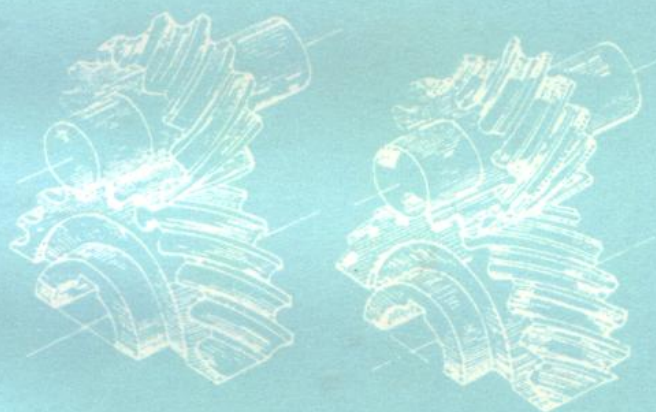


# 圆弧齿圆柱齿轮传动

陈荣增 陈式椿 陈湛闻 编著

陈湛闻 主编



高等教育出版社

# 圆弧齿圆柱齿轮传动

陈荣增 陈式椿 陈湛闻 编著  
陈湛闻 主编

高等教育出版社

(京)112 号

124  
DW02/30

## 内 容 简 介

本书全面地阐述了圆弧齿轮的工作原理、齿形设计、强度计算、精变及其测量,并介绍了几个计算实例。第五章阐述了强度计算、应力公式及有关系数的来历。

近年来出版的有关手册中,凡编入双圆弧齿轮强度计算方法的内容均是按照 GB/T 13799—92《双圆弧圆柱齿轮承载能力计算方法国家标准》编写的,但均不介绍公式和系数的来源和机理。本书对这个国家标准中的公式和各系数的来历作了详尽的叙述。

本书可作为高等学校有关专业的选修课教材,或以齿轮为研究方向的研究生的补充教材;也可供厂矿企业、科研机构中从事齿轮工作的工程技术人员参考。

## 圆 弧 齿 圆 柱 齿 轮 传 动

陈荣增 陈云新 陈建刚 编著

新华书店总店科技发行所发行  
北京市通县子店印刷厂

开本 850×1168 1/32 印张 5.75 字数 160 000

1995 年 2 月第 1 版 1995 年 2 月第 1 次印刷

印数 0001— 948

ISBN 7-04-004297-5/TH·342

定价 8.50 元

## 序

圆弧齿轮是继摆线和渐开线后，第三种最常用的齿形。它和摆线和渐开线齿轮的差别是比较深刻的。摆线和渐开线（倘螺旋角不大时）齿的接触线和齿宽平行，决定疲劳强度的相对曲率半径只能通过增大齿轮直径来加大。圆弧齿的接触线，则近乎与齿高平行，决定疲劳强度的相对曲率半径，可通过减小螺旋角来加大。这样倘用同样直径的齿轮，圆弧齿的疲劳强度会有很大改进，因此可用较软的材料完成同样任务。

渐开线齿轮一对齿从开始啮合到脱离，滚动的距离约为其齿高，圆弧齿则约为其齿宽。后者比前者大6~20倍。由于滚动速度高，易于产生油膜。这个问题还需要更多研究，但也说明在很高速度下，圆弧齿轮反而不易磨损。这是在很多透平压缩机上常可看到的现象。

圆弧齿轮的凹凸齿部，在接触的瞬间，是一对在轴向法面上摩擦着的圆柱体面，它们是非常容易磨合的。所以圆弧齿轮的精度，倘不发生胶合，有时会随着使用而提高，或至少降低较慢。换言之，圆弧齿轮的跑合性较好。

但圆弧齿轮也有其弱点。倘设计不当，则折断强度较低。圆弧齿轮的抗胶合力和力流方向有关。一对减速齿轮若当增速齿轮用，常会产生严重胶合。圆弧齿轮不但对装配时的中心距离很敏感，而且对齿形的圆弧中心和齿轮轴心的距离也很敏感，而这尺寸的测量是较难的。虽然圆弧齿轮也可在滚齿机上加工，但齿形的形成原理不同。渐开线齿的生成是靠包络作用，而圆弧齿形的最后形成是靠齿轮转到某一位置时由滚刀齿一次切出。这一区别还

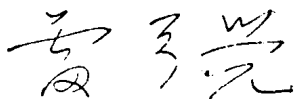
有一些问题有待解决。这些都使圆弧齿轮在初期使用中发生过困难。但最重要的一点则是渐开线齿轮强度的研究已有近百年历史，动载研究也有50年以上历史，而圆弧齿轮则远没有这样长的历史背景，一切都必须从头开始。这就使圆弧齿设计远不如渐开线齿把握大。

圆弧齿轮是在1957年前后由前苏联引进中国的。那时我们技术经验很少，研究工作几乎刚开始，而且对这个新事物抱着盲目乐观的情绪，把问题看得过于简单。在受到几次严重挫折之后，圆弧齿轮几乎被淘汰。但在70年代以后又开始回复。在全国几个重要钢厂的轧钢机、透平压缩机、油井的抽油机等地方都得到一定程度的使用。圆弧齿轮减速器在某些工厂已系列生产。这种由失败转到成功的关键在于我们的态度——由盲目乐观转到冷静的系统研究。首先开发了不连续的凹凸双圆弧，这就提高了折断强度和抗胶合能力。在工艺上采取一丝不苟态度。在设计上采取谨慎保留态度。与此同时进行了大量的理论和实验研究。这一切，使我们成功地用中硬齿面的圆弧齿轮代替了硬齿面的渐开线齿轮（利用其抗疲劳强度）；用不经磨削的氮化齿面圆弧齿轮代替了磨过的渐开线硬齿轮。到今天虽然对圆弧齿轮还褒贬不一，但平心而论，在我国磨齿设备很少，材料性能又不甚稳定的条件下，圆弧齿轮对我国工业发展是起了大作用的。可以说我们很多难题是靠圆弧齿轮过的关。

在这段工作中，全国很多高校、研究所、厂矿都参加了。有时也常遇到不同单位得到不同结论的事实。但一般来说，最后还是统一了。圆弧齿轮标准的建立便说明这一事实。在这段工作中陈谡闻教授和他的同事作了最全面系统的理论工作，并因此获得两年一次的国家自然科学奖。本书是这一组人在这一阶段工作全面的叙述，也是对全国在这方面工作的一个总结。本书既可作由浅

入深的学习用，也可作为遇到问题时查阅之用。它很有可能使今后工作少走弯路。

祝愿本书今后能起它应起的作用。

A handwritten signature in black ink, consisting of three stylized Chinese characters: '雷' (Lei), '天' (Tian), and '觉' (Jue).

(雷 天 觉)

1992年9月24日

## 前 言

随着机械工业的发展,对齿轮传动的要求愈来愈高,要求齿轮具有高承载能力、高转速、高效率、低噪音、体积小和重量轻等特点。圆弧齿轮具有承载能力高,使用寿命长、效率高和加工工艺简单等优点。1958年我国开始研制使用单圆弧齿轮,60年代又研制双圆弧齿轮,它的承载能力比单圆弧齿轮有较大幅度的提高。几十年来,许多高等院校、研究机构及工厂对圆弧齿轮进行了大量的理论和试验研究工作,取得了可喜成果。圆弧齿轮已广泛应用于矿山、冶金、石油化工、发电、制氧、船舶及起重运输等机械设备中。

为了进一步发挥圆弧齿轮的潜力,本书着重介绍了圆弧齿轮的强度计算方法及各公式的来历,也简要介绍了圆弧齿轮的基本啮合原理、齿形设计、精度及检验等问题。本书中的双圆弧齿轮和单圆弧齿轮的应力公式、强度计算方法及其中一些配套数据是编者多年来的研究成果,曾获1987年国家自然科学奖(四等奖),是国家技术监督局颁布的国家标准 GB/T 13799—92《双圆弧圆柱齿轮承载能力计算方法》的技术依据。

本书承蒙太原工业大学齿轮研究所所长邵家辉教授审阅提出不少宝贵意见,编者深表感谢。

本书可供高等院校师生及从事齿轮工作的技术人员参考。

由于水平所限,书中难免有错误及缺点,希广大读者批评指正。

编 者

1992年9月

## 主 要 符 号

|            |              |
|------------|--------------|
| $a$        | 中心距          |
| $b$        | 齿宽,人字齿轮的半侧齿宽 |
| $d$        | 分度圆直径,直径     |
| $d_a$      | 齿顶圆直径        |
| $d_f$      | 齿根圆直径        |
| $e$        | 齿槽宽          |
| $e_f$      | 凹齿接触点处槽宽     |
| $E$        | 当量弹性模量       |
| $E_1, E_2$ | 小轮、大轮的材料弹性模量 |
| $F_n$      | 法向力          |
| $F_t$      | 圆周力          |
| $h$        | 齿高           |
| $h_a$      | 齿顶高          |
| $h_f$      | 齿根高          |
| $h_K$      | 接触点离节线高度     |
| $i$        | 传动比          |
| $j$        | 侧向间隙         |
| $k$        | 公法线跨齿数,螺旋参数  |
| $K$        | 齿厚比,载荷系数     |
| $K_A$      | 使用系数         |
| $K_v$      | 动载系数         |
| $K_1$      | 接触迹间载荷分配系数   |
| $K_2$      | 接触迹内载荷分布系数   |



|                |               |
|----------------|---------------|
| $K_{\Delta e}$ | 接触迹系数         |
| $l_a$          | 凸齿廓圆心偏移量      |
| $l_f$          | 凹齿廓圆心偏移量      |
| $m_n$          | 法向模数          |
| $M$            | 弯矩            |
| $n$            | 转速            |
| $N_L$          | 应力循环次数        |
| $p_x$          | 轴向齿距          |
| $q_n$          | 凹凸齿廓圆心的法向距离   |
| $q_{TA}$       | 同一齿上两接触迹的轴向距离 |
| $q$            | 分布载荷          |
| $Q$            | 集中载荷          |
| $r$            | 分度圆半径         |
| $r_g$          | 凹齿齿根圆弧半径      |
| $s$            | 齿厚, 弦齿厚       |
| $s_a$          | 凸齿接触点处齿厚      |
| $S_H$          | 接触强度的计算安全系数   |
| $S_{Hmin}$     | 接触强度的最小安全系数   |
| $S_F$          | 弯曲强度的计算安全系数   |
| $S_{Fmin}$     | 弯曲强度的最小安全系数   |
| $t$            | 时间            |
| $T$            | 扭矩            |
| $u$            | 齿数比           |
| $v$            | 速度            |
| $v_h$          | 相对滑动速度        |
| $v_g$          | 齿向相对滚动速度      |
| $W$            | 公法线长度         |

|                      |                    |
|----------------------|--------------------|
| $x_a$                | 凸齿廓圆心移距量           |
| $x_f$                | 凹齿廓圆心移距量           |
| $Y_E$                | 弯曲弹性系数             |
| $Y_u$                | 弯曲齿数比系数            |
| $Y_\beta$            | 弯曲螺旋角系数            |
| $Y_F$                | 齿形系数               |
| $Y_{End}$            | 齿端系数               |
| $Y_N$                | 弯曲寿命系数             |
| $Y_x$                | 尺寸系数               |
| $z$                  | 齿数                 |
| $z_v$                | 当量齿数               |
| $Z_E$                | 接触弹性系数             |
| $Z_u$                | 接触齿数比系数            |
| $Z_\beta$            | 接触螺旋角系数            |
| $Z_a$                | 接触弧长系数             |
| $Z_N$                | 接触寿命系数             |
| $Z_L$                | 润滑剂系数              |
| $Z_v$                | 速度系数               |
| $\alpha$             | 压力角                |
| $\alpha_0$           | 名义接触点处的压力角         |
| $\beta$              | 螺旋角                |
| $\gamma$             | 接触迹的齿向错开率          |
| $\gamma$             | 泊松比                |
| $\nu_{40}$           | 在 40°C 时润滑油的名义运动粘度 |
| $\varepsilon_\beta$  | 纵向重合度              |
| $\varepsilon_\gamma$ | 总重合度               |

|                 |          |
|-----------------|----------|
| $\delta$        | 工艺角      |
| $\mu_e$         | 重合度的整数部分 |
| $\rho$          | 相对曲率半径   |
| $\rho_a$        | 凸齿廓圆弧半径  |
| $\rho_f$        | 凹齿廓圆弧半径  |
| $\varphi$       | 齿宽系数     |
| $\omega$        | 角速度      |
| $\sigma_H$      | 计算接触应力   |
| $\sigma_{HP}$   | 许用接触应力   |
| $\sigma_{Hlim}$ | 接触疲劳极限   |
| $\sigma_F$      | 计算弯曲应力   |
| $\sigma_{FP}$   | 许用弯曲应力   |
| $\sigma_{Flim}$ | 弯曲疲劳极限   |

# 目 录

|                    |    |
|--------------------|----|
| 主要符号               | 1  |
| 第一章 概论             | 1  |
| 一、圆弧点啮合齿轮的产生和发展    | 1  |
| 二、圆弧齿轮在我国的应用情况     | 4  |
| 三、国外应用圆弧齿轮的概况      | 5  |
| 四、圆弧齿轮的发展趋势        | 6  |
| 第二章 圆弧齿轮传动的基本原理    | 8  |
| 一、点接触时的啮合线和齿面接触迹线  | 10 |
| 二、保证传动比恒定和连续传动的条件  | 10 |
| 三、圆弧齿轮的啮合特性        | 13 |
| 1. 单圆弧齿轮的啮合特性      | 13 |
| 2. 双圆弧齿轮的啮合特性      | 14 |
| 四、齿面间的相对运动         | 19 |
| 五、圆弧齿轮的齿面方程式       | 22 |
| 六、齿向相对主曲率半径        | 27 |
| 1. 曲面的参数方程         | 27 |
| 2. 曲面的切平面、法面及法曲率   | 28 |
| 3. 圆弧齿轮的齿向相对主曲率半径  | 31 |
| 第三章 圆弧齿轮传动的设计与计算   | 35 |
| 一、圆弧齿轮的齿形设计        | 35 |
| 1. 单圆弧齿轮           | 35 |
| 2. 双圆弧齿轮           | 37 |
| 3. 齿形参数的选择         | 46 |
| 4. 双圆弧齿轮的齿形设计      | 54 |
| 二、圆弧齿轮传动的几何参数和尺寸计算 | 58 |
| 三、圆弧齿轮的损伤形式及其防止措施  | 58 |

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 1. 轮齿折断                           | 61  |
| 2. 齿端崩角                           | 63  |
| 3. 齿面疲劳点蚀                         | 65  |
| 4. 齿面塑性变形                         | 67  |
| 5. 齿面胶合                           | 67  |
| 6. 齿面磨损                           | 69  |
| 四、圆弧齿轮的材料                         | 69  |
| 五、圆弧齿轮传动的基本参数选择                   | 75  |
| 1. 齿数 $z_1$ 和模数 $m_n$             | 75  |
| 2. 纵向重合度 $\varepsilon_\beta$      | 76  |
| 3. 螺旋角 $\beta$                    | 77  |
| 4. 齿宽系数 $\varphi_d$ 或 $\varphi_s$ | 77  |
| 5. 中心距 $a$                        | 78  |
| 6. 齿数比 $u$                        | 79  |
| 六、圆弧齿轮传动的强度计算                     | 79  |
| 1. GB 12759—91 型双圆弧齿轮的强度计算公式      | 81  |
| 2. JB 929—67 型单圆弧齿轮的强度计算公式        | 81  |
| 3. 强度计算公式中的系数                     | 84  |
| 七、设计计算举例                          | 111 |
| <b>第四章 圆弧齿轮传动的精度和检验</b>           | 129 |
| 一、圆弧齿轮传动的精度要求及精度等级的确定             | 129 |
| 二、检验项目及公差值                        | 131 |
| 三、齿轮毛坯的公差                         | 154 |
| 四、测量尺寸的计算公式                       | 157 |
| 1. 弦齿厚                            | 157 |
| 2. 弦齿深(法面)                        | 158 |
| 3. 齿根圆斜径                          | 159 |
| 4. 公法线长度和跨齿数                      | 159 |
| 五、圆弧齿轮的零件图示例                      | 161 |
| <b>第五章 强度计算的应力公式及部分系数</b>         | 163 |
| 一、GB 12759—91 型双圆弧齿轮的齿根应力公式       | 163 |

|                                                                                                                     |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 二、91 型双圆弧齿轮的齿面接触应力公式.....                                                                                           | 173 |
| 三、91 型双圆弧齿轮的重合度尾数 $\Delta\varepsilon$ 对接触强度和弯曲<br>强度的影响系数 $K_{H\Delta\varepsilon}$ 和 $K_{F\Delta\varepsilon}$ ..... | 181 |
| 四、91 型双圆弧齿轮的齿端系数 $Y_{\text{End}}$ .....                                                                             | 191 |
| 五、91 型双圆弧齿轮的齿形系数 $Y_F$ .....                                                                                        | 195 |
| 六、91 型双圆弧齿轮的疲劳极限 $\sigma_{\text{Hlim}}, \sigma_{\text{Flim}}$ .....                                                 | 199 |
| 参考文献.....                                                                                                           | 201 |

# 第一章 概 论

## 一、圆弧点啮合齿轮的产生和发展

齿轮传动是靠轮齿交替推动来传递动力的。随着轮齿的几何形状、材质及加工工艺的改变,使齿轮不断发展。目前,齿轮传动仍是各类机械中应用最为广泛的一种传动形式。应用最广泛的渐开线齿轮传递的功率已达十几万马力,齿轮的圆周速度达  $200 \text{ m/s}$ ,最大直径可达数十米。

随着生产的发展,对重载、高速、大功率的齿轮提出了更高的要求,而外啮合的渐开线齿轮由于传动是凸齿廓对凸齿廓,要降低接触应力就必须增大齿面的曲率半径,势必要增大齿轮的直径,很难达到小体积的要求。再则渐开线齿轮的传动效率不够高,这对于结构紧凑的大功率、高效能传动在散热问题上造成很大的困难。因此,有人试图用凸凹齿廓传动来降低接触应力,提高传动效率。早在 1922 年,威克-波斯托克-布朗莱 (Vickers-Bostock-Bramley) 研究了凸凹齿廓相啮合的齿轮,并称之为 VBB 齿轮。这种齿轮由于啮合齿廓具有很大的当量曲率半径,接触强度比渐开线齿轮大很多。但由于凹齿齿顶厚度很小,弯曲强度较弱。它用于船舶上(最大功率已达 19000 马力,线速度达  $44.2 \text{ m/s}$ ,最大直径达  $4420 \text{ mm}$ )。在一次远航中不幸发生断齿,从此断送了 VBB 齿轮在工业上的应用。1926 年维尔德哈泊 (E. W. Wildhaber) 提出将凸凹齿廓制成圆弧的圆弧齿轮(图 1-1),凹齿廓的圆弧中心  $P_2$  落在基准齿条形刀具的节线上,凸齿廓圆弧中心  $P_1$ ,在接触点  $K$  与节点  $P$  的连线上,凹弧半径  $\rho_f$  比凸弧半径  $\rho_s$  稍大  $\Delta\rho$  ( $\Delta\rho = \rho_f -$

$\rho_a$ )。这种齿形由于 VBB 齿轮的断齿事故,也没有得到工业上的应用。

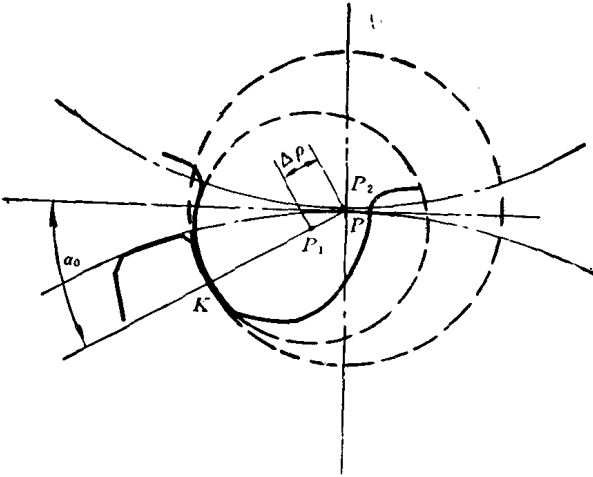


图 1-1 维尔德哈泊齿形

1956 年诺维柯夫(М. Л. Новиков)提出的圆弧齿轮(图 1-2),凸齿廓的圆弧中心  $P_1$  在基准齿条形刀具的节线上,而凹齿廓的圆弧中心  $P_2$  则在  $KP$  的延长线上。

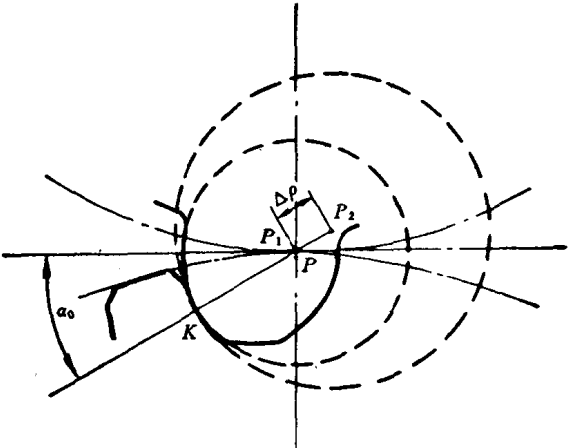


图 1-2 诺维柯夫齿形



这两种齿形极其相似,两个齿廓初始接触点都在 $K$ 点(图2-2)。经过跑合之后,凸弧半径 $\rho_a$ 逐渐增大,而凹弧半径 $\rho_f$ 逐渐减小,经过充分跑合的齿面,可以认为两齿廓的圆弧半径趋于相等\*。此时,两个工作齿面密切贴合,点接触变为沿齿高的线接触,凹凸齿廓的圆弧中心位于 $P_1$ 与 $P_2$ 之间,在运转时,两齿廓的瞬时相对运动中心与节点重合。

圆弧齿轮沿齿长方向齿面的相对曲率半径很大,在同样参数条件下,当齿轮的螺旋角 $\beta=35^\circ\sim10^\circ$ 时,圆弧齿轮的齿面相对曲率半径比渐开线斜齿轮大十几倍到二百多倍。

圆弧齿轮齿面由初始的点接触,到跑合后的线接触,当其受载变形后,又变为局部的面接触(如图1-3)。因此,齿面接触应力大幅度地降低,齿面承载能力大为提高。

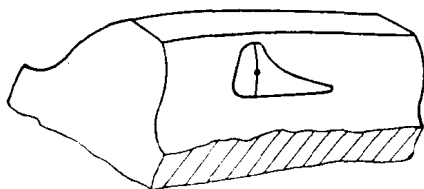


图 1-3 圆弧齿轮的接触区面

圆弧齿轮传动时,两齿廓在瞬间只在 $K$ 点接触(见图2-3), $K$ 点沿齿向运动,端面重合度为零。因此,它必须制成斜齿,靠纵向重合度来保持连续啮合传动。

上述的圆弧齿轮副,一个齿轮制成凸齿廓,另一个制成凹齿廓,称为单圆弧齿轮,其齿面承载能力比渐开线齿轮高,但齿根抗弯能力,则由于载荷集中在有限宽度的接触迹上,齿根应力较大,

---

\* 确切地讲,跑合以后,齿面是否仍为圆弧,有待进一步研究。