机械振动与机械波

魏墨盦 编

本书是《物理学小丛书》的一册，是配合高等学校物理课教学而编写的参考读物，其内容以基本理论和基本概念为主，没有运用艰深的数学，也没有涉及很具体的应用问题．

本书主要供高等学校一二年级学生阅读，也可供有关教师和其他读者参考．

机械振动与机械波

魏墨盦

*

人民教育出版社出版

新华书店上海发行所发行

上海新华印刷厂印装

*

1978年3月第1版 1978年7月第1次印刷

书号 13012·0145 定价 0.24 元

目　录

第一章 机械振动

§1-0 引 言

振动过程是自然界中很普遍的一种现象，机械振动、电磁振荡、分子原子内部的振动等等都是不同本质的振动现象．其中机械振动最为直观,易于理解,因此是研究一般振动的基础．

研究振动过程如何随时间变化的问题时，发现各种不同本质的振动都服从相同的规律，本章第一节先对这些规律作一简单介绍．

不同本质的振动过程有不同的振动机理．电磁振荡的机理是电场和磁场的相互作用．机械振动的机理却是一些机械力的作用．本章第二节起详细讨论机械振动的振动机理和动力学规律．

各种不同本质的振动过程虽然各有不同的振动机理，但是它们的各种规律之间都存在着类似性．因此，本章在讨论了机械振动的规律后，就专节揭露不同本质振动规律的类似性，介绍所谓“类比”方法．运用这种方法，可把某种本质的振动过程化成另一种本质的振动过程来进行研究．例如，可把机械振动问题化成交流电路问题来解决．

在振动学的研究中,广泛使用着振动过程的复数表示方法,本章最后一节对此作了初步介绍．

§1-1 振动 周期振动 谐振动

振动 在物理学的术语中,“振动”的定义如下：一个物理量的值在观测时间内不停地经过极大值和极小值而变化，这种变化状

态称为振动[①]．在上述定义中，作振动的物理量常称为振动量．如果振动量是一个电学量，例如电量、电流强度或电压等，所作的振动就称为电振动；如果振动量是一个力学量，例如位移或角位移等，所作的振动就是本书所着重讨论的机械振动．

振动过程可以用数学函数的形式来表示．以 y 代表振动量在任意瞬刻 t 的数值，则 y 为时间的函数，

$$y=\Phi(t)$$

函数 Φ 应满足振动定义中的规定，即在观测时间内不停地经过极大值和极小值而变化．

周期振动　如果每隔一固定的时间 T，振动量的变化就完全重复一次，这种振动称为周期振动，而这段时间 T 称为这周期振动的周期．用数学形式来表示，函数 Φ 应为周期函数，亦即

$$y=\Phi(t)=\Phi(t+T)=\Phi(t+2T)=\cdots$$

振动可以是周期的，也可以是非周期的，而周期振动在工程技术问题中具有突出的重要性．

谐振动　不同形式的周期函数，反映不同形式的周期振动．最简单的连续周期函数是正弦函数或余弦函数（本书中采用余弦函数的形式）．按照这种函数而变化的振动，称为谐振动，其数学形式是

$$y=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{1-1}$$

由上式可见，一个谐振动由三个因数即 A、ω 和 φ 完全决定．A 称为振幅，是 y 的最大值．φ 称为初位相角．ω 称为圆频率，从周期函数和谐振动的定义可知，当 t 变为 $(t+T)$ 时，ωt 应变为 $(\omega t+2\pi)$．因此 ω 与周期 T 以及频率 ν（单位时间内的周期数）的关系是

---

① 参看"声学术语"第 7 页第 1-15 条，科学出版社，1958．

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \tag{1-2}$$

因为谐振动的振动情况每隔一周期就重复一次，用已经振动的周期数来描述振动情况将非常方便．例如已振动 0.32 周期的振动情况肯定与已振动 8.32 周期时的情况相同．因此在振动学中有必要引入位相这个很重要的概念．所谓谐振动在任一瞬刻 t 的位相，是从选定的一个原始瞬刻 t_0 算起的时间 $(t-t_0)$ 内所振动的周期数 $\frac{(t-t_0)}{T}$．在本书中，选定 y 达到最大值时的瞬刻作为 t_0．因此，由式(1-1)可见，$\omega t_0+\varphi=0$，$t_0=-\frac{\varphi}{\omega}$，而谐振动在任一瞬刻 t 的位相为

$$\frac{(t-t_0)}{T} = \frac{(\omega t+\varphi)}{\omega T} = \frac{(\omega t+\varphi)}{2\pi} \tag{1-3}$$

因为 $(\omega t+\varphi)$ 角决定了 t 瞬刻的位相，故称为位相角，而 φ 角是 $t=0$ 时的位相角，故称为初位相角．对于频率相同的两个谐振动来说，如果它们有不同的初位相角 φ_1 和 φ_2，就有恒定的位相差 $\frac{(\varphi_1-\varphi_2)}{2\pi}$，表现为两个谐振动的步调先后不一．当位相角差 $\varphi_1-\varphi_2$ 为 π 的奇数倍时，两个谐振动相差了半个周期，甲在增大时乙在减小，甲达到极大值时乙降至极小值，此大彼小，称为反相．当 $\varphi_1-\varphi_2$ 为零或 2π 的整数倍时，两个谐振动的步调完全一致，称为同相．对于不同频率（圆频率分别为 ω_1 和 ω_2）的两个谐振动来说，它们的位相差将为

$$\frac{(\omega_1-\omega_2)t+(\varphi_1-\varphi_2)}{2\pi}$$

这个位相差不是恒定的而是随时间改变的，表现为两个谐振动的步调时而同相、时而反相．

谐振动是很重要的一种振动，不但工程技术问题中经常遇到

这种振动，而且所有的复杂振动都可以谐振动作为基础来进行研究.

用谐振动表示复杂振动 在普通物理学教材中，已经讨论过相互垂直的振动的合成，也讨论过同向振动的合成. 由这几种简单情况可以知道，沿各个坐标轴方向的振动，合成起来可以成为空间的振动；同向同频率的几个谐振动，合成起来可以仍是谐振动；同向不同频率的谐振动，合成起来可以变成较复杂的周期振动，甚至成为非周期振动.

根据高等数学中傅里叶级数方面的知识，我们知道，任何圆频率为 ω 的周期振动，$y=\Phi(\omega t)$ 可以分解为许多谐振动之和，这些谐振动的圆频率分别为 ω，2ω，……$k\omega$，…（k 为正整数），

$$\left.\begin{aligned}&y=\sum_{k=0}^{\infty}A_k\cos(k\omega t+\varphi_k)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos kx+b_k\sin_k x)\\ \text{而}\quad &a_k=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}\Phi(\omega t)\cos k\omega t\,d(\omega t)\quad(k=0,1,2\cdots)\\ &b_k=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}\Phi(\omega t)\sin k\omega t\,d(\omega t)\quad(k=1,2,3\cdots)\end{aligned}\right\}\quad(1\text{-}4)$$

其中圆频率为 ω 的谐振动，常称为这周期振动的**基频振动**或第一次谐频振动，而圆频率为 2ω、…$k\omega$…等的谐振动分别称为第 2…第 k…次谐频振动.

对于非周期性的振动，也可进一步运用傅里叶积分方面的知识，把它分解为无限多个频率连续变化的谐振动之和.

这种把复杂振动分解为谐振动的方法称为**频谱分析**，在声学、电子学等学科中都广泛地使用这种方法，这种方法使得任何复杂振动的研究都可归结为谐振动的研究.

最后，应该指出，本节仅讨论振动量随时间而变化的规律，并不涉及振动的机理. 因此本节的结论对于各种不同本质的振动过程都可适用.

§1-2 一自由度机械振动系统

研究一个机械振动系统的振动过程时，如果可用一个自变量来描述系统中任意一点在任何瞬刻的几何位置，这个振动系统就称为一自由度的振动系统.

一自由度机械振动系统的典型例子是弹簧振子(图1-1). 一个质量和摩擦都可忽略的弹簧，其左端固定，右端接在质量为M的质点上，质点可以在一有摩擦的水平面上沿x轴来回振动，这样的一个振动系统就称为弹簧振子. 取质点的平衡位置为原点，质点沿水平方向的振动完全可以用质点离平衡位置的位移(亦即坐标x)来描述，因此这是一自由度的振动系统. 把弹簧振子的质点移离平衡位置，再任其来回运动，系统即作自由振动. 在摩擦可忽略的情况下，所作的运动常称为无阻尼自由振动；在摩擦不可忽略的情况下，所作的运动常称为阻尼振动. 如果以周期性的外力$f(t)$加在质点上，则所作的运动称为受迫振动.

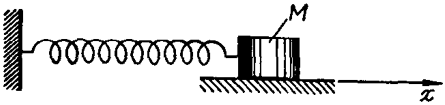

图1-1 弹簧振子

拉伸或压缩的弹簧对质点提供了一个使质点返回平衡位置的回复力，称为弹性力. 这力与质点的位移成正比而反向，可写成$-Kx$的形式，K是弹簧的倔强系数(K的倒数$C_m=\frac{1}{K}$常称为力容). 在很多情况下(见§1-4的讨论)可以假定质点所受的摩擦力(或阻尼力)与质点的振动速度u成正比而反向，可写成$-R_m u$或$-R_m\frac{dx}{dt}$的形式，R_m称为力阻(力阻、力容等名词的命名原因可参看§1-9). 根据牛顿第二定律，就可写出弹簧振子受迫振动的运动方程如下：

$$f(t)-Kx-R_m\frac{dx}{dt}=M\frac{d^2x}{dt^2}$$

或

$$M\frac{d^2x}{dt^2}+R_m\frac{dx}{dt}+Kx=f(t) \tag{1-5}$$

上式是一个线性微分方程，因此它所代表的振动过程称为线性振动. 可以看出，如果回复力不是与质点位移的一次方成正比，或者阻尼力不是与质点振速的一次方成正比，则所得的微分方程将成为非线性的，而所作的振动过程称为非线性振动（见 §1-5).

一自由度机械振动系统决不是只有弹簧振子一种，可以有转动式的振动系统(如下节所讲到的扭摆)，振动系统的回复力也可以不是弹簧的弹性力(例如单摆中的回复力就是重力的分力)，也可以有比弹簧振子复杂得多的一自由度振动系统. 但是以后可以看到，所有一自由度机械振动系统，都可等效于一个弹簧振子；所有一自由度机械振动系统的线性振动的运动方程，都可化为公式(1-5)的形式. 因此我们对弹簧振子的讨论，实际上可以适用于一般的一自由度机械振动系统.

应该指出，一自由度机械振动系统只是一种理想情况. 但是在很多工程技术问题中，把次要因素忽略后，就可把实际振动系统简化为一个一自由度振动系统. 在另一些情况下，虽然复杂的振动系统无法简化为一自由度振动系统，而复杂振动系统的计算结果却仍可等效于一个一自由度振动系统(见 §1-8). 由此可见，一自由度振动系统的讨论是很重要的.

§1-3 一自由度振动系统的无阻尼自由振动

弹簧振子的无阻尼自由振动 在无阻尼和无外力的情况下，弹簧振子作无阻尼自由振动的运动方程为

$$M\frac{d^2x}{dt^2}+Kx=0 \tag{1-6}$$

其解为 $$x=A\cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}}t+\varphi\right) \tag{1-7}$$

这是一个谐振动，其圆频率 ω_0、频率 ν_0 和周期 T_0 分别为

$$\omega_0=\sqrt{\frac{K}{M}},\quad \nu_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}},\quad T_0=2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} \tag{1-8}$$

由上式可见，线性无阻尼自由振动的频率完全由振动系统本身的性质决定，常称为系统的固有频率或本征频率．应该指出，对于非线性的振动系统来说，并不一定具有上述特性．例如不计摩擦的单摆作大振幅的振动时，它的频率还随振幅的大小而有所不同．

将公式(1-7)对时间 t 求导数，即得振动速度为

$$u=\frac{dx}{dt}=A\omega_0\cos\left(\omega_0t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)=u_m\cos\left(\omega_0t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right) \tag{1-9}$$

式中 $u_m=A\omega_0$ 是速度振幅．再对时间 t 求导数即得振动加速度为

$$\begin{aligned} a=\frac{d^2x}{dt^2}&=A\omega_0^2\cos(\omega_0t+\varphi+\pi)\\ &=a_m\cos(\omega_0t+\varphi+\pi)=-\omega_0^2x \end{aligned} \tag{1-10}$$

式中 $a_m=\omega_0u_m=A\omega_0^2$ 是加速度振幅．

振幅 A 和初位相角 φ 可由振动的初始条件（$t=0$ 时的位移 x_0 和速度 u_0）来决定．由式(1-9)和(1-10)，可得 $x_0=A\cos\varphi$ 和 $u_0=-A\omega_0\sin\varphi$，故 $A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{u_0}{\omega_0}\right)^2}$，$\mathrm{tg}\varphi=-\frac{u_0}{\omega_0x_0}$．

现在再讨论无阻尼自由振动的能量问题．由式(1-6)可得

$$Mu\frac{du}{dt}+Kx\frac{dx}{dt}=0$$

或 $$\frac{d\left(\frac{1}{2}Mu^2\right)}{dt}+\frac{d\left(\frac{1}{2}Kx^2\right)}{dt}=0$$

故 $$\frac{1}{2}Mu^2+\frac{1}{2}Kx^2=\text{恒量}$$

由式(1-7)和(1-9)可以看出，当 $x=0$ 时，$u^2=u_m^2=A^2\omega_0^2$，故得

$$\frac{1}{2}Mu^2+\frac{1}{2}Kx^2=\frac{1}{2}Mu_m^2=\frac{1}{2}MA^2\omega_0^2=\frac{1}{2}KA^2 \tag{1-11}$$

式中 $\frac{1}{2}KA^2$ 为恒量．$\frac{1}{2}Mu^2$ 和 $\frac{1}{2}Kx^2$ 分别代表弹簧振子的动能和弹性位能．此式的意义就是无阻尼自由振动时振动系统的机械能守恒．这个能量关系式除了有理论上的意义外还有实用意义．在较复杂的一自由度振动系统中，利用这个能量关系来解决无阻尼自由振动问题往往更为方便，以后将举例说明．

上面只讨论了弹簧振子的无阻尼自由振动，下面再讨论几个其他一自由度振动系统的无阻尼自由振动问题．

扭摆的振动 一根质量可以忽略的细长杆，上端固定，下端连在一圆盘的中心处(见图1-2)，整体可绕细杆的轴来回转动，这就是一个扭摆．设圆盘绕轴的转动惯量为 J．当圆盘从其平衡位置扭过一个角度 θ 时，细杆提供一个扭转弹性力矩 $-D\theta$，D 称为扭转弹性系数．将盘略加扭动后，在忽略摩擦亦无外力矩作用的情况下，扭摆即作一自由度系统的线性无阻尼自由扭转振动．应用转动定律，即得扭摆的运动方程为

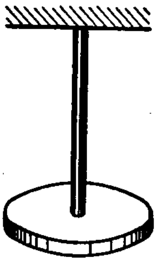

图1-2 扭摆

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2}=-D\theta \tag{1-12}$$

此式与公式(1-6)完全相仿．其解为

$$\theta=\theta_m\cos\left(\sqrt{\frac{D}{J}}t+\varphi\right) \tag{1-13}$$

这是一个扭转的谐振动，常称为角谐振动，其本征圆频率为 $\omega_0=\sqrt{\frac{D}{J}}$，其角位移振幅 θ_m 和初位相角 φ 亦由初始条件决定．扭

摆作线性无阻尼自由振动时，机械能亦守恒，其机械能的表达式与式(1-11)相仿，而为

$$\frac{1}{2}J\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2+\frac{1}{2}D\,\theta^2=\frac{1}{2}J\omega_0^2\,\theta_m^2=\frac{1}{2}D\,\theta_m^2 \qquad (1\text{-}14)$$

本例的目的是介绍一个扭转振动的一自由度线性振动系统，而且说明其规律与弹簧振子的规律完全类似.

振幅仪的振动 图1-3是振幅仪(一种测量振动振幅的仪器)的示意图. 它的振动系统的结构可描述如下：一个质量为M的重物架在倔强系数为K_1的弹簧上，弹簧的下端固定在外壳上. 重物的上端可推动一个绕O轴转动的曲柄$DOBA$，曲柄绕O轴的转动惯量为J. 在曲柄的B点处接上另一根水平的弹簧，其倔强系数为K_2，这弹簧的另一端亦连在外壳上. 设水平距离OD为l，垂直距离OB为b. 两个弹簧的质量都可忽略，所有的摩擦都可不计. 现在研究这振动系统的无阻尼自由振动问题.

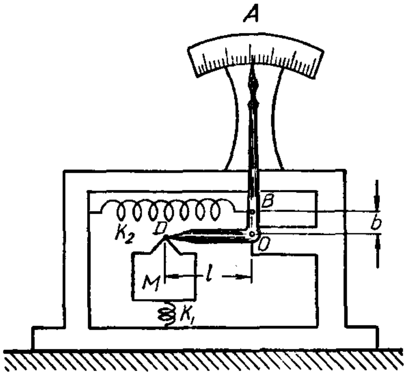

图1-3 振 幅 仪

首先应该指出，当重物作垂直方向的振动时，如果离平衡位置的位移为x，则系统中任一点的位移都可通过换算而用x来表示，因此这仍是一个一自由度振动系统. 这个系统中既有平动又有转动，要列出其运动方程是比较麻烦的，从能量关系来讨论问题就比较简单.

重物的动能为$\frac{1}{2}M\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$. 垂直弹簧的弹性位能为$\frac{1}{2}K_1x^2$.

曲柄转动角速度为$\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{l}\left(\frac{dx}{dt}\right)$,故曲柄动能为$\frac{J}{2l^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$. 曲柄上$B$点的水平位移为$\frac{bx}{l}$，故水平弹簧的弹性位能为$\frac{1}{2}K_2\frac{b^2}{l^2}x^2$. 总之,振动系统的机械能为

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\left(M+\frac{J}{l^2}\right)+\frac{1}{2}x^2\left(K_1+K_2\frac{b^2}{l^2}\right)$$

这说明整个系统仍可与一个弹簧振子相当. 这等效弹簧振子的质量为 $M'=M+\frac{J}{l^2}$,而弹簧倔强系数为 $K'=K_1+K_2\frac{b^2}{l^2}$. 因此其运动方程可写成 $M'\frac{d^2x}{dt^2}+K'x=0$ 的形式，而其本征圆频率为 $\omega_0=\sqrt{\frac{K'}{M'}}$.

本例的目的,就是想说明任何复杂的一自由度振动系统,都可简化为等效的弹簧振子来进行研究；同时也介绍了用能量关系来解决无阻尼自由振动问题的一个实例.

§1-4　一自由度振动系统的阻尼振动

在实际的振动系统中,总存在着摩擦阻尼或辐射阻尼,如果无外力维持,振动的能量必然逐渐减小，从而振幅也逐渐减小，成为减幅的阻尼振动. 由公式(1-5),可得线性阻尼振动的运动方程为

$$M\frac{d^2x}{dt^2}+R_m\frac{dx}{dt}+Kx=0 \tag{1-15}$$

令 $\omega_0=\sqrt{\frac{K}{M}}$代表无阻尼自由振动时的圆频率，并令$\frac{R_m}{M}=2\beta$ (β常称为阻尼系数),则上式可写成

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0 \tag{1-16}$$

当 $\beta^2<\omega_0^2$ 时,即阻尼不太大时,这线性微分方程的解为

$$x = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi) \tag{1-17}$$

式中
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \tag{1-18}$$

A_0 和 φ 为积分常数，由初始条件决定. 由上式可以看出，阻尼振动相当于振幅随时间逐渐减小的一个谐振动. 严格地说，阻尼振动不是周期振动，因为振幅是在变化的，但是它来回振动一次的时间却是一定的. 如果把这段时间T广义地也称为周期，则

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \tag{1-19}$$

也就是说阻尼振动的周期略大于无阻尼振动的周期 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

如果阻尼很大，$\beta^2 > \omega_0^2$ 时，则式(1-16)的解将是非振动性的，系统连一次振动都来不及完成，就停止到平衡位置上了，这就成为非振动性的阻尼运动. 而 $\beta^2 = \omega_0^2$ 的临界情况的运动常称为临界阻尼运动.

应该指出，把阻尼力写成 $-R_m\frac{dx}{dt}$ 的形式并不总是正确的. 仅有在某些情况下，媒质的内摩擦阻尼或辐射阻尼才能写成上述形式，而振动也成为线性的. 对于很多实际情况，例如干燥固体表面之间的摩擦力和高速运动时的流体摩擦力等，都不是与振速的一次方成正比而反向的. 在这些情况下，运动方程成为非线性的，振动也是非线性的.

很多工程技术问题中，常需获得等幅振动. 从上面的讨论可以看到，无阻尼的情况仅是理想的，而线性的阻尼振动却只能形成减幅振动. 因此，在实际问题中常利用所谓"自持振动"和"受迫振动"两种方法来获得等幅振动. 下面两节将分别讨论这两种振动.

§1-5 一自由度振动系统的自持振动

要在有阻尼的情况下得到等幅振动，必须有能源存在. 使这

能源在振动系统的一个周期内所作的正功，抵消了一个周期中因阻尼而损耗的能量，才能保持振动系统的能量不变，而使振动系统作等幅振动. 如果用外加周期力来提供这个正功，这就是下节所要讨论的受迫振动. 如果这能源本来并不是周期性的，但受振动系统的振动所控制，使能源按照振动的周期，及时地在每周期中提供抵消阻尼所需的正功，而使振动系统按其固有频率作等幅振动，这种振动情况就称为自持振动，简称自振.

自持振动的实例很多. 电子管的振荡就是电的自持振动的典型例子. 在机械振动方面，自持振动的例子也很多. 很多机械自持振动是由流体动力学的原因引起的. 非振动性的风，吹过电线时，使电线发出声音就是一个例子；飞机机翼的颤动、吹奏乐器的振动等也都属于这种类型. 还有许多机械自振是由固体表面间的干摩擦引起的. 例如在金属切削时，能量通过工件和刀具之间的摩擦而传给了刀具，使它产生自振. 此外象钟表、弦乐器等的自振也属于这种类型. 下面讨论一个由干摩擦引起自振的实例.

如图 1-4 所示，倔强系数为 K 的弹簧和质量为 M 的固体构成一个弹簧振子，固体搁在粗糙而干燥的皮带上，用马达拖动皮带使其沿 x 方向的正向以速度 v_0 等速前进. 整个系统就是一个自振系统的实例.

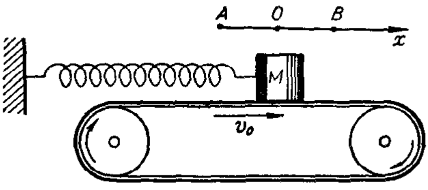

图 1-4　自持振动的一个实例

首先讨论固体的平衡位置. 当固体不动时，皮带以 v_0 前进，故皮带施于固体上的摩擦力是沿 x 方向正向的. 当这摩擦力与弹簧提供的弹性力相平衡时，就达到平衡情况. 取固体的这个平衡位置作为 x 轴的原点 O.

现在把固体略加扰动后，任固体自行振动. 在固体从最左位

置A移向最右位置B的半个周期中，它的振动速度u沿着x轴正向，在A点时$u=0$，逐渐增速到最大振速值u_m，再逐渐减速，到B时振速再度为零．只要u_m小于皮带的速度v_0，在整个从A到B的过程中，皮带对固体的相对速度v_0-u始终是正的，作用在固体上的摩擦力始终沿x的正向而与固体从A到B的运动方向一致，因此始终对固体作正功．如果$u_m>v_0$，则在固体的振速值u大于v_0（$v_0<u\leqslant u_m$）的一段中，v_0-u是负的，作用在固体上的摩擦力将沿x的负向，与固体的运动方向相反，因此在这一段中摩擦力对固体作负功．

在固体沿x负向从B回到A的半个周期中，u是沿x负向的，因此v_0-u始终沿x正向，摩擦力也始终沿正向，与固体的运动方向始终相反，故在这半个周期中，摩擦力对固体也作了负功．

显然，如果一周期中摩擦力对固体所作的总功是负的，就会形成减幅振动．如果总功是正的，就会成为增幅振动．现在对固体与皮带间的干摩擦力进行分析，俾可看出总功究竟是正是负．

这摩擦力是皮带对固体的相对速度v_0-u的函数．实验证明，这种干摩擦力绝不是与相对速度成正比的．随着相对速度的增加，摩擦力先逐渐减小，经过一个极小值之后，再逐渐增大．图1-5表示了这种干摩擦力f与相对速度v_0-u的关系．图中还可看出，当相对速度v_0-u为负值时，f亦为负，即沿x轴的负向．

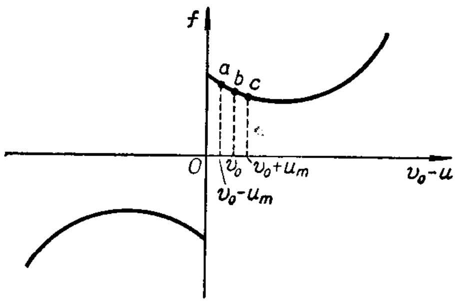

图1-5　固体表面间的干摩擦力与固体表面间相对速度的关系

当固体在最左位置A或最右位置B时，振速u都等于零，皮带对固体的相对速度v_0-u就等于皮带的速度v_0．设图1-5的曲线

上相应于这一相对速度 v_0 的点为 b. 选择皮带的速度，使得 b 点处于曲线上 f 随 v_0-u 的增大而减小的一段中.

首先讨论振幅较小($u_m<v_0$)的情况. 当固体沿 x 正向从 A 移至 B 时，相对速度将由 v_0 减小至 v_0-u_m 再增大到 v_0，即曲线上的点由 b 移到 a 再回到 b. 由图可见，在这一过程中，摩擦力始终是正值(即沿 x 正向)而且较大，因此在这半周期中摩擦力作正功、而且功的数值较大. 当固体沿 x 轴负向由 B 移回 A 时，u 为负值，相对速度将由 v_0 增大到 v_0+u_m、再减小到 v_0，即曲线上的点由 b 移到 c 再回到 b. 此时 f 也为正值(但与运动方向相反)，而数值较小. 所以在这第二个半周期中，摩擦力作负功、而且功的数值较小. 因此在这种情况下，固体与皮带间的摩擦力在整个周期中对固体所作的总功是正的. 如果系统没有任何其他阻尼力，则显然将作增幅振动.

但是振幅的增大是会受到限制的. 由图 1-5 可见，当振幅增大而 u_m 增大时：一方面相应于 v_0+u_m 的 c 点可能会超过 f 的极小值，这就使得在固体从 B 到 A 半周期中的摩擦力数值有所增大，所作的负功也将多些；另一方面，如果 $u_m>v_0$，则 $v_0-u_m<0$，曲线上的 a 点将移至摩擦力为负值处，这就使得在固体从 A 到 B 的半周期中，在 $v_0<u\leqslant u_m$ 的一段过程中，摩擦力作了负功，而使整个半周期中摩擦力所作的正功有所减小. 因此，当振幅增大到一周期中摩擦力对固体所作的总功为零时，如果系统没有任何其他阻尼作用，则将维持这个振幅作等幅振动. 如果系统尚受到其他消耗振动能量的阻尼作用，则当一周期中这种干摩擦力对固体所作的总的正功补偿了这些振动能量的耗损时，就作等幅振动.

在上述实例中，能源相应于非振动性的皮带的等速运动. 但是能源通过干摩擦力对固体所作的正功却是受弹簧振子的振动所控制的，它是按照弹簧振子的振动频率而及时地供应的，终于使弹