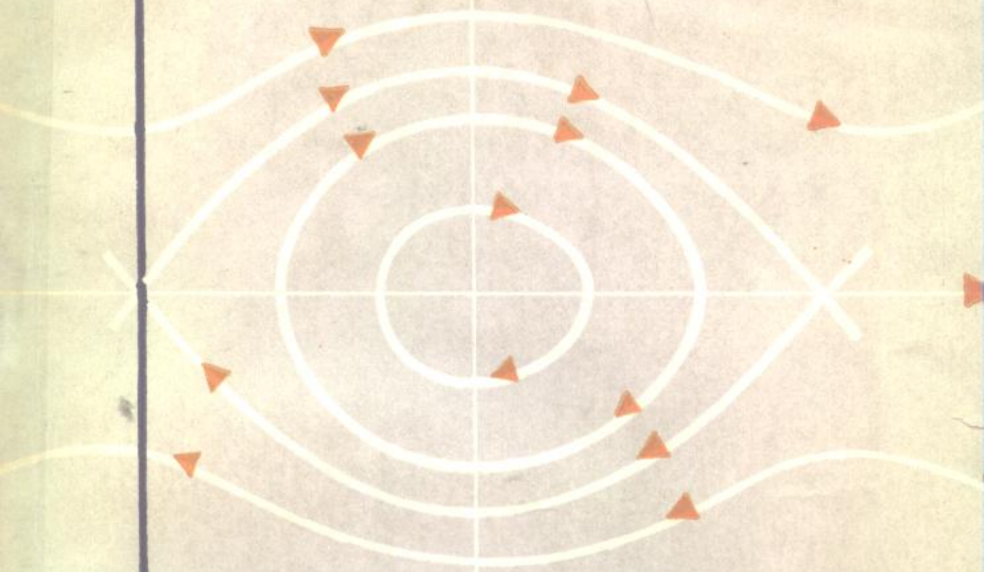
〔英〕J. M. 莱顿 著



多变量控制理论

科学出版社

多变量控制理论

〔英〕J. M. 莱顿 著

黎 鸣 译

涂序彦 校

科 学 出 版 社

1 9 8 6

内 容 简 介

本书从工程的角度全面地论述了关于确定性多变量控制系统的基本理论。全书分三大部分共十四章。第一部分讨论各种形式的系统描述以及系统的有关特性（稳定性、能控性、能观性等）；第二部分讨论控制器的各种设计方法（极点配置、欧文斯的并矢式传递矩阵、罗森布洛克逆奈魁斯特阵列法、梅因的顺序设计法等）；第三部分讨论最优化理论（变分法、庞特里亚金极大值原理、动态规划、爬山法等）。本书内容深入浅出，大多数章、节之后还附有原著者对有关理论方法的评价或注释，并留有很富启发性的习题。

本书可供从事各种生产过程自动化和各领域控制工程的科技人员阅读，也可供有关自动控制专业的研究生和大学高年级学生参考。

J. M. Layton

MULTIVARIABLE CONTROL THEORY

Peter Peregrinus Ltd., 1976

多变量控制理论

〔英〕J. M. 莱顿 著

黎 鸣 译

涂序彦 校

责任编辑 李淑兰 唐友群

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982 年 9 月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1986 年 1 月第二次印刷 印张：8 7/8

印数：7,961—8,560 字数：198,000

统一书号：15031・424

本社书号：2692・15—8

定价：2.10 元

译 者 的 话

本书全面地介绍了现代有关确定性多变量控制系统的基本理论，是一本内容丰富又很实用的理论性著作.

本书在写作上有一个突出的特点，即作者几乎在每个章节之后都附有自己对所介绍的理论方法的评论或注释，这无疑很有启发作用，读者可从中学到不少分析、思考问题的方法.

在翻译过程中，译者对所发现的笔误或印刷错误均作了订正，并作为译注附在页末，以备读者印证.

涂序彦老师在百忙之中仔细校阅了全部译稿，并提出了许多宝贵的修改意见，谨在此表示感谢.

由于译者水平有限，译文难免有欠缺之处，欢迎广大读者批评指正。

译 者

1981 年 3 月

前　　言

以一门仍在迅速发展的学科为内容写一本教科书，通常来说，总是一件费力不讨好的事．但是，我感到近来控制工程理论的进展速度，似乎对于更新一本教科书而言还不至于太快；而这一类教科书对有关的读者却是很有用的．它可以为读者提供许多关于最新发展成果的基本知识，又可以省去要他们查阅大量文献资料的麻烦．

本书是研究生的工程专业基础训练教材，但其程度并不超出多数控制工程高年级大学生的水平．本书讨论多变量控制理论，假定读者已具备单变量控制系统的基础知识；数学方面，设想读者已熟悉矩阵理论（涉及特征值、特征矢量、秩、s矩阵的零点和极点等）和复变函数的基本知识（极点、零点、映射等概念）．

本书不分析随机现象，主要讨论确定性系统．自然，我们经常要提到尽量减少“噪声”和其它干扰影响的问题．

从书名可以看到，本书的目的主要是控制系统的理论阐述而不是实践经验．列宁有一条很好的格言，他说：“没有实践的理论是空洞的，没有理论的实践是盲目的．”我赞成这条格言，而且多年来一直对高度进展的控制理论和它们在实际工程中缓慢的应用之间的矛盾深深引为憾事．然而，就是列宁也仍写了大量纯理论性的著作．我希望本书能真正成为一本理论性的书籍，能引导在实践中初露头角的工程师们去更好地理解他们将要着手改进的系统和充分领会用于进行这种改进的方法．

本书共分三个部分．第一部分讨论与控制系统理论有关的系统特性，这里的系统不一定是控制系统．第二部分总结由许多作者共同提出的设计控制器的方法，这些控制器必须能满足预先规定的各种性能指标。第三部分讨论各种最优化理论．

读者可能会注意到后两部分的顺序与它们的实际发展历史的顺序是颠倒的．第二次世界大战之后不久，由于发展火箭和空间飞行技术使最优化理论获得了显著的进展；而工业装置的逐渐增进的复杂性所要求发展的多变量控制系统却是后来的事情．尽管如此，我还是觉得把对较好的事物的追求放在对最好的事物的追求之前会更符合逻辑．

最后，我要对我的同事 H. A. 布莱姆教授表示我的感谢，他在百忙之中仍抽空细读和评议了我的打字原稿．

J. M. 莱顿

于伯明翰

符 号 说 明

任何矩阵，除了单行或单列矩阵外，均由一个黑体的大写字母表示，如 $\boldsymbol{A}$.

一个单列矩阵由一个黑体的小写字母表示，如 $\boldsymbol{x}$.

一个矩阵的转置由在字母右上角加“′”表示，如 $\boldsymbol{A}'$ 表示 $\boldsymbol{A}$ 的转置；$\boldsymbol{x}'$ 表示 $\boldsymbol{x}$ 的转置，从而表示一个单行矩阵.

一个矩阵的逆由在字母右上角加“-1”表示，如 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 表示 $\boldsymbol{A}$ 的逆. 但是，在第八章我们使用罗森布洛克 (Rosenbrock) 符号 $\hat{\boldsymbol{A}}$ 表示 $\boldsymbol{A}$ 的逆.

符号 $\boldsymbol{u}$ 或 $\boldsymbol{u}(t)$ 表示对一个装置的输入矢量，代表一个单列矩阵. 类似地，我们用 $\boldsymbol{v}$ 或 $\boldsymbol{v}(t)$ 表示输出矢量，用字母 $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{z}$ 表示各种形式的状态矢量.

目　　录

第二部分 系统设计方法

第三部分　最优化理论

第一部分　系统描述与系统特性

第一章　系统和系统描述

1.1　导　　言

“系统”一词有两方面重要含义：第一、说明所述系统内部包含的一切个体之间相互作用的概念．第二、关于边界的概念，即真实地或想象地把系统内部的个体和外部分隔开来；这一点几乎已经隐含在第一点之中．

研究一个物理系统，关心的是系统中某些大小随时间变化的物理量，这些量共同遵循一定的物理规律，彼此互相关联；同时，我们还要关心系统的外部因素，即系统的外部输入，这些外部输入影响系统中的物理量，但它们本身可看作不受系统中物理量的影响，因而，它们的时间特性可以是任意的．

当研究一个控制系统时，我们主要关心的是那些我们希望能控制其变化特性（即迫使它们按某种预定方式随时间变化）的系统物理量．这些通常易于测量的物理量，我们称之为输出量（注意，输出处于系统内部，是系统对外界的影响；而输入则处于系统外部，是外界对系统的影响）．

最后，必须注意系统的边界是相对的．在分析过程的任何阶段，我们可以把系统的任何一个部分也看成是一个系统；或者，相反地，我们也可以扩展原系统的边界，以便使系统包含新的物理量和新的装置．然而，重要的是要记住，在任一阶段上我们究竟考虑的是哪种系统．

1.1.1 建立数学模型

无论研究什么系统，在用数学方式把系统的各物理量之间以及它们与外部输入之间的关系描述出来之前，任何定量分析都是不可能的．这种极重要的初始过程，我们称为建立数学模型．在建立模型的过程中，要同时兼顾数学描述的精确性和数学形式的易处理性．

首先，要对实际的物理系统作尽可能严格的近似，以便获得一个简单的数学描述形式；在一次近似模型的基础上求得系统的某些特性之后，根据需要再进一步建立更精确的模型．然而，在所有阶段上应记住，各种特定的模型所能达到的近似程度．

通常(有时几乎是无意识地)作出的初步近似，是把分布参数系统看成集中参数系统．（例如，要控制一个房间的温度，首先假定该房间是隔热的，如不然，则描述热流的偏微分方程将极其复杂；所谓热流是指房间内任意两点之间的热传导和对流．)这样，物理系统中的内在联系，就可以用线性的或非线性的、时变的或时不变的(自主的)微分方程来描述．

这些微分方程的阶次将取决于我们对系统中各种因果关系进行剖析的程度；这种剖析愈是精细，所涉及的物理量的个数愈多，则联系相应的物理量的那些微分方程的阶次便愈低．理论上，我们总可以从整个系统的方程中消去输出量以外的一切其它物理量，从而得到联系输出和输入的微分方程组，使方程数目减少，但方程的阶次却增高．一般来说，即使这种消去法是可行的，也未必是好办法；但是，如果系统描述是线性自主的，则通过拉普拉斯变换，该过程便可导出基于传递函数控制理论的很重要的频域方法．

首先，我们还是喜欢反过来考虑，假定因果关系得到了充

分的剖析，从而使关联任何具有因果关系的物理量的每个微分方程是一阶的；不然的话，若系统的物理复杂性妨碍这种充分的剖析，而经验上我们又可以定出联系任意两个物理量的较高阶的微分方程，那么，我们总能以插入更多的非独立变量为代价，把上述较高阶的微分方程表示为等价的一阶方程组，从而作为一个单纯的数学课题来完成. [可以证明，如果方程是线性自主的，则该数学问题可以有无数多种求解办法（见本章附录）；如果方程既非线性又非自主，通常仍假定是可行的.]

把系统关系式分解为一阶微分方程组的方法，可以设计出一种对系统求解的程序，即使方程是非线性的，也便于利用计算机求解.

有了上述预备知识，我们就可以开始进行下面的分析.

1.1.2 系统方程的规范形式

考虑系统在不同的作用点上受到 m 个外部输入量 $u_1(t)$、$u_2(t)$、$\cdots$、$u_m(t)$ 的（激励）作用. 设系统内部有 n 个未知量 $x_1(t)$，$x_2(t)$，$\cdots$，$x_n(t)$，n 的大小足以允许系统的内在联系能由一组一阶微分方程来描述.（注意，由于设系统已尽可能得到分解，故输入点的数目不会超过系统未知量的数目，即 $m \leqslant n$.）系统的部分（或全部）未知量作为系统的输出量，由 $v_1(t)$、$v_2(t)$、$\cdots$、$v_p(t)$表示，$p \leqslant n$. 基于前面的讨论，我们假定 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{u}$ 的内在联系可以写成如下形式：

$$\frac{dx_r}{dt} = \dot{x}_r = f_r(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, \cdots, u_m; t) \quad (1.1)$$

$$(r = 1, 2, \cdots, n)$$

这里 f_r 可能表示为各自变量的非线性函数. 对于自主系统，函数 f_r 中不显含时间 t. 这些方程以单列矩阵方程表示会更简单：

$$\dot{x} = f(x, u, t) \tag{1.2}$$

这里 $x = [x_1, x_2, \cdots, x_n]'$ 称状态列矢量

$u = [u_1, u_2, \cdots, u_m]'$ 称输入列矢量

方程 (1.2) 即非线性非自主系统状态方程的规范形式.

如果输出量只是状态量集合中的一个子集，设输出方程有如下简单形式：

$$v = Cx$$

这里 $v = [v_1, v_2, \cdots, v_p]'$ 是输出(列)矢量，C 是一个 $p \times n$ 阶矩阵，那么，在 C 中每行含有一个且仅含有一个单位元，其余均为 0．注意，虽然状态方程是 x 的一阶微分方程，但不存在对 u 的导数．在有些系统中消除这种 u 的导数可能引出新的状态量的选择，这不仅导致 C 的形式的复杂化，而且将把输入量的函数引入输出方程．这在以后谈到线性系统时将举例说明．

求解上述状态方程意味着：当给定初始时刻 t_0 时的 $x(t)$ 值和在时间间隔 $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ 中 $u(t)$ 的全部值的条件下，找出在任意时刻 $t=t_1$ 下的 $x(t)$．绝大多数非线性方程是不能用解析方法求解的，所以，如果状态方程是非线性的(更明确地说，即如果 f_r 是 x 的非线性函数)，那么最好的解法是借助计算机用逐步法求解．如果 f_r 是状态变量的线性函数，而这些状态量的系数又是输入量或时间的函数，则状态方程是具有时间变系数的线性微分方程，对它们的求解仍然是困难的．如果 f_r 关于状态量是线性的，而状态量的系数又是常数，即 f_r 具有如下形式：

$$f_r = \sum_{s=1}^{n} k_{rs} x_s + g_r(u, t)$$

这里 k_{rs} 是常数，那么，状态方程可以有多种方法进行解析求解．因此，有必要考虑使状态方程线性化的可能性问题．

1.2 状态方程的线性化

对于多数物理系统来说，所讨论的物理量，通常在相当大的幅度范围内，是线性的或是非常接近线性的．即使对于那些在运行过程中含有不容忽视的非线性的系统，如果物理量的变化相对于使系统线性化有效的某确定值的偏差不是太大的话，该系统状态方程的线性化形式仍将是有用的近似．而且，利用由这种线性模型获得的结果和已知的典型的非线性结果对照比较，可以为我们在分析各种异于模型行为的系统行为时，提供定性的思考方法．因此，大量的控制理论文献（包括本书的大部分）要讨论关于线性系统的理论，或者说系统的线性模型．

考虑满足方程（1.2）的一组值

$$\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}_d(t),\ \boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{u}_d(t),$$

从而有：

$$\dot{\boldsymbol{x}}_d=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_d,\ \boldsymbol{u}_d,\ t) \tag{1.3}$$

设另一组值 $\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}_d(t)+\boldsymbol{x}_i(t)$，$\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{u}_d(t)+\boldsymbol{u}_i(t)$ 也满足方程（1.2），但不同于上面一组，而具有小的增量 $\boldsymbol{x}_i(t)$，$\boldsymbol{u}_i(t)$，从而有：

$$\dot{\boldsymbol{x}}_d+\dot{\boldsymbol{x}}_i=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_d+\boldsymbol{x}_i,\ \boldsymbol{u}_d+\boldsymbol{u}_i,\ t) \tag{1.4}$$

假定 $\boldsymbol{f}$ 是可微的函数，则上式的右边可以展为泰勒级数，如 $\boldsymbol{x}_i$，$\boldsymbol{u}_i$ 足够小，可忽略展开式中二次以上的项．为简明起见，考察（1.4）式的第 r 个分量的等式：

$$\dot{x}_{dr}+\dot{x}_{ir}\doteq f_r(\boldsymbol{x}_d,\ \boldsymbol{u}_d,\ t)+\sum_{s=1}^{n}\frac{\partial f_r}{\partial x_s}x_{is}+\sum_{s=1}^{m}\frac{\partial f_r}{\partial u_s}u_{is}$$

$$r=1,2,\cdots,n$$

减去（1.3）式的第 r 个分量等式，得：

$$\dot{x}_{ir} \doteq \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial f_r}{\partial x_s} x_{is} + \sum_{s=1}^{m} \frac{\partial f_r}{\partial u_s} u_{is} \qquad r = 1, 2, \cdots, n$$

上式可以写成一个单列矩阵方程:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_i$$

式中 $\boldsymbol{A} = [a_{rs}] = \left[\frac{\partial f_r}{\partial x_s}\right]$, 是一个 n 阶方阵

$\boldsymbol{B} = [b_{rs}] = \left[\frac{\partial f_r}{\partial u_s}\right]$, 是一个 $n \times m$ 矩阵

全部偏导数均在点($\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_d, \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_d$)上取值. 把 $\boldsymbol{x}_i$、$\boldsymbol{u}_i$ 当作新的状态矢量和输入矢量,除去下标,即得线性化状态方程:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} \tag{1.5}$$

具有元 $\left.\frac{\partial f_r}{\partial x_s}\right|_{\substack{x=x_d \\ u=u_d}}$ 的矩阵是 $\boldsymbol{f}$ 对矢量 $\boldsymbol{x}$ 的求导,因此有:

$$d\boldsymbol{f} = \left[\frac{\partial f_r}{\partial x_s}\right] \cdot d\boldsymbol{x}$$

此即 $\boldsymbol{f}$ 关于 $\boldsymbol{x}$ 的雅可比矩阵,表示为:

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{J}(\boldsymbol{f}:\boldsymbol{x}) \equiv \left[\frac{\partial f_r}{\partial x_s}\right], \text{ 故有 } \boldsymbol{A} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{f}:\boldsymbol{x})\Big|_{\substack{x=x_d \\ u=u_d}} \\ &\text{同理有} \\ &\boldsymbol{J}(\boldsymbol{f}:\boldsymbol{u}) \equiv \left[\frac{\partial f_r}{\partial u_s}\right], \qquad \boldsymbol{B} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{f}:\boldsymbol{u})\Big|_{\substack{x=x_d \\ u=u_d}} \end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

1.2.1 注释

(1) 在非自主系统中,$\boldsymbol{f}$ 是 t 的显函数,很可能 $\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}}$ 和 $\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{u}}$ 也是 t 的函数,从而 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 是 t 的显函数. 这样,除非是特例,这种状态方程一般不能用解析方法求解. 不过,通常非自主系统并不多见.

(2) 已经表明,如果增量值 $\boldsymbol{x}_i$、$\boldsymbol{u}_i$ 足够小,可以忽略泰勒