

伺服机械结构

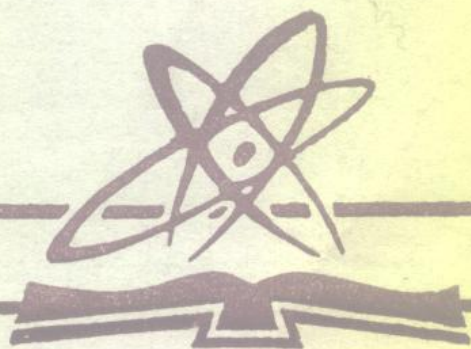
(第一分册)

# 伺服系统基本原理

成都电讯工程学院

周立峰 巢来春 编

国防工业出版社



# 第一章 引言

## § 1.1 概述

在现代化的工业生产和科学实验过程中，对诸如压力、流量、温度、液面高度、机器执行部件的位置与速度等物理参数的控制；或者一些兵器中，对诸如雷达天线、导弹发射架以及火炮的方位角与俯仰角等参数的控制；或者对空间飞行器的姿态以及轨道参数等的控制，所有这些都是需要借助于自动控制系统来加以实现。因而，自动控制系统已经成为现代化工业生产、科学实验过程以及某些兵器中一个重要的，且往往是不可缺少的一部分。

伺服系统乃是自动控制系统的分支，在伺服系统中，被控参数为被控对象的机械位置（角位移或线位移）、速度或加速度。因此，伺服系统也可称为位置（或速度，或加速度）自动控制系统。

我们来看一下一个雷达的天线位置控制系统的具体例子（图 1.1）。在测高雷达和炮瞄雷达的手动导引中，要求能对任意方位的目标进行精确探测与跟踪，因此，就要求能精确控制雷达天线的运动，使其转到所要求的方位（即精确指向目标）。在雷达站中，在手控情况下，天线所应占有的方位，即天线所应对准的目标的方位是由操作人员根据指挥所送出的指令信号，通过转动手轮来实现的。

如图 1.1 所示，当将手轮转动一个角位移  $\theta_i$  后，与手轮同轴相连的自整角发送机的转子也转过角度  $\theta_i$ ，这样在其三相定子绕组中便感应出比例于转子转角，亦即比例于手轮转角  $\theta_i$  的正弦电压信号。这一信号加至自整角变压器的定子绕组中，在其输出端便输出一个比例于发送机转子转角，即手轮转角  $\theta_i$  的电压信号。自整角变压器的输出电压经放大器放大后，去控制执行电动机，从而带动天线转动。而与此同时，由于自整角变压器的转子与天线方位轴机械相联，因而天线的转动也就带动自整角变压器的转子一起转动。这样一来，自整角变压器的输出电压就不像上面所讲的单纯地比例于手轮的转角  $\theta_i$ ，而是比例于手轮转角  $\theta_i$  与天线转角  $\theta_0$  的偏差值的正弦：

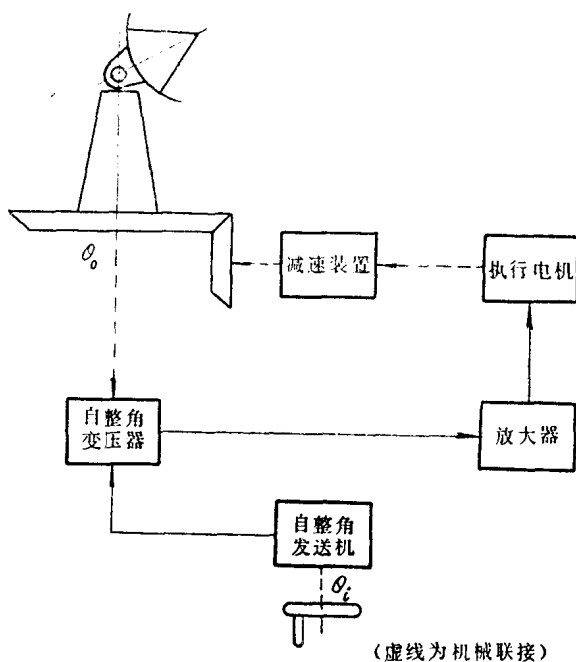


图 1.1

$$u_e = u_{em} \sin(\theta_i - \theta_0)$$

(1.1)

式中,  $u_o$ ——自整角变压器的输出电压。

实际上, 由于伺服系统的作用, 偏差值  $\theta_i - \theta_o$  是个很小的量, 因而有

$$u_o \approx u_{em}(\theta_i - \theta_o) \quad (1.2)$$

这样以来, 就把输出量 (天线转角)  $\theta_o$  反馈回来, 与输入量 (手轮转角)  $\theta_i$  在自整角变压器中进行比较, 而作为反馈联接的是联接天线方位轴与自整角变压器转子轴的机械轴。只要天线的方位角  $\theta_o$  不等于手轮转角  $\theta_i$ , 即有角偏差  $\theta_i - \theta_o$  存在, 则自整角变压器就会输出一个比例于此角偏差的信号, 经过放大去控制执行电机, 从而驱动天线朝着减小角偏差的方向运动, 直至偏差消失, 达到  $\theta_i - \theta_o = 0$  为止。当手轮不断转动, 即不断有输入信号加给伺服系统时, 上述这种“检测偏差, 消除偏差”的过程则不断进行, 天线就跟随手轮不断转动。

如果通过伺服系统的作用, 天线已处于手轮所确定的方位, 即  $\theta_o = \theta_i$ , 但由于作用在天线上的风的扰动的影响, 使天线偏离了指令角  $\theta_i$  所确定的方位, 则从上述分析可知, 此时, 自整角变压器的转子随同天线转轴一起偏离了指令角  $\theta_i$ , 因此, 在其输出端就有信号输出, 此信号经放大去控制执行电机, 从而驱动天线转至  $\theta_o = \theta_i$  的方位, 这样就消除了风扰动所造成的天线对指令角的偏离。

总之, 自整角发送机——自整角变压器系统能够“感觉”指令轴 (手轮轴) 与负载轴 (天线轴) 之间角位置的偏差, 这一角偏差通过伺服系统的控制作用得以减小, 直至消除, 结果使天线按需要转动。

在伺服系统中, 指令输入  $\theta_i$  是个随机变化的量, 伺服系统的任务就是按照  $\theta_i$  的变化来控制被控对象 (如天线) 的位置。任何伺服系统基本上都是基于反馈控制原理来工作的, 即不管被控变量是什么形式, 通过反馈作用, 将它与期望值进行比较, 以形成一个偏差信号, 伺服系统的控制作用就取决于这个偏差信号。伺服系统的运转倾向是使偏差减小至零, 以使系统的输出量等于输入量, 达到控制被控对象的目的。输出量能够跟随输入量的变化而变化, 这也就是伺服系统, 或称随动系统名称的由来。

从上面的例子也可看出, 其所以能够将输出量与输入量进行比较, 是由于存在反馈联接的缘故。因此, 伺服系统是一种反馈控制系统, 它是一种闭环控制系统。

## § 1.2 反馈控制系统的基本类型

反馈控制系统按系统输入量与输出量之间的关系可以分成伺服系统, 恒值调节系统和程序控制系统。

恒值调节系统也是按照反馈原理进行工作的自动控制系统。它的输出量以一定的精度等于给定值, 而给定值在工作过程中一般保持为恒值, 或变化很小, 例如, 控制液面高度, 保持温度恒定或保持压力恒定等的自动调节系统。图 1.2 为一个液面高度的自动调节系统, 它可以精确地将液面高度保持在希望的高度  $h$  上。从图中可知, 如果由于输出流量的变化, 液面高度偏离希望值  $h$ , 则浮标位置变动, 从而带动电位计臂产生误差电压  $e$ , 经放大后, 控制电机, 调节  $V_2$  的开度, 从而调节输入流量以恢复液面高度。在这种系统中, 输入流量或输出流量的变化都会对液面高度产生影响。流量的这种变化称为对系统的扰动, 自动调节系统的任务就是在存在扰动的情况下将实际的输出量 (如液面高度、温度值、压力值等) 保持在希

望的恒定数值上。

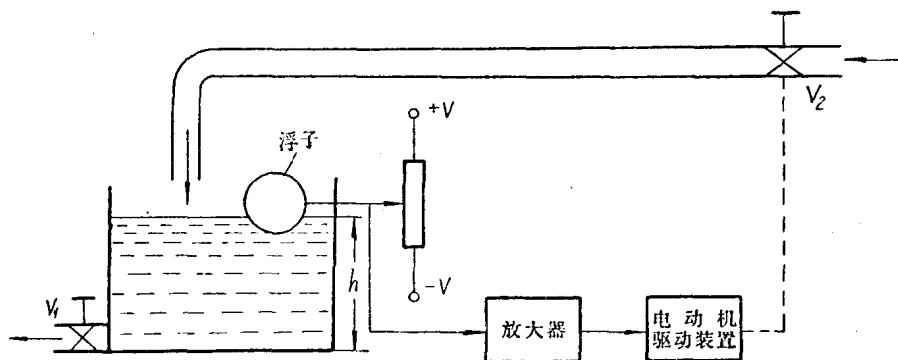


图 1.2

程序控制系统是根据预先编制的程序来控制输出量的。例如，某一热处理炉的炉内温度的程序控制，其预先编制好的程序可以是这样的(图 1.3)：在  $t=t_0$  到  $t=t_1$  这段时间间隔内，以一定的速率加热炉温到某一给定的温度值  $T_2$ ；在  $t=t_1$  到  $t=t_2$  这段时间间隔内保持此温度值  $T_2$ ；而在  $t=t_2$  到  $t=t_3$  这段时间内以一定速率将炉温从  $T_2$  降至  $T_1$ ，在系统的运行过程中，应不断测量炉内的实际温度，通过反馈作用将它与程序指令进行比较，当实际炉温偏离程序指令所确定的炉温时，则将比较的差值作用于系统，以修正出现的偏差，使炉温按预定的程序变化。因此，它也是一个反馈控制系统。在这种炉温控制系统中，炉温的变化规律是根据热处理的工艺要求而预先确定的，它是个给定的时间函数，指令输入信号即按此变化规律，亦即按照预编程序来变化的。

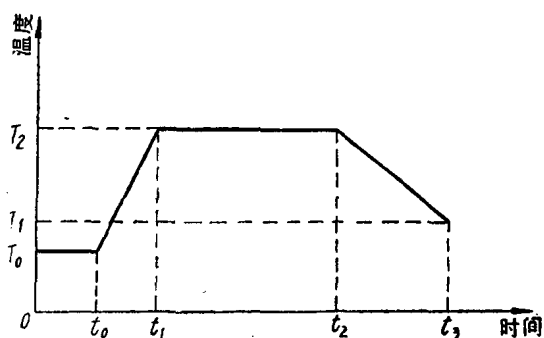


图 1.3

从上述可知，对恒值调节系统来说，它的控制作用（输入量）是一个给定的恒值，是不随时间变化，或者作缓慢变化的。程序控制系统的控制作用是预先规定好的。至于伺服系统，它的控制作用则是随机变化的，无规律可循的，最多不过是在某些系统中知道它的统计学特征罢了。例如，雷达天线位置伺服系统，或火炮的位置伺服系统，跟踪的对象为敌机，敌机从哪个方向来，这完全是随机的，是无法预估的，只不过对某些雷达站或某些火炮而言，敌机在某一方向出现的几率大些，而另一些方向出现的几率小些，这些可根据统计资料加以预测。

由于反馈的存在，输出信号与输入信号就能进行比较。反馈信号可以是输出信号本身，

也可以是输出信号的函数或导数。不过应当注意，在进行比较时，反馈信号与输入信号应具有相同的因次。输入信号与反馈信号之差即为偏差信号。由前述可知，由于偏差的存在才使伺服系统得以产生控制作用，力图减小甚至消除这一偏差，使输出量达到要求的数值。我们再看一个例子。图 1.4 所示为一个导弹发射架的方位自动控制系统的示意图。它是一个闭环的控制系统。它能够根据电位计  $R_1$  送来的指令信号控制导弹发射架的方位。当发射架作方位运动时，它的实际方位由电位计  $R_2$  来检测。从  $R_2$  所引出的信号反馈到输入端加至差动放大器。差动放大器作为一个偏差检测与放大装置。当发射架的实际方位与指令所确定的方位不一致时，则差动放大器输出一个偏差信号，经功率放大器去控制执行电机，从而驱动发射架，直至发射架的实际方位角与指令信号所确定的方位角相一致，差动放大器无信号输出。因此，导弹发射架的精确定位是由于反馈信号的作用来实现的。

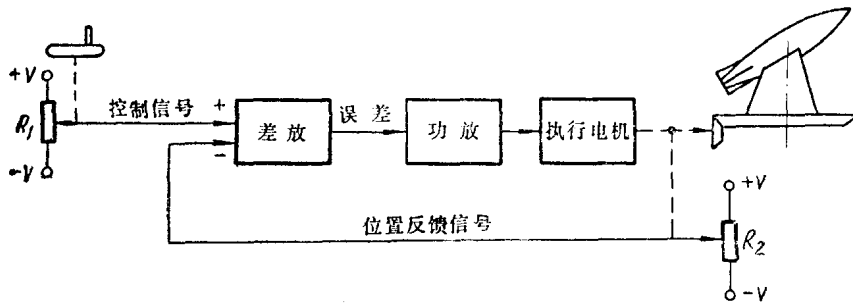


图 1.4

至此，我们介绍的例子全是具有反馈的系统，这种系统称为闭环系统。与闭环系统相对应的是开环系统，仍以导弹发射架的方位伺服系统为例，如图 1.5 所示。控制信号仍由手轮给出，此信号经放大去控制执行电机，从而驱动发射架作方位运动。与图 1.4 所不同的是，不再对发射架的实际方位角进行检测，因之也就不能将它与指令方位角进行比较，这样在出现偏差时，系统本身不能进行校正。为了保证能够精确地进行方位控制，必须参照电位计所对应的方位角对发射架进行精密校准，而且在校准后，电位计，放大器以及执行电机等的特性必须在运转过程中保持不变。但实际上，这些元件的特性不可能始终保持不变，因此，校准时所获得的高精度就会在运转过程中逐渐丧失，从而导致导弹发射架方位控制的不精确。

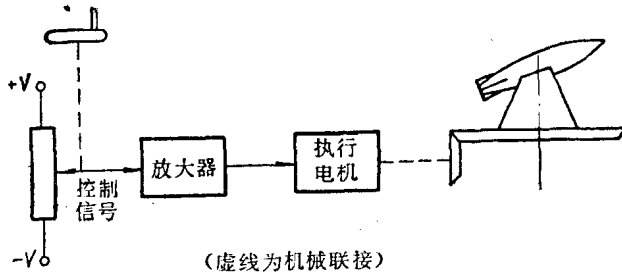


图 1.5

开环控制系统的一般方框图示于图 1.6 中。在开环系统中，系统的输出量对输入量没有影响。由于不存在反馈作用，无需将输出量与输入量进行比较。由此可知，一个输入量就有一个对应的输出量，这个输出量的数值受到外界扰动和系统内部元件参数变化的影响而发生

变化时，系统本身无法产生校正作用，因而系统的控制精度受到影响。从这一点来看它不如闭环系统。但开环系统结构简单，而且如后面所述它不存在稳定性问题。随着系统组成元件性能的不断提高，在不少场合中可以满足高精度的要求，尤其是计算机控制的开环系统，例如，机床数控系统，其精度是非常高的。不过需要指出，目前伺服系统大多数还是采用闭环系统。



图 1.6

最后应该提及的是实际中运用的伺服系统大都是机电式的，尤其是象雷达天线，导弹发射架以及射电望远镜天线等的位置（方位角和俯仰角）控制系统，自动火炮控制系统，船舰纵横摆动的稳定平台系统等这样一些大功率伺服系统均是一些机电式系统。在伺服系统的分析与设计时，不仅涉及一些电气性能指标，而且与机械结构参数有着密切关系。实际上，机械结构参数对伺服系统的性能有着重大影响，这些问题我们将在第八章中进行专门讨论。

### § 1.3 伺服系统的方框图

在进行伺服系统的分析时，有必要采取图解的方式将一个复杂系统表示成简单的方框图。有了方框图，则系统中各元件的功能，其间的相互关系以及信号在系统中的传递情况就一目了然了，这样就便于进行分析。图 1.7 为一个典型的角位置伺服系统的完整的方框图。

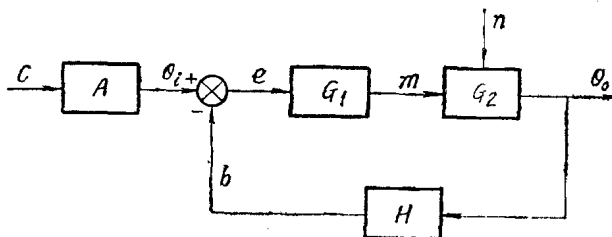


图 1.7

$c$ —主令信号； $A$ —基准输入元件； $\theta_i$ —基准输入信号； $e$ —偏差信号； $G_1$ —控制器； $m$ —控制变量； $G_2$ —被控对象； $n$ —扰动信号； $\theta_o$ —被控变量； $H$ —反馈元件； $b$ —主反馈信号

系统中各元件，符号和参数的意义如下：

主令信号  $c$ ：是一个输入量，它纯粹是外界造成的，与被研究的伺服系统本身无关。

基准输入元件  $A$ ：它是伺服系统的一部分，其作用是产生一个比例于主令信号  $c$  的信号  $\theta_i$ 。

基准输入信号  $\theta_i$ ：是基准输入元件  $A$  所产生的，比例于主令信号  $c$  的输入信号，它是与被控变量  $\theta_o$  比较的基准。它往往就是希望通过伺服系统的作用而达到的量，如所要求的雷达天线的方位角。

主反馈信号  $b$ ：它是由反馈元件  $H$  所产生的信号，它或者为被控变量本身（直接反馈时），或者为被控变量的函数。它与基准输入信号  $\theta_i$  进行比较，从而获得偏差信号  $e$ 。但

必须注意,反馈信号  $b$  必须具有和基准输入信号  $\theta_i$  相同的信号形式,即具有相同的量纲,例如,同为电压。

偏差信号  $e$ : 它等于基准输入信号  $\theta_i$  与主反馈信号  $b$  之间的差值,反映了被控变量与基准输入信号之间的偏差。它实际上是伺服系统的有效控制信号。

控制器  $G_1$ : 它是伺服系统的一部分,其作用是将偏差信号  $e$  进行变换、放大以便产生控制被控对象的控制变量  $m$ , 或者改变信号的频率以保证伺服系统的性能指标。

控制变量  $m$ : 是控制器产生的,施加于被控对象上的量,例如由执行电机产生的,作用于天线方位轴或俯仰轴的驱动力矩。

扰动信号  $n$ : 扰动或称干扰是不希望的作用信号,它力图影响被控变量  $\theta_o$  的值。它可能是来自系统以外的干扰(如作用于雷达天线上的风力矩扰动),也可能是产生于系统内部的噪声。

被控对象  $G_2$ : 是被控制的设备或装置,它是伺服系统的一部分,而且往往是负载,例如,导弹发射架,雷达天线或飞行器的操纵舵等。

被控变量  $\theta_o$ : 它是表征被控对象的一个被直接控制的量,往往就是伺服系统的输出量。例如,天线方位伺服系统中的天线方位角,发动机转速控制系统中的转子转速等,

反馈元件  $H$ : 它是根据被控变量  $\theta_o$  产生主反馈信号  $b$  的装置。其作用有二:一是将输出量  $\theta_o$  加以改变后,再与基准输入信号  $\theta_i$  进行比较,二是将被控变量  $\theta_o$  变成与基准输入信号  $\theta_i$  具有相同量纲的物理量。

在以后的叙述中,我们将把基准输入信号  $\theta_i$  称为输入信号或输入量,而把被控变量  $\theta_o$  称为系统的输出量。

在图 1.7 所示的伺服系统方框图中,我们通常把从被控变量  $\theta_o$  到反馈信号  $b$  这一自右向左的通路称为“反馈回路”,而把从基准输入元件到被控变量这一自左向右的通路称为“前向通路”。

表 1.1 列出了图 1.1 所示的雷达天线方位伺服系统中与图 1.7 所示的典型伺服系统方框图中相对应的元件与参数。

表 1.1

序号	典型元件与参数	天线方位伺服系统
1	主令信号 $c$	手轮转角
2	基准输入元件 $A$	自整角发送机
3	基准输入信号 $\theta_i$	自整角发送机输出电压
4	主反馈信号 $b$	自整角变压器输出电压
5	偏差信号 $e$	自整角机系统输出电压
6	控制器 $G_1$	补偿网络,放大器,直流伺服电机及齿轮装置等
7	控制变量 $m$	伺服电机——齿轮装置的输出转矩
8	被控对象 $G_2$	天线反射体
9	被控变量 $\theta_o$	天线方位角
10	扰动信号 $n$	风力矩,放大器的噪声及齿轮装置的传动误差等
11	反馈元件 $H$	自整角变压器

如果我们主要着眼于分析伺服系统的工作原理以及它们的动态特性的话，尚可将图 1.7 加以简化，略去基准输入元件  $A$  等，从而形成图 1.8 所示的典型的伺服系统的方框图，这也是一般闭环控制系统的方框图。在这种方框图中，我们规定符号  $\otimes$  代表信号相加点，它实际上是一个信号比较器，其中“+”表示两信号相加，而“-”表示两信号相减。方框图中的箭头表示信号作用的方向。

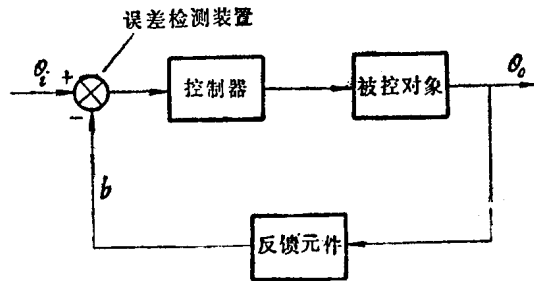


图 1.8

系统的方框图清楚地表明了伺服系统的构成，各组成部分之间的相互关系以及信号的传递情况。

## § 1.4 对伺服系统的基本要求

通过前面几节的叙述，我们已经了解了伺服系统的基本工作原理，以一句话来说，伺服系统的作用就在于使被控对象的运动复现输入量的变化规律。系统运行的倾向是使输入量  $\theta_i$  与输出量  $\theta_o$  之间的偏差逐渐减小，直至消失。

当无输入信号（包括主令信号和扰动信号）作用时，伺服系统处于稳定状态。在输入信号的作用下，系统产生控制作用，控制被控对象按输入信号的变化规律运动。被控对象在输入信号作用下的运动称为伺服系统的响应。伺服系统的响应特性可以通过系统的一些性能指标来表示，这些性能指标包括：系统的稳定性，精度（误差）以及响应的快速性等。对伺服系统的基本要求也就表现在这些方面。

### 1.4.1 稳定性

我们仍以天线位置伺服系统为例来加以说明。假定系统原处于静止状态，设此静止状态时的手轮轴位角和天线轴位角皆为  $0^\circ$ 。即  $\theta_i = \theta_o = 0^\circ$ ，现在突然将手轮轴转动一个角度，例如从  $0^\circ$  转到  $10^\circ$ ，并停止在  $\theta_i = 10^\circ$ 。此时天线轴位与手轮轴位之间的角偏差为  $\theta_i - \theta_o = 10^\circ$ ，在此偏差信号的作用下，天线开始朝着减小偏差的方向作方位运动。但是当天线到达  $\theta_o = 10^\circ$  的位置时，它并不能立刻停止在该位置，这是因为电机枢和天线本身皆具有相当大的惯量（即使对其它伺服系统来说，惯量，特别是被控对象的惯量一般是无法忽略的），这样当天线到达  $\theta_o = 10^\circ$  的位置时，它已具有很大的动量，强使天线超越手轮所确定的位置，超越这一位置后，由于天线轴位角  $\theta_o > 10^\circ$ ，因之，角偏差  $\theta_i - \theta_o$  变号，执行电机将产生反向转矩，使天线从  $\theta_o > 10^\circ$  的轴位反方向运动，力图把它拖回到  $\theta_o = \theta_i = 10^\circ$  的方位上。



同样，由于动量的作用，天线返回到  $\theta_0 = 10^\circ$  的方位时，并不会停止在  $\theta_0 = 10^\circ$  的方位。如此重复下去，使天线在  $\theta_0 = 10^\circ$  的方位上左右摆动，产生振荡。

如果系统设计得当，例如，系统具有足够的阻尼，而被控对象的惯量和系统的增益又不是特别大，这样，天线在  $\theta_0 = 10^\circ$  左右的振荡就是一个振幅逐渐衰减的振荡，如图 1.9 所示。在典型的伺服系统中，从天线开始运动，经过几次振荡到停止在手轮所确定的方位上，这一过程大约需要十分之几秒的时间。

又假设伺服系统处于静止状态 ( $\theta_i = \theta_0 = 0^\circ$ )，它突然受到一个外界扰动信号的作用，例如，一个强度足够大的阵风力矩突然作用在天线上。与主令输入信号不同的是，这种扰动作用是瞬息即逝的，类似于脉冲信号的作用，对于一个设计得当的系统来说，它的输出量的变化也是逐渐衰减的，如图 1.10 所示，即经过几次振荡之后，仍恢复到  $\theta_0 = 0^\circ$  的状态。

以上两种情况下的系统就称之为稳定系统。即对一个稳定系统来说，在主令输入作用下，经过几次振幅逐渐衰减的振荡之后，系统的输出量将稳定在由主令所确定的新的状态；在扰动输入作用消失时，系统能够恢复到原来的稳定状态。

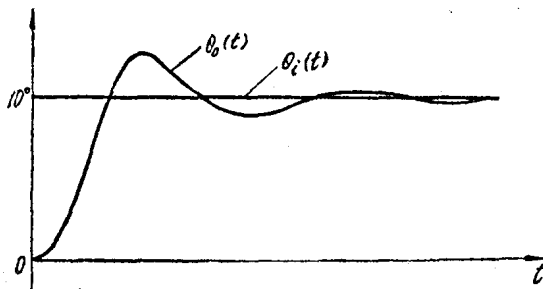


图 1.9

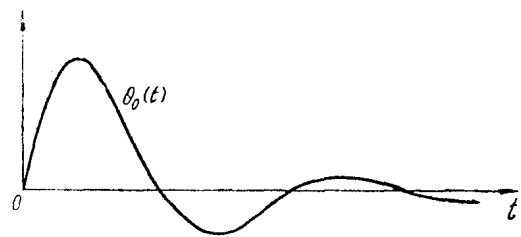


图 1.10

但是如果系统设计不当，则上述振荡可能持续下去，成为不衰减的等幅振荡，甚至会出现振幅逐渐增大的振荡，这种系统称为不稳定系统。

我们把作用在伺服系统上的扰动消失后，系统能否恢复到原来状态的性能称为系统的稳定性。当然，它与系统在主令输入作用下，系统能否稳定在新的状态的要求是等价的。

一个伺服系统能够正常运行的最基本条件就是系统必须是稳定的，否则的话，其它任何性能指标都是毫无意义的。

系统的稳定性包括两方面的含义，一是系统是稳定的，这就是系统的绝对稳定性，我们通常所说的稳定性就是这个含义。另一方面的含义是系统的稳定程度，或者说系统输出量的振荡性的强烈程度，这就是系统的相对稳定性。例如，一个系统虽然是绝对稳定的，但在受到扰动作用后，振荡倾向很强烈，而振荡的衰减却很慢，这种系统的相对稳定性就很差。

必须说明的是，系统的稳定性只是系统本身的一种特性，决定于系统本身的结构及组成元件的参数，它与外界作用信号（主令输入与扰动信号）的性质或形式是无关的。

### 1.4.2 精度

从前述所讲的伺服系统的工作中，我们看到伺服系统的工作表现为系统的输出量复现主令输入量的运动规律。由于种种因素的影响，这种“复现”不可能是绝对的，而是存在着误

差的。伺服系统的精度就表示输出量复现主令输入的精确程度，它是伺服系统的一个基本性能指标。例如，天线位置伺服系统中，要求天线能准确无误地转到手轮所给定的位置（方位角或俯仰角），或者在扰动信号作用下，当扰动消失后能够准确无误地回到它原来的位置上去，但在实际上，要完全实现这一点几乎是不可能的。

从上面讨论的系统对主令输入或扰动输入的响应曲线（图 1.9 和图 1.10），我们看到在振荡完全衰减掉之前，输出量对输入量而言是存在偏差的，这种在瞬态过程中所出现的偏差称为系统的动态误差。在振荡完全衰减掉之后，输出量对输入量的偏差可能会继续存在，这种在瞬态过程完全结束后在系统中存在的偏差就称为稳态误差。

对于一个伺服系统来说，稳态精度是最基本的性能指标之一，例如，对于天线位置伺服系统来说，当手轮突然转动一个角度  $\theta_i$ ，要求在瞬态过程结束后，天线应具有  $\theta_0 = \theta_i$  的位置；或者当手轮以恒速转动时，要求天线在瞬态过程结束后能够不滞后地跟随手轮作恒速转动。

除了稳态精度外，尚要求系统的动态误差不致过大。

对于炮瞄雷达和卫星跟踪设备而言，一般有两种工作方式，即手动控制方式和自动跟踪方式。在手控方式中，主令输入信号是由手动控制装置（如手轮和电位计等）所给出的控制信号，在 § 1.1 中所介绍的天线位置伺服系统如图 1.4 和图 1.5 所示的导弹发射架伺服系统均是手控方式工作的例子。在自动跟踪方式中，输入信号就是被跟踪目标（飞机，卫星等）的空间位置（即目标的方位角与俯仰角），而系统的输出量就是天线波束轴线在空间的指向——天线轴线的方位角与俯仰角。伺服系统的任务就是要保证系统的输出量能够准确跟随输入量而运动。当目标不在天线轴线上时，系统就产生偏差，在此偏差信号作用下，伺服系统能够控制天线朝着减小偏差的方向运动，直到天线轴线指向目标。目标不停地运动，偏差就不断出现，天线也就不停地追踪目标，因之，实现了对目标的自动跟踪。这类伺服系统可按这两种工作方式将误差分为两类：

(1) 指向误差：是手控状态下的误差指标，定义为主令输入方向与天线轴线之间的空间夹角。它表示在手控输入信号作用下，天线波束轴线转到主令所确定的方向上的准确度。

(2) 跟踪误差：是自动跟踪状态下的误差指标，定义为天线轴线方向与被跟踪目标方向之间的空间夹角。它表示在目标与天线波束轴线之间所形成的偏差信号作用下，天线波束轴线对准被跟踪目标的准确度。

一个伺服系统的误差取决于多种因素：

1. 伺服系统本身的结构形式。有些系统从构成原理上来说就是存在稳态误差的，即不论采用何种精确的元件，系统总是存在误差的，这类系统称为有差系统，但有些系统却是无差系统。

2. 系统的稳态误差尚与输入信号的形式有关。在第四章中，我们将看到对同一个系统，当输入信号形式不同时，系统的稳态误差是不同的，有的稳态误差为零，有的却存在稳态误差。

3. 系统组成元件的误差。上述两点是就原理上讲的，它并未涉及到系统组成元件的误差，例如，检测装置的灵敏度，放大器的零点漂移以及一些元件的非线性因素等。实际上，即使原理上无差的系统，但由于系统中元件的误差的存在系统将是存在误差的。尤其一些元

件的死区，齿轮传动装置中的齿隙及传动误差等将导致系统的误差。

4. 干扰误差 作用于伺服系统的干扰，例如，系统内部电子元件的热噪声及外界的随机扰动（例如，天线位置伺服系统中的阵风扰动将引起系统的误差。又如，炮瞄雷达和卫星跟踪设备中的跟踪误差，而作用在天线上的稳态风力矩扰动将引起指向误差。）

### 1.4.3 快速性

伺服系统的快速性有两方面的含义，一是系统对主令输入信号的响应速度，它表现为输入信号加上后，系统的输出量跟随输入量变化的迅速程度。二是振荡衰减的快慢，它表现了瞬态过程结束的迅速程度。快速性是伺服系统的动态性能指标。系统的快速性主要决定于系统的惯量及阻尼作用的强弱等。

## 第二章 拉普拉斯变换

在伺服系统的分析与设计中，要广泛用到拉普拉斯变换，这主要表现为两个方面。

1. 在对伺服系统的动态特性进行分析时，传递函数是一个方便而有用的工具，对于线性、连续，且为单输入——单输出的伺服系统来说，知道了它的传递函数，也就知道了它的性能，而且一旦导出了系统的传递函数，就可使整个系统的结构用简单的传递函数来表达。但传递函数的导出却要借助于拉普拉斯变换，因为元件或系统的传递函数就是在初始条件为零时，元件或系统输出量的拉普拉斯变换式与输入量的拉普拉斯变换式之比。

2. 拉普拉斯变换法是一种求解线性微分方程的简便方法，这在进行伺服系统的时域分析时是非常有用的。当我们用这一方法去求解表征系统动态特性的微分方程时，可同时获得解的瞬态分量与稳态分量。这对我们了解系统的性能，尤其是了解系统瞬态过程的调节品质，相对稳定性以及系统的稳态误差是十分重要的。

对求解微分方程本身来说，由于采用了拉普拉斯变换法，我们可将线性微分方程变换成复变量  $s$  的代数方程，我们在伺服系统分析中所遇到的许多函数，如正弦函数、余弦函数、指数函数等皆可变成复变量  $s$  的代数函数，而且在进行拉普拉斯正变换与反变换时，由于有拉普拉斯变换表可供查用，因此，求解过程变得简单易行。

### § 2.1 复变量与 $s$ —平面

一个复变量  $s$  是由两部分所组成的：实部  $\sigma$  和虚部  $j\omega$ 。

$$s = \sigma + j\omega$$

或记为

$$\sigma = R_e s$$

$$\omega = I_m s$$

复变量  $s$  可以在复平面上加以表示，横坐标轴代表实部  $\sigma$ ，称为实轴；纵坐标轴代表虚部  $j\omega$ ，称为虚轴。这样，一个复变量  $s_1$ ，就可以用复平面  $s$  上的一点  $(\sigma_1, j\omega_1)$  来表示，如图 2.1 所示，此复平面即称为  $s$ —平面。

如果对于任一复变量  $s$  值，至少有一个对应的  $G(s)$  值，则称函数  $G(s)$  为复变量  $s$  的复变函数。由于  $s$  具有实部和虚部，所以，函数  $G(s)$  也以实部和虚部来表达：

$$\begin{aligned} G(s) &= G_x + jG_y \\ &= R_e G(s) + jI_m G(s) \end{aligned} \quad (2.2)$$

这样一来，复变函数  $G(s)$  可以在复平面  $G(s)$ —平面上加以表达（图 2.2）。

复变函数  $G(s)$  的模为  $\sqrt{G_x^2 + G_y^2}$ ，而它的幅角为

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} G_y / G_x \quad (2.3)$$

如果对于任一复变量  $s$  的一个值（即  $s$ —平面上的一点），有一个，且仅有一个与之相

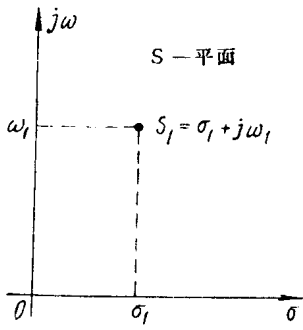


图 2.1

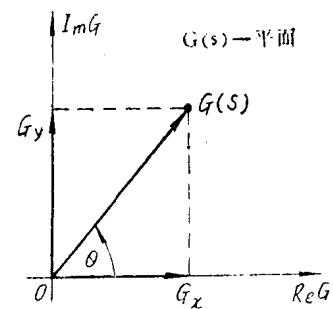


图 2.2

对应的  $G(s)$  值 (即  $G(s)$ ——平面上的一点), 则称  $G(s)$  为  $s$  的单值函数。这样,  $s$ ——平面上的点与  $G(s)$ ——平面上的点有一一对应关系, 如图 2.3 所示。如果对于  $s$ ——平面

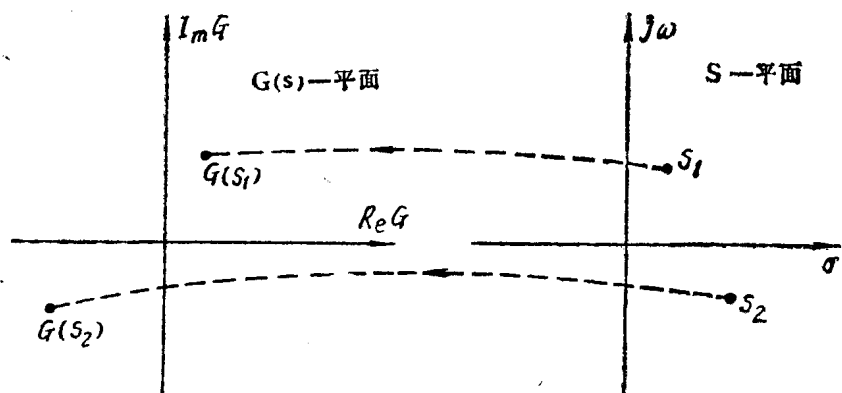


图 2.3

上的一个点, 在  $G(s)$ ——平面上有多个  $G(s)$  值与之对应, 则称  $G(s)$  为  $s$  的多值函数, 如图 2.4 所示。但应指出, 在伺服系统中通常遇到的函数大多为  $s$  的单值函数。在进行伺服系统分析时, 复变函数有四个概念极为重要。

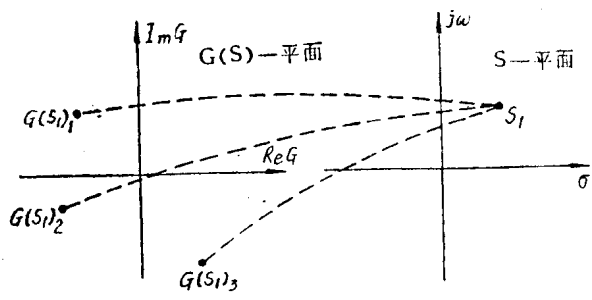


图 2.4

1. 解析函数

如果在一个区域  $D$  内, 复变函数  $G(s)$  以及它的各阶导数存在, 则称此函数  $G(s)$  在区域  $D$  内是解析的。例如, 函数  $G(s) = \frac{1}{s+a}$  在  $s$ ——平面内的每一点, 除去点  $s = -a$  之

外，都是解析的。又如，函数  $G(s) = s + 2$ ，在有限  $s$ —平面内的各点都是解析的。

### 2. 函数 $G(s)$ 的奇点

一个函数  $G(s)$  的奇点是  $s$ —平面内这样的点，在这些点上函数  $G(s)$  或者它的导数不存在，即在这些点，函数  $G(s)$  成为非解析的。

### 3. 函数 $G(s)$ 的极点

如果一个函数  $G(s)$  在  $s_i$  的邻域内（但除去点  $s_i$ ）是解析的，且是单值的，如果极限

$$\lim_{s \rightarrow s_i} [(s - s_i)^r G(s)] \quad (2.4)$$

为非零的有限值，则我们说函数  $G(s)$  在  $s = s_i$  有一个  $r$  阶极点。换言之， $G(s)$  的分母必须含有因子  $(s - s_i)^r$ ，且当  $s = s_i$  时， $G(s)$  成为无穷大。从而可知，极点是一种奇点。例如，函数

$$G(s) = \frac{10(s + 2)}{s(s + 1)(s + 3)^2} \quad (2.5)$$

在点  $s = -3$  有一个二阶极点，在点  $s = 0$  和  $s = -1$  各有一个一阶极点。除去这些点外，函数  $G(s)$  在  $s$ —平面内是解析的。

### 4. 函数 $G(s)$ 的零点

如果函数  $G(s)$  在点  $s = s_i$  是解析的，而且如果极限

$$\lim_{s \rightarrow s_i} [(s - s_i)^{-r} G(s)] \quad (2.6)$$

为非零有限值，则我们说  $G(s)$  在点  $s = s_i$  有一个  $r$  阶零点，函数  $G(s)$  的分子必定含有因子  $(s - s_i)^r$ ，但在点  $s = s_i$  时，函数  $G(s)$  为零。或者简单地说，如果  $1/G(s)$  在点  $s = s_i$  有一个  $r$  阶极点，则  $G(s)$  在点  $s = s_i$  有一个  $r$  阶零点。例如式 (2.5) 中的函数  $G(s)$  在点  $s = -2$  有一个一阶零点。

## § 2.2 富里哀级数与富里哀变换

假设函数  $f(t)$  为具有周期  $T$  的周期函数，即

$$f(t) = f(t + T) \quad (2.7)$$

如果函数  $f(t)$  有界，且在有限的时间  $t$  内仅包含有限个间断点，则  $f(t)$  可以用富里哀级数来表示

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos K\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin K\omega t \quad (2.8)$$

式中， $A_k$  和  $B_k$  为富里哀级数的系数，它们分别为

$$A_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos K\omega t dt, \quad K = 0, 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin K\omega t dt, \quad K = 1, 2, 3, \dots \quad (2.10)$$

如果  $f(t)$  为  $t$  的偶函数，即

$$f(t) = f(-t)$$

则从式(2.10)可知:

$$B_K = 0$$

此时, 富里哀级数(2.8)变成

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_K \cos K\omega t \quad (2.11)$$

如果  $f(t)$  为  $t$  的奇函数, 即

$$f(t) = -f(-t)$$

则从式 (2.9)可知:

$$A_K = 0$$

此时, 富里哀级数(2.8)变成

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_K \sin K\omega t \quad (2.12)$$

图 2.5a 表示了偶函数  $f(t)$ , 而图 2.5b 表示了奇函数  $f(t)$ 。

从式 (2.8) 我们看到, 函数  $f(t)$  被分解为无穷多个谐波分量, 其中, 第  $K$  次谐波分量的频率为基波频率  $\omega$  的  $K$  倍, 即  $K\omega$ , 而其幅度为

$$\sqrt{A_K^2 + B_K^2} \quad (2.13)$$

相位为

$$\text{tg}^{-1}(-B_K/A_K) \quad (2.14)$$

例 2.1 我们考虑 如图 2.6a 所示的周期函数  $f(t)$ 。此函数的周期

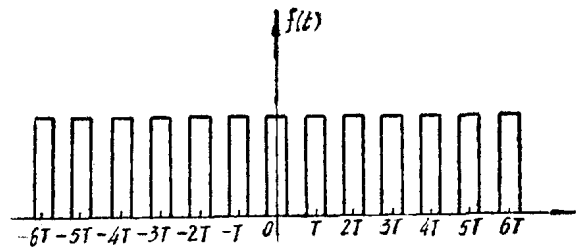
为  $2\pi/\omega_c$ , 幅值为 1。从图中知, 由于  $f(t) = f(-t)$ , 即为偶函数, 故有

$$B_K = 0$$

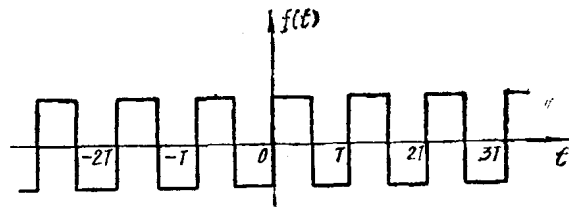
根据式(2.9)可得

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{\pi/\omega_c} \int_{-\pi/2\omega_c}^{-\pi/\omega_c} (-1) dt + \int_{-\pi/2\omega_c}^{\pi/2\omega_c} (1) dt + \int_{\pi/2\omega_c}^{\pi/\omega_c} (-1) dt \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} A_K &= \frac{1}{\pi/\omega_c} \left[ \int_{-\pi/2\omega_c}^{-\pi/\omega_c} (-1) \cos K\omega_c t dt \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\pi/2\omega_c}^{\pi/2\omega_c} (1) \cos K\omega_c t dt + \int_{\pi/2\omega_c}^{\pi/\omega_c} (-1) \cos K\omega_c t dt \right] \end{aligned}$$

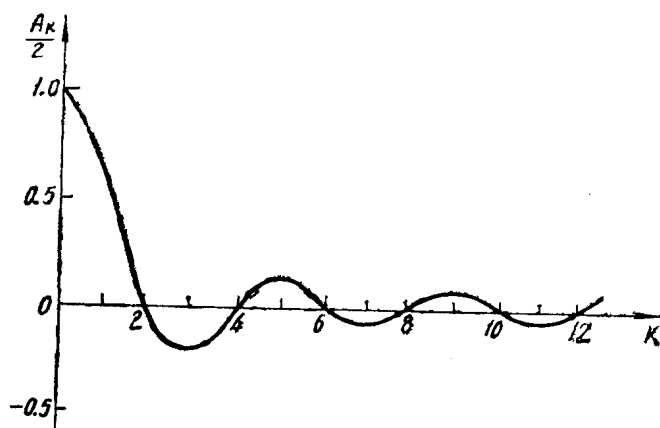
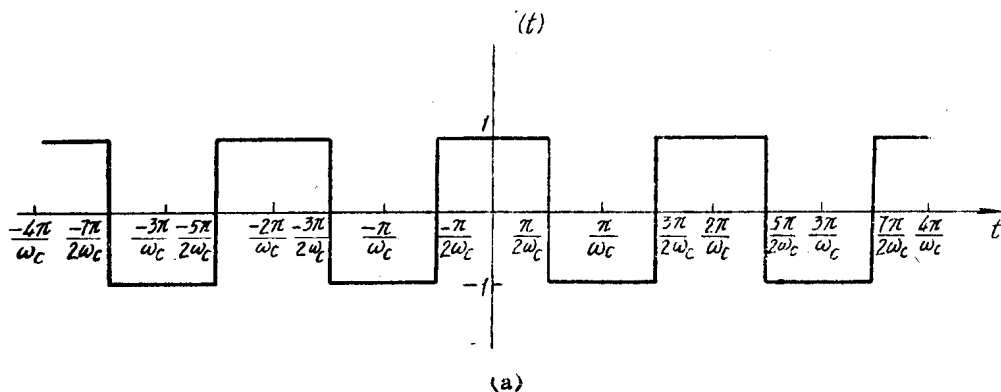


(a)



(b)

图 2.5



(b)

图 2.6

$$= \frac{2 \sin(K\pi/2)}{K\pi/2} \quad (2.16)$$

这样一来,

$$f(t) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(K\pi/2)}{K\pi/2} \cos K\omega t \quad (2.17)$$

系数  $A_k$  的图形如图 2.6b 所示, 它是  $K$  的函数, 它类似于  $\sin x/x$  的波形。

利用欧拉公式, 我们可以将富里哀级数表示成复数形式。根据欧拉公式

$$e^{jK\omega t} = \cos K\omega t + j \sin K\omega t \quad (2.18)$$

我们得到

$$\sin K\omega t = \frac{1}{2j} (e^{jK\omega t} - e^{-jK\omega t}) \quad (2.19)$$

$$\cos K\omega t = \frac{1}{2} (e^{jK\omega t} + e^{-jK\omega t}) \quad (2.20)$$

将(2.19)和(2.20)代入式(2.8)得到

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{2} (e^{jK\omega t} + e^{-jK\omega t})$$



$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k}{2j} (e^{jk\omega t} - e^{-jk\omega t}) \quad (2.21)$$

或者写为

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (A_k - jB_k) e^{jk\omega t} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (A_k + jB_k) e^{-jk\omega t} \quad (2.22)$$

根据公式(2.9)和(2.10)有

$$(A_k - jB_k) = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk\omega t} dt$$

因此, 级数(2.22)可写为

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{jk\omega t}}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk\omega t} dt + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-jk\omega t}}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{jk\omega t} dt \quad (2.23)$$

由于式(2.23)右端的第二项和第三项仅差一个符号, 那么富里哀级数的复数形式可写为

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{e^{jk\omega t}}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk\omega t} dt \quad (2.24)$$

或者改写为更简便的形式

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega t} \quad (2.25)$$

式中

$$c_k = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk\omega t} dt \quad (2.26)$$

式(2.25)为富里哀级数的复数形式, 而(2.26)为富里哀级数的复系数。

例 2.2 周期函数  $f(t)$  为图 2.7a 所示的周期性脉冲序列, 脉冲幅值为  $M$ , 周期为  $T$ , 而脉冲的持续时间为  $\tau$ , 此脉冲的表达式为

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= M, & -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2} \\ f(t) &= 0, & \frac{\tau}{2} < t < T - \frac{\tau}{2} \end{aligned} \right\}$$

求其富里哀级数的复系数  $C_k$ 。

解 根据公式(2.26)

$$C_k = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} M e^{-jk\omega t} dt = \left[ -\frac{M e^{-jk\omega t}}{jK\omega} \right]_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} = \frac{2M}{K\omega} \sin K\tau/2 \quad (2.27)$$