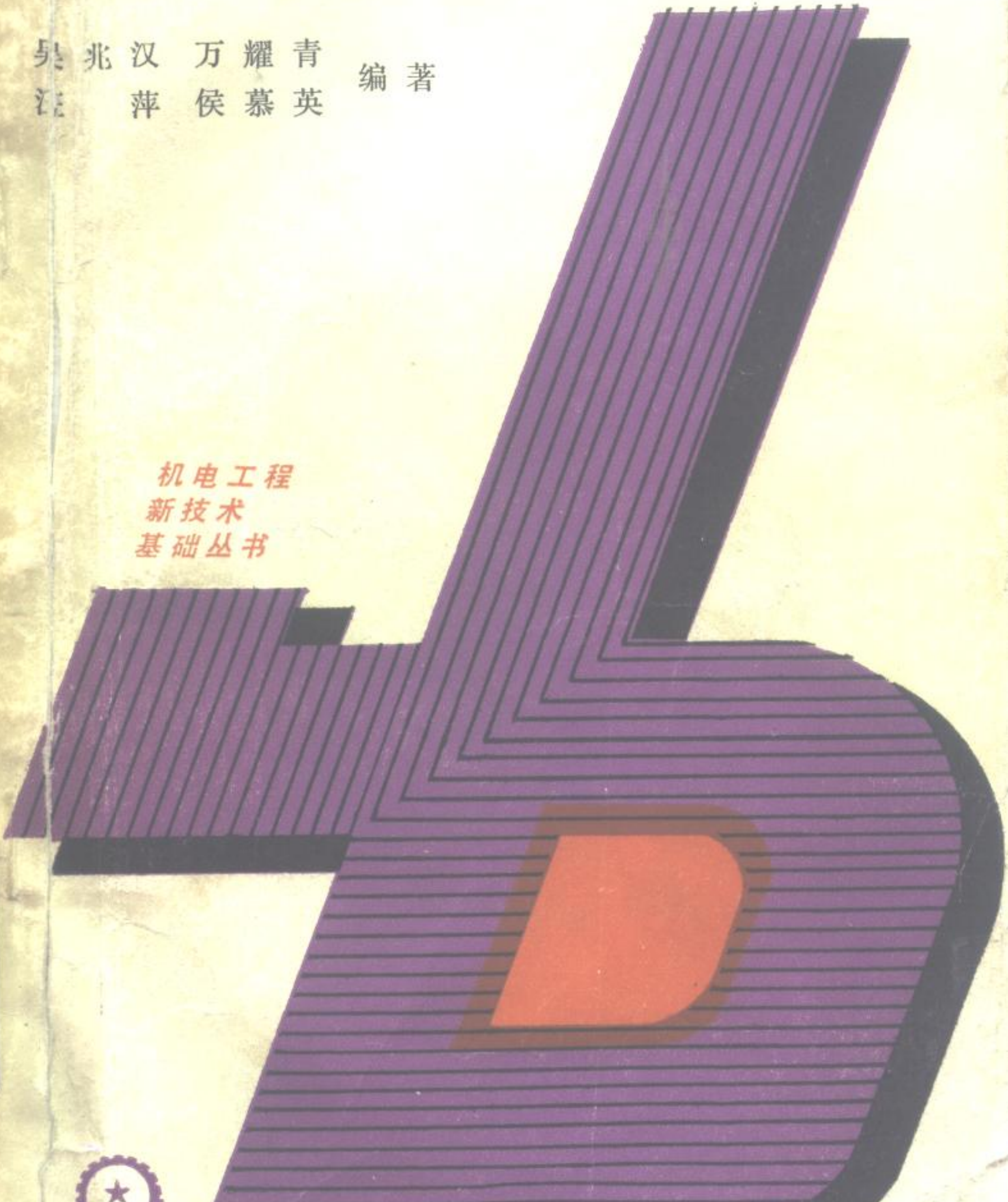
机械优化设计

吴兆汉 万耀青
汪　萍 侯慕英 编著



机电工程
新技术
基础丛书

机电工程新技术基础丛书

吳兆汉 万耀青 汪萍 侯慕英 编著

濮良贵 审

机械优化设计

机械工业出版社

本书为《机电工程新技术基础丛书》中的一种。书中阐述机械优化设计的基本概念及较为常用的无约束与约束优化方法，并着重介绍黄金分割法、二次插值法、鲍威尔法、DFP变尺度法、复合形法及罚函数法等比较有效的优化方法。为了便于工程技术人员学习和应用，书中第一章介绍了必须的数学基础知识，第六章介绍了典型零部件优化设计的例子。书中附有适量的例题和习题，书末附有计算实例的FORTRAN语言源程序及其使用说明。

本书主要供从事机械产品设计工作的工程技术人员学习与参考，也可作为大专院校机械类专业的教学用书。

机械优化设计

吴兆汉　万耀青
汪[illegible]萍　侯慕英　编　著
濮良貴　审

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）
（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）
北京航空学院印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行・新华书店经售

开本850×1168 1/32・印张11 1/8・字数279千字
1986年9月北京第一版・1986年9月北京第一次印刷
印数0,001—6,800・定价2.80元

统一书号：15033・5933

《机电工程新技术基础丛书》出版说明

科学技术的飞速发展，要求在机械工业部门从事技术和管理工作的干部学习和了解有关专业的新水平、新成就、新技术、新知识。为了贯彻机械工业“上水平、上质量、上品种，提高经济效益”这个总方针，帮助在职工程技术人员学习业务，更新知识，更好地为祖国的四化建设服务，我们特组织编写了这套《机电工程新技术基础丛书》，第一批将陆续出版十七种。这十七种书是：《工程数学方法》、《弹塑性力学》、《机械优化设计》、《电机、电器优化设计》、《机电产品可靠性技术》、《能源利用与开发》、《液压传动与控制》、《测试技术》、《环境污染与治理》、《材料科学及其新技术》、《数控技术》、《微型计算机应用技术》、《电子电路技术》、《自动控制工程》、《系统工程概论》、《管理数学》、《技术经济分析》。

这套丛书的读者对象，主要是六十年代以来的大学和中专毕业生，现在从事机电产品的设计、制造工艺、技术改造、设备维修、质量管理、技术管理等工作的工程技术人员。

丛书内容着重于七十年代以来机电工程和管理工程有关学科的最新发展。重视阐明物理概念的基础上，介绍新技术、新理论的应用，以及如何进行有效管理和提高经济效益。为了适应更多读者的需要，丛书以介绍基础性知识为主，不过多地作专业理论的探讨和论证。使它既可以作为在职技术干部和管理人员的培训教材，又可兼顾自学需要，使具有一般高等教学、普通物理知识的读者能够看懂。

由于条件和水平所限，丛书内容难免有不妥之处，希望读者提出宝贵意见，帮助我们改进提高。

前　　言

随着电子计算机技术的迅猛发展和广泛应用，工程设计的理论和方法正在发生日新月异的变化。自本世纪六十年代以来，作为现代设计理论和方法的重要内容之一的优化设计方法，已开始被引入各类机械产品的设计中，并在生产实践中初步显示出它的巨大作用。我国广大机械科技工作者迫切希望尽快掌握和使用这一方法，以便在机械工程领域中更广泛的应用，从而普遍提高我国机械产品的质量。由此，渴望能有一本介绍机械优化设计基础知识的书籍，以作为进一步深入学习，并解决生产实际问题的入门之用，为此，我们编写了本书，供广大机械设计人员和大专院校机械专业的学生阅读和参考。

编写本书时，特别注意了简明性、实用性和适用性。书中着重介绍了机械优化设计的基本知识、基础理论和常用方法。考虑到读者对电子计算机技术有一定基础，而对优化所需工程数学知识可能还不够熟悉，本书的第一章对矩阵、矢量、多元函数等数学基础作了介绍。由于优化方法在机械设计中的应用是一个重要的问题，故本书扼要介绍了几种较为典型的零部件和机构的优化设计方法。

本书的绪论、第二章和第五章的第一、二、三节由吴兆汉同志编写，第一、三、四章由汪萍、侯慕英同志编写，第五章的第四、五、六、七节和第六章及附录由万耀青同志编写。全书由濮良贵同志仔细审阅，郭可谦、傅志义同志也提了一些宝贵意见，特此表示感谢。由于编者水平有限，编写时间又较短促，缺点和错误在所难免，望读者批评指正。

编　者

一九八四年二月

目　录

绪　论 ……………………………………………………………… 1

第一章　优化方法的数学基础 ……………………………………… 4

§1-1　矩阵 ……………………………………………………… 4

一、矩阵的概念 ……………………………………………… 4

二、矩阵的运算 ……………………………………………… 10

三、逆矩阵 …………………………………………………… 16

四、矩阵的正定与负定 ……………………………………… 19

§1-2　矢量 ……………………………………………………… 22

一、矢量的概念 ……………………………………………… 22

二、矢量的运算 ……………………………………………… 24

三、矢量的正交 ……………………………………………… 26

四、矢量系的线性相关与线性独立 ………………………… 27

§1-3　多元函数 ………………………………………………… 29

一、一阶偏导数与方向导数 ………………………………… 29

二、梯度 ……………………………………………………… 31

三、二阶偏导数 ……………………………………………… 35

四、函数的泰勒展开式 ……………………………………… 36

五、多元函数极值 …………………………………………… 39

§1-4　凸集与凸函数概述 ……………………………………… 41

一、凸集 ……………………………………………………… 41

二、凸函数 …………………………………………………… 41

习题 ……………………………………………………………… 44

第二章　机械优化设计总论 ………………………………………… 48

§2-1　优化设计的基本概念 …………………………………… 48

§2-2 常用的优化方法……59
§2-3 数学模型……61
一、确定设计变量……61
二、构造目标函数……63
三、确定约束条件……64
四、数学模型的表达式……66
§2-4 解算的几个问题……69
一、解算的一般流程与框图……69
二、迭代过程与迭代格式……71
三、常用的迭代过程终止准则……72
四、全局最优解和局部最优解……74
习题……76

第三章 一维优化方法……79

§3-1 初始单峰区间的确定……80
一、单峰区间……80
二、用进退法确定初始单峰区间的方法步骤……81
三、算法框图……83
四、计算举例……83
§3-2 格点法……85
一、方法概述……85
二、算法框图……87
三、计算举例……88
四、关于格点法的讨论……89
§3-3 黄金分割法……89
一、方法概述……89
二、迭代过程与算法框图……91
三、计算举例……92
§3-4 二次插值法……95

一、方法概述……………………………………………95
二、迭代过程与算法框图……………………………………99
三、计算举例…………………………………………… 100
§3-5　一维优化方法的选用…………………………… 105
习题 …………………………………………………… 106

第四章　无约束优化方法………………………………… 108

§4-1　坐标轮换法……………………………………… 108
一、方法概述…………………………………………… 108
二、迭代过程与算法框图……………………………… 110
三、计算举例…………………………………………… 113
四、讨论………………………………………………… 115
§4-2　鲍威尔法………………………………………… 115
一、共轭方向的概念…………………………………… 116
二、共轭方向与函数极小点的关系…………………… 119
三、鲍威尔法的搜索方向……………………………… 122
四、迭代过程与算法框图……………………………… 128
五、计算举例…………………………………………… 131
§4-3　梯度法…………………………………………… 135
一、方法概述…………………………………………… 135
二、迭代过程与算法框图……………………………… 136
三、关于梯度法的讨论………………………………… 138
四、计算举例…………………………………………… 140
§4-4　牛顿法…………………………………………… 142
一、牛顿法的基本思想………………………………… 142
二、迭代过程与算法框图……………………………… 147
三、计算举例…………………………………………… 148
四、关于牛顿法的讨论………………………………… 151
§4-5　DFP变尺度法 ………………………………… 154

一、拟牛顿法的基本思想…………………………………… 154
二、DFP 法构造矩阵序列的产生 …………………………… 156
三、迭代过程与算法框图…………………………………… 160
四、计算举例………………………………………………… 160
五、DFP 法几个问题的讨论 ……………………………… 164
§4-6 无约束优化方法的选用……………………………… 172
习题……………………………………………………………… 175

第五章 约束优化方法……………………………………… 176

§5-1 网格法………………………………………………… 177
一、方法概述………………………………………………… 177
二、迭代过程与算法框图…………………………………… 179
三、计算举例………………………………………………… 180
§5-2 随机试验法…………………………………………… 186
一、方法概述………………………………………………… 186
二、随机点的产生…………………………………………… 186
三、迭代过程与算法框图…………………………………… 187
四、计算举例………………………………………………… 189
§5-3 复合形法……………………………………………… 193
一、方法概述………………………………………………… 193
二、初始复合形的生成……………………………………… 196
三、迭代过程与算法框图…………………………………… 198
四、计算举例………………………………………………… 201
§5-4 罚函数法……………………………………………… 206
§5-5 内点法………………………………………………… 209
一、引例……………………………………………………… 209
二、内点法的泛函和罚函数的构造………………………… 213
三、迭代过程与算法框图…………………………………… 214
四、关于内点法中几个问题的讨论………………………… 216

五、内点法的迭代终止准则…………………………… 219
六、计算举例…………………………………………… 220
§5-6 外点法…………………………………………… 223
一、引例………………………………………………… 223
二、外点法的泛函和罚函数的构造…………………… 228
三、迭代过程与算法框图……………………………… 231
四、关于外点法中几个问题的讨论…………………… 232
五、计算举例…………………………………………… 236
六、内点法和外点法的简单比较……………………… 239
§5-7 混合罚函数法…………………………………… 240
一、泛函和罚函数的构造……………………………… 240
二、用外推法改进求无约束极小化的初始点………… 241
三、混合罚函数法的迭代过程………………………… 244
四、混合罚函数法计算中的几个问题………………… 245
五、计算举例…………………………………………… 246
六、几种约束优化方法比较…………………………… 251
习题 …………………………………………………… 252

第六章 机械优化设计实例………………………… 254

§6-1 机械优化设计的一般步骤……………………… 254
§6-2 典型零部件与机构优化设计实例……………… 256
一、用优化方法校核圆柱螺旋压缩弹簧最大剪切
应力…………………………………………………… 256
二、单排内外啮合行星机构最小体积优化设计……… 262
三、轮式车辆前轮转向梯形四杆机构的优化设计…… 270
四、螺栓紧固件最小成本的优化设计………………… 276

附录（混合罚函数法源程序及说明）……………… 282

一、方法概要………………………………………… 282

二、简要框图……………………………………………… 282
三、功能……………………………………………………… 282
四、主程序及各子程序功能说明………………………… 283
五、主要子程序中的哑元说明…………………………… 288
六、使用说明………………………………………………… 290
七、程序中所附例题的数学模型说明…………………… 293
八、程序输出信息说明…………………………………… 294
九、源程序及输出结果…………………………………… 297

绪 论

长期以来，机械设计的传统方法通常是采用类比试算法，即根据设计要求，参考一些较为成熟的设计，凭借经验和理论判断来选取设计参数，然后进行必要的校核计算；如参数选择不当，则调整参数，修改设计；如此多次反复，直到最后满足设计要求为止。这种方法不仅使设计人员把大量的时间和精力消耗于重复的繁杂计算，而且所得结果往往只是一个认可的方案，并不是一种最优方案。

随着科学技术的水平和生产能力的不断提高，机械设计问题日趋复杂化、大型化和精密化。因此，在设计领域中，许多问题缺乏成熟的先例可供选择设计参数时参考，这时传统设计方法便无能为力。另一方面，当前国民经济和国防工业各部门对机械设计水平都提出了更高的要求。这就要求寻找一些更经济、更有效、更迅速的设计方法，使设计工作建立在更加科学的基础上，以获得尽可能好的设计方案。在这种情况下，传统设计方法显然不能满足客观的需要。正因为这样，近二十年来，随着电子计算机和有关科学技术的发展，在设计理论和方法方面开拓了不少新的领域，其中尤以优化设计、可靠性设计、有限元法、设计方法学、自动设计和计算机辅助设计等具有深远的影响，引起人们广泛的重视。

优化设计是将工程设计问题转化为最优化问题，利用数学规划的方法，借助于电子计算机的高速度运算和逻辑判断的巨大能力，从满足设计要求的一切可行方案中，按照预定的目标，自动寻找最优设计方案的一种设计方法。它能综合处理并最大限度地满足从不同角度提出的、甚至有时是互相矛盾的技术指标，因此是现代设计理论和方法中的一个重要组成部分。

从整体观点来看，机械产品设计过程一般可分成三个阶段。首先必须对设计对象进行广泛的调查和全面的剖析，确定它应有的功能。提出各项技术要求和技术经济指标。这是战略决策阶段。接着是从能够实现上述功能和各项要求的可能结构型式中选择一种或几种较好的方案。这是战术决策阶段。在这里当然有分析比较多种方案以择其最优方案的问题。然后是在已定结构方案的基础上，选择并确定具体的结构参数，以获得满足预定功能和技术指标的设计结果。这是技术决策阶段。由此可知，为了提高产品的设计质量和缩短设计周期，在战术和技术决策阶段采用优化方法将具有十分重要的意义。此外，在计算机辅助设计过程中，它不仅要按照设计要求和某种设计思想安排出设计模型，并且需要不断评价各种方案和选择最优参数，因此优化设计在计算机辅助设计中的作用也是显而易见的。

在机械设计中采用最优化技术是从六十年代开始的。早期的机械优化设计大多集中在机构学问题上，特别是机构运动参数的优化选择方面，以后才逐渐发展到机构动力学优化设计和机械零部件及机械产品的优化设计。

国内对机械优化设计的研究和应用是从七十年代中期开始的。近几年来发展十分迅速，目前已取得了一定的成就，并正在向纵深方向继续发展。目前，就国内所开展的工作来看，无论是在优化方法程序方面，还是在机械产品优化设计的实际应用方面都取得了显著的成果。同时，还进行了大量的普及和培训工作。

实践证明，采用优化设计方法可以有效地提高设计质量，缩短设计周期，取得较为显著的经济效果。例如美国 P.N. 辛格采用优化设计方法设计了一种十级转速的机床主轴箱，使各轴间的中心距总和比用传统设计方法所取得的结果减小 16.55%，从而体积和重量也相应地减小[32]；意大利 G.L. 扎罗蒂用优化设计方法对工程机械中的柴油机、变矩器和变速箱作最佳匹配设计，显著提高了性能[34]；我国葛洲坝二号船闸人字门启闭机经过优

化设计，使驱动力矩由 400t·m 降为 232.2t·m，我国广州造船厂将优化方法用于船用螺旋桨的叶型及叶截面设计中，并由绘图机直接输出图形，从而节省了大量的人力和物力，取得了满意的结果。由这些实例不难看出，优化设计方法的进一步推广应用，必将为机械产品设计提高设计质量、降低产品成本、缩短设计周期等方面带来明显的效益。

尽管在我国近几年来机械优化设计已有了不少进展和成就，但它毕竟还是一门出现不久的新科学，还不够成熟，可以说正处于发展的阶段。因此，在这个领域中还有许多问题需要广大的科学研究工作者和工程设计工作者共同努力去解决。当前主要问题有以下方面：一、结合机械产品设计的特点，深入研究建立数学模型的理论以及各种适用于工程设计的优化方法。二、为进一步加速优化方法在机械工程设计中的应用，必须解决常用优化方法和常用机械零部件优化设计的通用程序问题，积累一定数量的、适用的、质量较高的程序。三、积极开展机械产品整机优化和系列产品的优化设计研究，并把优化设计与计算机辅助设计和设计方法学等学科紧密结合起来。从而进一步扩大优化设计的应用范围。这最后的问题是十分重要的，也是十分困难的。但可以相信，随着机械优化设计研究工作的不断深入开展，这种先进的设计方法必将在机械设计中获得日益广泛的应用，并在机械工业的发展中越来越显示出它应有的作用。

第一章　优化方法的数学基础

最优化方法是以线性代数、多元函数的极值理论等数学知识为基础的。为了学习方便，本章对与优化方法密切相关的矩阵、矢量、多元函数及其极值等数学问题作一简要介绍。这些基本知识在理论上和实践上都是十分重要的。

§1-1　矩　　阵

在工程技术和生产实践中，各种因素之间存在着复杂的联系。其中最简单的也较为常见的是线性关系。矩阵是线性代数中的一个重要内容，是研究线性关系的一个有力工具。

一、矩阵的概念

矩阵概念可由下述线性问题引出。

设有线性方程组

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n&=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n&=b_2\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots&\cdots\cdots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n&=b_m \end{aligned}\right\} \tag{1-1}$$

如果把方程组左端未知量的系数按其所在位置排成m行 n 列的一个表，并记作A，即

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{1-2}$$

这就构成了一个$m \times n$阶矩阵。

（一）矩阵定义

由一组数（或符号）按一定次序排列成具有m行n列的“表”，如式（1-2）所示，称为$m \times n$阶矩阵。a_{ij}（$i=1, 2, \cdots, m$；$j=1,2,\cdots,n$）称为矩阵A中第i行第j列上的元素，或简称元。

（二）矩阵的相等

若矩阵A与B有相同的阶数，且对应诸元素相等，即$a_{ij}=b_{ij}$，则称该两矩阵相等，记作$A=B$。否则，若其中至少有一个对应元素不相等，矩阵A与B就不相等，记作$A \neq B$。

（三）行矩阵与列矩阵

仅有一行的矩阵（$m=1$），即$1 \times n$阶矩阵，称为行矩阵。例如

$$A=[a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n]$$

$$X=[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]$$

都是行矩阵。

仅有一列的矩阵（$n=1$），即$m \times 1$阶矩阵，称为列矩阵。例如

$$B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \qquad Y=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}$$

都是列矩阵。

（四）零矩阵

若矩阵的全部元素均为零，叫做零矩阵，记作Θ。

（五）方阵及方阵的行列式

当矩阵的行数与列数相同，即$m=n$时，则

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

称为 n 阶矩阵或 n 阶方阵。元素 a_{11}，a_{22}，…，a_{nn} 称为方阵的**主对角元**。

从形式上看，方阵与行列式很相近，但概念截然不同。方阵仅仅是一个正方形的“表”，而行列式可通过计算得出一个值，所以行列式的记号虽然也是一个表，但却是代表一个值的。

由方阵 A 的元素组成对应的行列式称为矩阵 A 的行列式，记作 $|A|$

$$|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

行列式 $|A|$ 的值，若按第 i 行展开有：

$$|A|=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}A_{ij}$$

式中 a_{ij} 为第 i 行的诸元素，A_{ij} 是元素 a_{ij} 的代数余子式。所谓 A_{ij} 的代数余子式是指划去 a_{ij} 所在的行与列，余下元素构成的行列式与 $(-1)^{i+j}$ 的乘积。

例题1-1 求矩阵

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

的对应行列式之值。

解：

若按第二行展开有：

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$