

炎黄文化漫游丛书

破译

科学

中国古代数学

陈竹如 著

的

密码

中国古代数学

炎黄文化漫游丛书

人民

《炎黄文化漫游》丛书

破译科学的密码

——中国古代数学

陈竹如

人民日报出版社

序

戴逸

中国是具有五千年历史的文明古国，中华民族创造了优秀的民族文化。中华传统文化以其源远流长、博大精深以及对人类历史作出的巨大贡献而著称于世界。我们的祖先创造的物质文化包括农业、手工业、水利事业、医药、冶金、陶瓷、织造、建筑等许多发明创造，曾经领先于世界；我们的祖先在政治学、经济学、文化学、军事学、哲学、历史学、文学、教育及伦理道德方面，也创造了光辉的思想理论。这是中华民族的骄傲，世界上一切炎黄子孙的骄傲。

中华炎黄文化，是中国各族人民共同创造的。在漫长的历史年代里，我国境内的各族人民密切交往，学术文化相互渗透，犹如千河百溪，终于汇聚成巨川，形成以炎黄文化为主体的、丰富多采和波澜壮阔的中华民族文化。中华民族牢固的稳定性和巨大的凝聚力、创造力，可以说正是根植于这

种优秀传统文化的基石和沃土之上。

中华炎黄文化,随着中华民族的发展而不断发展,反过来又对中华民族的繁衍、统一和进步以巨大的影响。今天,我们从事的事业,是我国历史上空前伟大的事业。我们建设有中国特色社会主义,也必然有中国特色的社会主义文化这一重要内容,必然继承和发扬中国传统文化中优秀的因子。弘扬中华民族优秀文化,把民族精神振奋起来,把炎黄子孙最大限度地团结起来,振兴我们的国家,这是当代中国人以及今后几代炎黄子孙的神圣职责。

弘扬中华炎黄文化,必须认识、了解、普及中华炎黄文化的基础知识和重要内容。中华炎黄文化研究会和人民日报出版社合作出版的这一套包括 20 分册的《炎黄文化漫游丛书》,正是为此目的而编著的。这是一套普及读物,基本上包括了传统文化的各重要领域。为了适应青年读者的需要,这套丛书编写过程中注意了通俗、精要、准确和趣味性,以便读者在轻松、有趣的“漫游”中,获得炎黄文化的一些基础知识。

《炎黄文化漫游》丛书

编 委 会

主 编:李耐因

编 委:翟志瑞 吕桂申
程宝昌 陈伟光

执行编委:翟志瑞

目 录

一	中国古代数学的萌芽与发展	(1)
	(一)十进位值制——中国的专利	(3)
	(二)筹算——特有的计算之花	(9)
	(三)零的父母	(15)
	(四)妙用规矩成方圆	(21)
	(五)勾股定理最早的天才发现	(24)
	(六)比欧几里得更早的《墨经》几何 ...	(27)
	(七)奇妙的八卦与二进制	(30)
	(八)迷人的幻方及河图洛书	(33)
	(九)早于丢番都的不定方程	(41)
	(十)神机妙算的运筹故事	(43)
	(十一)“四舍五入”法则的由来	(45)
	(十二)赵爽巧注《周髀》	(48)
二	中国古代数学的理论与体系	(52)
	(一)东方名著《九章算术》	(53)
	(二)刘徽的杰出贡献	(56)
	(三)世界最早的分数理论	(60)
	(四)世界最早的十进小数	(64)
	(五)负数的呱呱坠地	(67)
	(六)中国早期的开方方法	(71)
	(七)实数系在中国建成	(74)

(八)“方程”的原意·····	(76)
(九)中国特有的盈不足术·····	(80)
(十)面积体积公式的巧妙推证·····	(83)
(十一)中国古代的极限思想·····	(97)
(十二)代替三角学的重差术·····	(103)
三 中国古代数学的鼎盛与辉煌·····	(108)
(一)数学天才祖氏父子·····	(110)
(二)著名的《算经十书》·····	(118)
(三)鲜为人知的中国数学教育·····	(128)
(四)中国开方术的发展·····	(130)
(五)世界最早的贾宪三角形·····	(133)
(六)秦九韶的《数书九章》·····	(137)
(七)物不知数题的几种解法·····	(141)
(八)有趣的天元术与四元术·····	(150)
(九)内插法在中国诞生发展·····	(155)
(十)高阶等差级数在古代中国·····	(158)
(十一)宋元四大数学名家·····	(167)
(十二)程大位与中国的珠算·····	(172)
(十三)中国古代数学飞向世界·····	(174)
四 中国古代数学的特点与价值·····	(179)
(一)中国古代数学的特点·····	(179)
(二)中国古代数学的价值·····	(187)
(三)勇攀高峰再造辉煌·····	(191)
主要参考文献·····	(195)

一 中国古代数学的萌芽 与发展

数学,这个人类智慧的结晶,这个人类文明的
显明标志,它是一切自然科学的前提和先声,自然
科学的巨大成就,往往依赖数学的巨大成就。人类
开始懂得并应用数学,标志着人类掌握科学知识的
开始,标志着人类文明由自发阶段走向自觉阶
段的巨大飞跃,标志着人类对于自己智力的巨大
觉醒。数学是人类思维创造力的巨大提高,谁最先
懂得数学,谁就更高一级地塑造了自身的文明,谁
就是天之骄子。

中国和印度、埃及、巴比伦,被称为世界四大
文明古国,它们像四驾巨大的马车载着自己的民
族最先悠悠自得地驶进了人类文明的领地。其文

明的程度标志在文化科学的多个方面，而重要的标志则是数学的最先产生和发展，这四大文明古国都以其最早的数学成就宣告着他们古代的先进。而中国则是其中的佼佼者，中国古代，以其最早发达的数学成就，带动了最早发达的科学文化，而并列于最古老的文明古国之中。

中国古代数学的成就是很突出的，中国数学家一项又一项的最早发现和发明，点燃了一盏又一盏智慧的明灯，开启了一扇又一扇的文明大门，为世界人类文明的历史写下了光辉灿烂的篇章。早在公元前1世纪以前，地球上的许多地方还处在蒙昧的初民时期，有的地方还在用结绳纪事，有的还在用扳指头进行简单的计算，有的地方甚至还没有数的概念，还不知道数学是什么东西，而我们聪明的中华民族，不仅最先懂得了数学，而且相继解决了初等数学上一个个重要问题。他们用十进位计算着自己的财物，用特有的筹算计算着各种事物；用规和矩画出了标准的圆和方形等多种几何图形，有了成系统的墨经几何，用幻方锻炼数学思维，并且发现了勾股定理和不定方程，创造了奇妙的“0”（零），……

我国这些世界上最早、最丰富的数学成就，不仅是我国数学的开端，也是世界数学的开端，对世界数学的发展有着很深远的影响，它好像敲醒黎

明的一阵清越的钟，它的声响长久地回荡在人们的耳际。

我们中国古代的数学，从它第一阶段的萌芽和发展开始，就带有很好的科学简明性，它的整个体系都是严谨的、精练的、实用的，如同我国古典诗词那样玲珑剔透，通体圆明。

在这一章里，让我们介绍公元前 5000 年到公元 3 世纪初期中国数学的起源及早期发展情况，以了解离我们几千年的祖先们巨大的聪明才智，以及他们为探索科学、发现真理而矢志不渝的崇高精神和伟大的创造力。从这些实实在在的历史材料中我们可以看到，炎黄文化是人类文明极其重要的历史源头之一。

（一）十进位值制——中国的专利

随着社会的发展，需要计算财产的数目，这促使人们创造数的名称和记数方法。由于计算大数的需要，慢慢地各种进位制也就应运而生。其中，十进制始终是主流。

我国早在原始社会就形成了十进制系统。距今 6000 年前的西安半坡村人和陕西姜寨人已掌握了一到九的全部数目，而且会刻画符号。如×表示 5，∧表示 6，+表示 7，)(表示 8， $\frac{1}{2}$ 表示 9，ノ表

示 10, ㄩ 表示 20。据史料也可以认为, 在 5000 年以前原始社会的中国人至少已经掌握了 30 以内的自然数, 而且是一个十进制系统。我国数的概念大约形成于新石器时代末期, 距今约 4600 年以前。我国上古时期知道算数的就有伏羲、倕、商高、周公、荣方、陈子等人, 说明距今 4600 年到 2000 年这段时间里, 我国不仅已经有了数的概念, 而且有了算数的专家, 至迟到商代我国就有了完整的十进位值制系统, 有了固定的大数名称十、百、千、万, 至少可以写出三万以内的任意自然数, 《殷契粹编》中记有: “癸卯卜……其□三万”的数字。后来到春秋战国时代又出现了亿、兆、京、垓等单位, 都是十进的。例如《书经》中言及: “兆民”; 《逸周书》世俘篇中有: “凡武王俘商旧玉亿有百万”; 《初学记》器物部佩下, 写作: “亿有八万”, 这证明古代是十万为一亿, 是十进数。不像我们现在这样规定“万万为亿”, 现在我们采用的进制其实是我国古代的三种进制的结合使用。

历史传说纷纭, 《吕氏春秋》(吕不韦主编, 公元前 3 世纪人) 的《勿射篇》中说: “黔如为虑首, 史言作算之始也”《世本》中记载: “隶首作算数”。“隶首”, “虑首”都指的是一些善算者。《数术记遗》中写道: “隶首注术, 乃有多种”及“黄帝为法, 数有十等, 及其用也, 乃有三焉”。“十等”指亿、兆、京、垓、

秭、壤、沟、涧、正、载十个大数名称。“三等”指大数有三种进位制。下数十进位，中数万进位，上数则“数穷则变”，即上数是“万万为亿，亿亿为兆，兆兆为京，……”。我们将这三等数列表比较就是下面的关系：

	万	亿	兆	京	垓	秭	壤	沟	涧	正	载
上等	10^4	10^8	10^{16}	10^{32}	10^{64}	10^{128}	10^{256}	10^{512}	10^{1024}	10^{2048}	10^{4096}
中等	10^4	10^8	10^{12}	10^{16}	10^{20}	10^{24}	10^{28}	10^{32}	10^{36}	10^{40}	10^{44}
下等	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^{11}	10^{12}	10^{13}	10^{14}

从表中我们可以看出，下等数完全是十进制的。我国最先能用九个数字表示任意大的数，并且知道用空位来表示零，是完整的十进位值制。春秋战国时期普遍使用筹算，十进位值制就更加明确了。

世界各国各地区所创造出来的记数方法，各有优点，但远比不上我国的十进位值制记数法。看了下文您就清楚。

古巴比伦，用楔形符号记数。他们用一种断面呈三角形的小木条当笔，在泥板上按不同方向刻出楔形符号。而且只由两个基本符号  (表示 1) 和  (表示 10) 构成。这样一来， 就表示 2， 表示 3， 或  表示 4， 表示 11， 表示 12， 表示

20. 古巴比伦人的记数法六十进位值制，他们不仅懂得满六十向高进一位，还懂得位值制，一个数码表示的数要看它们所处的位置来决定， 在第一位表示 1，在第二位就表示 60，在第三位则表示 3600，要表示 3664，就刻成，其中这一堆算第一位，表示 4，表示第二位和第三位，右边的表示 60，左边的表示 3600，加起来就是 3664。这是距今 4000 多年以前的东西，是很了不起的。不过有些时候也令人分辨不清，因为它的某位上可以有一堆符号，也可以只有一个符号，所以到底是表示 3664 还是 124 呢？很难说，如果把算作第二位，它就表示 120，而不是 3660。另外他们规定表示 100，那么就表示 300，即表示 100×3 ，表示 1000，即 100 的 10 倍，表示 10000，即 $100 \times 10 \times 10$ ，这倒底算什么进位制呢？又像是十进制了，也有些叫人分辨不清。还有，它没有零的符号，也是个缺点。

古埃及有象形文字，用（一竖）表示 1，用（一根锤骨）表示 10，用或（一卷绳）表示 100，（一朵莲花）表示 1000，（一个伸着的手指）或（弯着的手指）表示 10000，（一只鸟）表示 100000，（一个受惊的人）表示 1000000，表示 10000000。这种记数方法，是十进制，不过他们还不懂得位值制，所以计数麻烦。例如把 3420 写成

⋈⋈⋈⋈⋈⋈⋈ ⋈⋈,就得画 9 个符号才行,要表示数 689 就得画 23 个符号才行。因为他们虽然懂得十进制,但不懂得位值制,无法简便。同时他们也没有符号零。

古希腊人的数字也很笨重,他们用的符号是:

				Γ	Δ	Η	⊗	Μ
1	2	3	4	5	10	100	1000	10000

把 13 表示为 Δ |||, 18 是 Δ Γ |||, 50 写成 Γ Δ, 500 写成 Γ Η, 3420 表示为 × × × Η Η Η Η Δ Δ, 表示 689 也要用一长串符号。他们也是只懂得十进制而不懂得位值制。到公元 5 世纪,希腊人采用了字母记数法,他们把头 9 个字母表示 1—9,接着的 9 个字母表示 100—900,并规定在任何数的前面划一道,就表示原数的 1000 倍。这样一来,大数虽好写,但计算困难,而且把字母全部用完了,这给代数学的发展带来困难,不好再把字母代表任何数了。对比我们中国,不仅采用了十进制,还懂得位值制,5 在个位上表示 5 个,在十位上表示 50,在百位上表示 500,……,多么方便,便于计数,又便于运算,我们的祖先真聪明!

古罗马的记数符号有: $\begin{matrix} I & V & X & L & C \\ 1 & 5 & 10 & 50 & 100 \end{matrix}$,
 $\begin{matrix} D & M \\ 500 & 1000 \end{matrix}$ 于是 20 表示为 XX, 1987 表示为 MDCCCCLXXXVII 也很笨拙,做加减法都很困

难,会做乘法简直是专家了。他们也是吃了不懂位值制的亏。但 12 世纪以前的欧洲流行这种方法,有的国家 16 世纪还用。

公元初年中美洲的马雅人的记数方法也很有趣,他们只用三个符号(点,横和椭圆)就可以写出任意自然数。“·”表示 1,“—”表示 5,加一个椭圆表示放大 20 倍,加第二个椭圆表示乘以 18。这样,9 被写成 ,  表示 10,  表示 20,  表示 360,但它表示大数也麻烦。马雅人懂得位值制的道理,但可惜用的是 20 进制,基数很大,符号较少,使用也不方便。况且第二个椭圆表示乘以 18,再高次的形式又为 $(18)(20^n)$,不好叫它做 20 进位值制。不过它另外有一个优点,有零符号,画得像一只贝壳或半闭的眼睛 。

从以上介绍我们知道,古代巴比伦和马雅的记数法,不是十进制。埃及、希腊、罗马等地虽用十进制,但又不是位值制。所以尽管他们有各自的优点,也克服不了其致命的缺点,他们不能把十进制和位值制统一于一体,计数不能做到简便,运算就更麻烦了。相比之下显得我们的祖先聪明多了,一开始就知道采用十进制,而且还知道结合使用位值制。使计数和计算变得容易。这是我国古人对世界数学的一项杰出的贡献。

公元 6 世纪以前,印度人还不懂得位值制,印

度关于位值制的最早刻板记录见于公元 595 年，比我国约晚了 2000 年。但印度人在学习了我国的记数方法以后，创造了一套数字，有可以一笔连书的优点，便于书写，这是进步的地方。8 世纪印度数字传到了阿拉伯，阿拉伯数字是由希腊和印度数字传入而发展形成的。这就是数学史上著名的、现在世界上通用的印度——阿拉伯数码的来历。如上所说，阿拉伯数码与中国数学的关系就很明显了，是血缘关系！有了阿拉伯数码 1, 2, 3, 4, 5, ……，十进位值制得到了最后的完善表达形式。

（二）筹算——特有的计算之花

我国古代怎样算数呢？是用棍子算数，很有趣。他们称这种特制的棍子为“筹”，“筹”是粗细相同，用竹、木、骨、铁或象牙制成。它起源很早，到春秋战国时普遍使用。秦汉时已制度化。《说文解字》竹部中说：“算：从竹从具，长六寸，计历数者”。“算”是计数所用的竹制工具。我国古代的算字是“筭”，就是弄竹的意思。“算”有时叫做“筹”，后来人又叫它“算子”，“策”、“策筹”等名称。《汉书》、《律历志》说：“其算法用竹，径三分，长六寸”，《隋书》《律历志》说：“其算用竹，广二分，长三寸。”其三寸约为现在的 2.65 市寸，广即算筹的直径，广

二分约等于现在的 1.77 市分。从汉到隋，算筹渐渐改得短小，便于运用。算筹不用时备有盛贮的“算子筒”，外出时有便于携带的算袋。

计算时放在特制的盘中或桌子上。布棍有两种摆法：

纵式：| || ||| · ||| |||| ⊥ ⊥ ⊥ ⊥
 横式：— = ≡ ≡ ≡ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥
 1 2 3 4 5 6 7 8 9

个位、百位、万位用纵式，十位、千位用横式，即所谓“一纵十横，百立千僵，千十相望，万百相当。满立以上，五在上方，六不积算，五不单张”。次序是从右到左，纵横相间。

例如，把 356 摆成 ||| ≡ ⊥。遇有零就空位，或用□代表零。如把 3056 摆成 ≡ ≡ ⊥。这是公元前 3 世纪就有了的事。

加法例子： $7539 + 304 = 7843$ ，如图 1.1

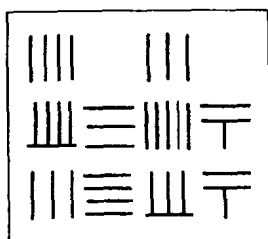


图 1.1

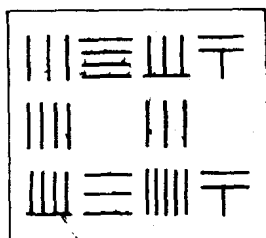


图 1.2