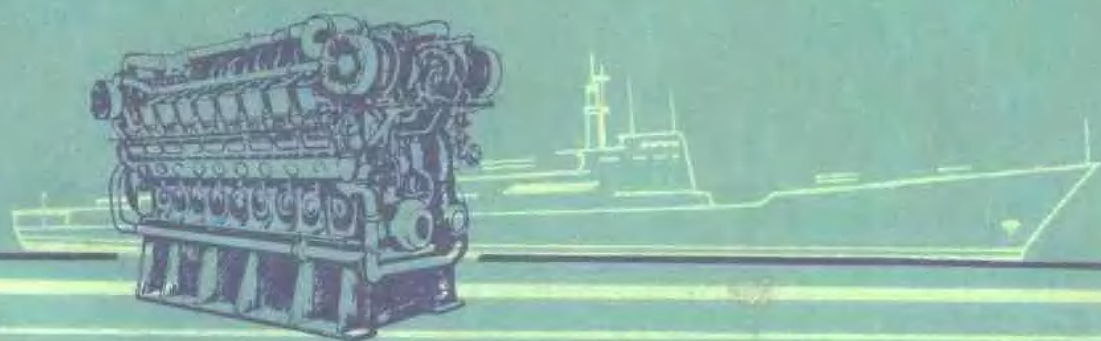


船用柴油机设计手册

(四)

动力计算



国防工业出版社

U1864.12
1.4

船用柴油机设计手册

(四)

动力计算

《船用柴油机设计手册》编辑委员会编

本篇主编：李宗焜

执笔人员：第一章：陈大荣 第二章：朱孟华 第三章：李宗焜



国防工业出版社

内 容 简 介

本书是《船用柴油机设计手册》的第四篇，本篇主要介绍柴油机的动力计算、平衡计算和扭振计算三部分。

动力计算部分，除介绍了正置直列式和主、副连杆机构的运动学和动力学的计算公式外，还介绍了主、副连杆机构基本尺寸的确定方法及计算实例。

平衡计算部分，介绍了直列及单轴多列式柴油机的振动力源分析方法、用正反转矢量作平衡计算的方法、曲柄排列和发火顺序的设计方法。还提供了二冲程和四冲程常用柴油机的平衡特性系数表及平衡计算实例。

扭振计算部分，介绍了柴油机及其轴系自由振动和强制振动的计算方法，扭振测试分析和减振避振的方法，还提供了常用柴油机的计算数据和弹性联轴节的柔度计算资料。

《船用柴油机设计手册》共有八篇及附录一章，现按篇分册出版，共九个分册：第一篇设计总论，第二篇总体设计，第三篇船用柴油机工作过程计算，第四篇动力计算，第五篇船用柴油机主要零部件，第六篇系统和附件，第七篇试验与测量，第八篇材料，最后一册为“附录”。

本书主要供船用柴油机设计研究人员使用，也可供柴油机生产和使用部门工程技术人员及高等院校有关专业的师生参考。

2085/32

船用柴油机设计手册

(四)

动力计算

《船用柴油机设计手册》编辑委员会 编

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可出字第 074 号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张11¹/₂ 258千字

1979年11月第一版 1979年11月第一次印刷 印数：0,001— 5,900册

统一书号：15034·1894 定价：1.20元

《船用柴油机设计手册》编辑委员会

领 导 成 员

张有萱	夏 桐	沈岳瑞	李渤仲
陈时雄	余运生	孙全柱	李忠仁
刘 仁	熊 琳	刘 颖	胡国栋
于康庄	赖灵淮	谭汉雄	朱国信

《船用柴油机设计手册》编辑工作组

刘 锦	张连方	方 商	商云祥
邱耀先	华裕达	潘荫琪	殷志成
程华峰	徐景福	茅建国	

前 言

柴油机已经有将近一个世纪的发展历史，但迄今技术上仍处于不断改进和发展阶段。柴油机在各种类型军民船舶中应用极为广泛。根据国外不完整的统计资料，1976年新建的2000吨以上民用船舶中，柴油机动力已超过一千万马力，占船舶主机总马力的72%，并且有继续上升的趋势。中小型运输船，工程船及渔轮中柴油机的应用更为普遍。在舰艇中，虽然近年来燃气轮机的发展在一定范围内取代了柴油机，但在中、小型战斗舰艇中，柴油机因其经济性较好以及其它原因，仍被广泛采用。大量军用辅助舰船中，柴油机更是主要动力。因此，大力发展柴油机制造业和不断提高船用柴油机性能和技术水平是发展我国内河和海洋运输事业，建设强大海军和开发海洋资源的一项重要措施。

我国在解放前几乎没有船用柴油机制造业。解放后随着国民经济和国防建设的发展，船用柴油机工业也获得迅速的发展。在“独立自主、自力更生”社会主义建设方针的指引下，1958年我国年青的船机科研设计队伍开始自行研制了多种型号舰船用柴油机，其中包括远洋运输船舶所用的低速重型柴油机，以及大功率中、高速柴油机，有多种型号通过了国家鉴定，已进行正式生产，装备了许多舰船，累积了一定的研究、设计新型船用柴油机的经验。

现在我国社会主义革命和社会主义建设进入了一个新的时期，以华国锋同志为首的党中央领导全国各族人民开始了新的长征。为了实现新时期的总任务，全国科学大会制定了科学技术发展的近期和远景规划，号召科学技术要走在国民经济和国防建设的前面。船用柴油机工业及其科学技术也进入了以高速度向现代化进军的阶段。

在这一新的阶段中，船用柴油机科研和设计工作应认真总结建国以来正、反两方面的经验，并在“独立自主、自力更生”的基础上，有分析、有选择地学习国外的先进技术。在统一领导、全面规划的前提下，研究发展更多的、符合我国国情的各种类型舰船用柴油机及其附属设备，尽快地把我国舰船用柴油机的技术提高到世界先进水平，为实现国民经济和国防建设现代化作出应有的贡献。《船用柴油机设计手册》就是为了适应这一新形势的要求，总结我国多年来的研究设计经验，及本着“洋为中用”的原则适当地选用了一些国外可靠的设计方法和资料编写的，为我国从事船用柴油机的广大科研、设计、教学、生产和使用人员提供必要的船用柴油机研究、设计的技术知识和资料。

本手册的读者对象是具备一定基础理论知识和实际经验的本专业从业人员，其中有些篇章也可供与船用柴油机有关的其它专业人员参考，以及作为大专院校有关专业学生的辅助学习资料。

本书共分八篇。第一篇是设计总论，其内容是介绍船用柴油机发展简史和当前发展趋势，阐明有关设计指导思想和设计程序中的有关问题，其中特别强调船用柴油机的三化问题；介绍各种类型舰船对柴油机设计的技术要求。第二篇是总体设计，介绍船用柴油机在总体设计阶段所要考虑的各种技术问题，提供各种设计方案比较用的资料和计算方法。第

三、四两篇是有关工作过程和动力学方面的计算方法。第五篇是船用柴油机主要零部件设计、计算和专用试验方法的介绍。第六篇是船用柴油机各种系统及其有关附件的设计。第七篇是船用柴油机在研制过程中各种试验研究方法的详细介绍。第八篇是有关船用柴油机使用材料和油料的介绍。最后附录一章是国内外有代表性的各种类型船用柴油机参数总表、剖面图、有关标准资料、国际单位与公制单位的换算以及电算程序。每篇暂以分册形式出版，以便读者选用。全手册出齐后，再发行一部分合订本。

我们准备在第一版出版以后，通过科学研究和广泛的学术交流，逐步形成我国自己的、比较完善的船用柴油机研究设计方法，积累丰富的设计资料和数据，在以后的版本中修订和补充，使有助于尽快的提高我国船用柴油机技术，赶超国外先进水平。

由于本手册系第一次编写，内容不完善的地方一定很多，希望读者在使用中发现需要补充和修订的地方随时取得联系，以便在今后再版时加以修订和充实。

本手册的编写是在国内有关船用柴油机科研、设计的领导机关、院校、科研设计单位和生产单位的大力协同下进行的，共有 100 余人参加了各篇、章、节的编写，为了对编写的内容负责，篇、章的主要编写人员都有署名。编辑委员会借此出版机会，特向各有关单位领导的大力支持和有关同志的热情帮助表示深切的感谢。

《船用柴油机设计手册》编辑委员会

目 录

第四篇 动力计算

第一章 曲柄-连杆机构的运动及受力分析	1
第一节 正置单列式曲柄-连杆机构的运动学和动力学	2
(一) 活塞的位移、速度、加速度	2
(二) 连杆的运动学	10
(三) 曲柄-连杆机构往复惯性力和回转惯性力的分析计算	11
(四) 曲柄-连杆机构的作用力分析及其计算(动力计算)	15
(五) 正置单列式柴油机动力计算举例	23
第二节 主、副连杆式曲柄-连杆机构的运动学和动力学	27
(一) 副气缸活塞的位移、速度、加速度	28
(二) 副气缸活塞运动规律的特点	30
(三) 副连杆销运动轨迹及加速度的计算	32
(四) 主、副连杆机构的作用力分析及其计算(动力计算)	33
(五) 多列式柴油机中,左右对称副气缸运动学和动力学	38
(六) V型主、副连杆式曲柄-连杆机构柴油机动力计算举例	40
第三节 主、副连杆式曲柄-连杆机构基本尺寸的确定	46
(一) 关节半径 r ,副连杆长度 l 及关节角 γ_1 与气缸夹角 γ 之差 $\psi(=\gamma_1-\gamma)$ 的确定	47
(二) ψ 值对 φ_{1z} 、 φ_{1x} 和 S_1 等的影响	48
(三) 典型柴油机主、副连杆式曲柄-连杆机构基本尺寸举例(表4-1-3-2)	50
参考资料	50
第二章 船用柴油机的平衡	51
第一节 概述	51
第二节 单缸柴油机的平衡分析	51
(一) 离心力及其平衡	51
(二) 往复惯性力及其平衡	52
(三) 单缸试验机的平衡问题	53
第三节 柴油机的曲柄排列和发火顺序	54
(一) 气缸编号的规定和曲柄端面图	54
(二) 单列式柴油机的曲柄排列和发火顺序	55
(三) 单轴多列式柴油机的发火顺序	56
(四) V型柴油机能满足均匀发火间隔的气缸夹角计算	58
第四节 单列式柴油机的平衡性分析	58
(一) 单列式柴油机不平衡性的解析分析法	58
(二) 单列式多缸柴油机不平衡性的图解分析法	60
(三) 单列式柴油机平衡特性系数表	62
(四) 柴油机的内部平衡特性	70
第五节 单列式柴油机的平衡方法	71
(一) 离心力及离心力矩的几种平衡方法	71
(二) 各种平衡方法对内部平衡的关系	72
(三) 一次及二次惯性力及惯性力矩的平衡方法	74

(四) 平衡方法举例	75
第六节 V型单排柴油机平衡性分析	76
(一) V型单排柴油机平衡性的分析及其平衡特性系数表	76
(二) V型主、副连杆式单排柴油机振动力源的计算	84
(三) V型叉形连杆式单排柴油机振动力源计算	86
第七节 单轴多列式单排柴油机平衡性分析	87
(一) 概述	87
(二) 单轴多列式单排柴油机平衡性分析及其平衡特性系数表	88
(三) 单轴多列式主、副连杆机构柴油机振动力源的计算	93
第八节 单轴多列式、多排柴油机平衡性的计算及其平衡方法	94
(一) 运动参数	95
(二) 一次正反转矢量	95
(三) 二次正反转矢量	96
(四) 柴油机总不平衡值	96
第九节 柴油机不平衡性的估价	98
参考资料	104
第三章 扭转振动	105
第一节 概述	105
(一) 扭转振动对船用柴油机及其轴系的影响	105
(二) 船用柴油机扭转振动的一般处理方法	105
第二节 当量系统的计算	107
(一) 转动惯量的计算	107
(二) 轴段柔度的确定	114
(三) 增减速系统的当量系统	126
(四) 水力测功器和柴油机当量系统	126
第三节 自由振动计算	131
(一) 自由振动方程式的建立	131
(二) n 个质量系统自由振动的计算	134
第四节 强制振动计算	138
(一) 干扰力矩的简谐分析	138
(二) 多缸柴油机的干扰力矩和相对振幅矢量和	142
(三) 阻尼功的计算	149
(四) 强制振动的共振计算	154
(五) 非共振计算	156
(六) 共振时最大扭矩应力计算	156
(七) 许用应力值的规定	157
第五节 扭振测试与分析	158
(一) 测试的目的	158
(二) 扭振测试仪的基本型式和测点布置原则	159
(三) 仪器的布置与安装	161
(四) 测试结果的整理和波形分析	161
第六节 减振与避振	166
(一) 减振和避振的方法	166
(二) 动力弹性减振器的设计	167
(三) 硅油减振器的设计	170
参考资料	174

第四篇 动力计算

第一章 曲柄-连杆机构的运动及受力分析

曲柄-连杆机构在结构上是由曲轴、连杆和活塞三件基本构件组成的。按照机构的基本特点，它可分成如下几种类型：

- 正置式曲柄-连杆机构 (图 4.1.1.1(a))；
- 十字头式曲柄-连杆机构 (图 4.1.1.1(b))；
- 偏置式曲柄-连杆机构 (图 4.1.1.1(c))；
- 主、副连杆式曲柄-连杆机构 (图 4.1.1.1(d))。

正置式曲柄-连杆机构的特点是气缸中心线通过曲柄的回转中心并垂直于曲柄的回转轴线。十字头式曲柄-连杆机构的活塞、活塞杆和十字头在结构上是紧固在一起，仅作往复运动。显然，从机构学观点来看，它同正置式曲柄-连杆机构完全一样。现代绝大多数船用柴油机均采用这两种机构。

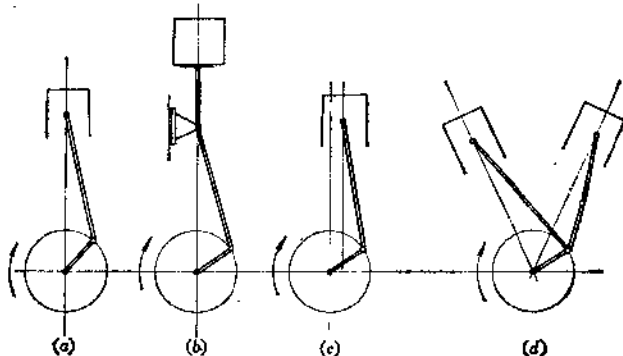


图 4.1.1.1 曲柄-连杆机构类型简图

偏置式曲柄-连杆机构，若气缸中心线系偏置在曲柄回转中心的右侧，如图 4.1.1.1(c) 所示，则当柴油机顺时针回转时可以减小活塞与气缸间的最大侧推力，但在反转时，活塞气缸间的最大侧推力反而增大，显然不适宜用于直接反转式船用柴油机。由于转向的限制，故目前除了某些高速小型柴油机尚有采用这种机构外，大功率船用柴油机已很少采用。

主、副连杆式曲柄-连杆机构的特点是副连杆的下端不直接连接在曲柄销上，而连接在主连杆大端上，形成关节式运动，因此又常称“关节连杆式曲柄机构”。它在一档曲柄上能够同时带动几套副连杆工作，所以它是“W型、X型和星型”单轴多列式柴油机的标准运动机构，V型柴油机也常采用。

本章着重介绍正置式和主、副连杆式曲柄-连杆机构柴油机的动力性能。

第一节 正置单列式曲柄-连杆机构的运动学和动力学

图 4.1.1.2 为正置式曲柄-连杆机构的几何关系线示图。

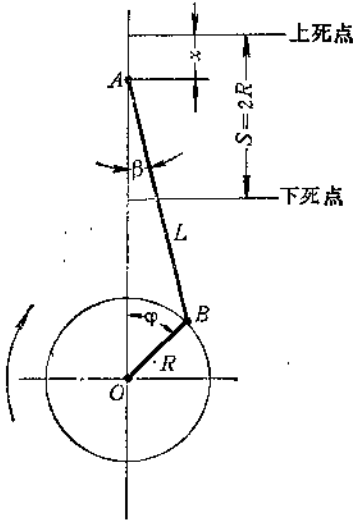


图 4.1.1.2 正置式曲柄-连杆机构的几何关系图

A —活塞销中心； B —曲柄销中心；
 L —连杆长度； R —曲柄半径；
 S —活塞行程，等于 $2R$ ； φ —曲柄转角；
 β —连杆摆角； λ —曲柄半径与连杆长度比， $\lambda = R/L$ 。

为了统一以后计算中的正负号，现规定：从柴油机自由端看，曲柄顺时针方向回转时，从上死点位置顺时针量向曲柄位置的曲柄转角 φ 为正，自气缸中心线向右量的连杆摆角 β 为正，活塞位移 x 从上死点位置向下量为正，反之均为负。

(一) 活塞的位移、速度、加速度

1. 活塞位移 x 的计算 当曲柄自上死点位置转过 φ 角时，活塞下行至 A 点处，相应位移为 x 。由图 4.1.1.2 的几何关系可得

$$x = R(1 - \cos \varphi) + L(1 - \cos \beta) \quad (4.1.1.1)$$

或

$$x = R(1 - \cos \varphi) + L(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}) \quad (4.1.1.2)$$

式中

$$\lambda = \frac{R}{L} = \frac{\sin \beta}{\sin \varphi} \quad (4.1.1.3)$$

在船用柴油机中 λ 值通常都小于 $\frac{1}{3.5}$ ，如果把式 (4.1.1.2) 按二项式定理展开并略去 λ^3 以上诸项，这样式 (4.1.1.2) 便可简化成

$$x = R(1 - \cos \varphi) + \frac{R}{4} \lambda (1 - \cos 2\varphi) \quad (4.1.1.4)$$

这就是常用的活塞位移近似式。

它可以视为两个简谐运动之和，它的物理意义可以用图 4.1.1.3 表示之。

活塞位移公式还可以用傅里叶级数形式来表示⁽¹⁾，即

$$x = R(a_0 + a_1 \cos \varphi + a_2 \cos 2\varphi + a_4 \cos 4\varphi + \dots) \quad (4.1.1.5)$$

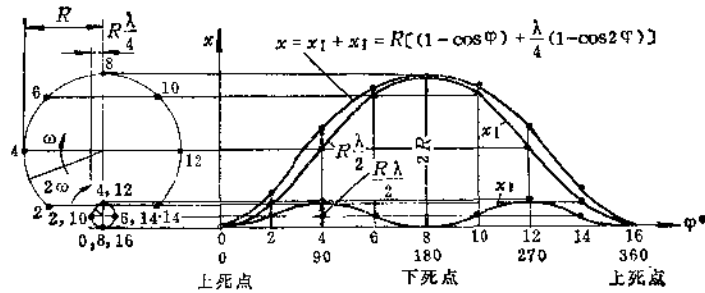


图 4.1.1.3 活塞位移曲线

式中

$$a_0 = 1 + \frac{1}{4} \lambda + \frac{3}{64} \lambda^3 + \frac{5}{256} \lambda^5 + \dots$$

$$a_1 = -1$$

$$a_2 = - \left(\frac{1}{4} \lambda + \frac{1}{16} \lambda^3 + \frac{15}{512} \lambda^5 + \dots \right)$$

$$a_4 = \frac{1}{64} \lambda^3 + \frac{3}{256} \lambda^5 + \frac{35}{4096} \lambda^7 + \dots$$

.....

.....

如果略去各系数中 λ^3 以上各项, 则所得结果与活塞位移近似式 (4.1.1.4) 相同。

式 (4.1.1.1) 可改写成 $\frac{x}{2R}$ 形式, 它表示活塞位移与它行程的相对值, 称为活塞位移系数, 即

$$\frac{x}{2R} = -\frac{1}{2} (1 - \cos \varphi) + \frac{1}{2\lambda} (1 - \cos \beta) \quad (4.1.1.6)$$

表 4.1.1.1 是在不同 λ 下, $\frac{x}{2R}$ 随曲柄转角 φ 变化的数值。

2. 活塞位移曲线的作图法 作图法的步骤如下 (见图 4.1.1.4):

- 第 1. 以 R 为半径作曲柄图;
- 第 2. 自圆心 O 处向下量取一段距离 $OO' = \frac{R\lambda}{2}$, 得 O' 点;
- 第 3. 自 O' 点作曲柄的平行线 $O'C$ 作曲柄圆的圆周于 C 点;
- 第 4. 自 C 点对气缸中心线作投影得 C' 点, 则 $\overline{B'C'}$ 为此曲柄位置 φ 时活塞的位移 x 。

这种作图法虽是近似的, 但误差很小。当 $\lambda = \frac{1}{3.5}$ 时, 最大误差约为 $\pm 0.0034 R$ 。

3. 活塞运动速度 v 的计算 将式 (4.1.1.1) 和式 (4.1.1.4) 对时间求导一次, 分别得

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = R\omega \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta} \quad (4.1.1.7 a)$$

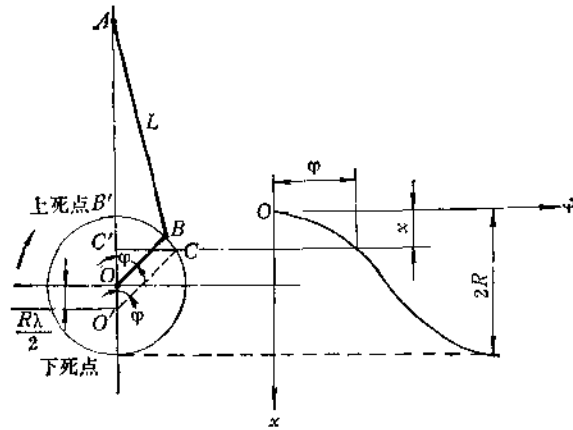


图4.1.1.4 活塞位移曲线的作图法

或
$$v = R\omega \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \sec \beta \right) \quad (4.1.1.7b)$$

和活塞运动速度的近似式

$$v = R\omega \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) \quad (4.1.1.8)$$

显然，活塞运动速度也可以看作两个简谐之和，其物理意义可用图 4.1.1.5 表示。

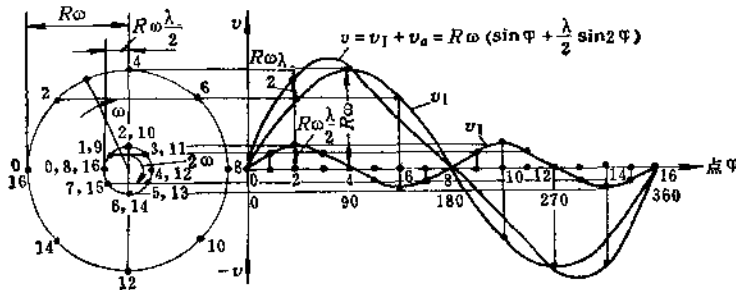


图4.1.1.5 活塞运动速度曲线

活塞运动速度公式也可以用傅里叶级数来表示，将式 (4.1.1.5) 对时间求导一次，即得

$$v = -R\omega (\alpha_1 \sin \varphi + 2\alpha_2 \sin 2\varphi + 4\alpha_4 \sin 4\varphi + \dots) \quad (4.1.1.9)$$

同样，如将公式 (4.1.1.7 a) 改写成 $\frac{v}{R\omega}$ 形式，则称为活塞速度系数

$$\frac{v}{R\omega} = \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta} \quad (4.1.1.10)$$

表 4.1.1.2 列出在若干不同 λ 下，活塞速度系数随 φ 变化的数值。

活塞在上死点和下死点时，其速度为零，这时活塞运动方向发生改向。对于活塞速度符号的选定是以上死点向下运动为正，反之为负。

活塞运动最大速度时的曲柄转角，可以由 $\frac{dv}{d\varphi} = 0$ 来求得。

$$\varphi_{v_{\max}} = \cos^{-1} \frac{1}{4\lambda} \left(\sqrt{1+8\lambda^2} - 1 \right) \quad (4.1.1.11)$$

则活塞运动速度的最大值为

$$v_{\max} = R\omega \sqrt{1 - \frac{1}{16\lambda^2} (\sqrt{1+8\lambda^2} - 1)^2} \left[1 + \frac{1}{4} (\sqrt{1+8\lambda^2} - 1) \right] \quad (4.1.1.12)$$

v_{\max} 一般是出现在曲柄转角 $\varphi = 90^\circ$ 之前。作近似计算时, 一般可认为是出现在 $\varphi + \beta = 90^\circ$ 时。这样, $v_{\max} \approx R\omega \sqrt{1+\lambda^2}$ 。

活塞平均速度 C_m

$$C_m = \frac{Sn}{30} \quad (4.1.1.13)$$

活塞 v_{\max} 与 C_m 之比是反应速度变化程度的一个指标

$$\frac{v_{\max}}{C_m} = \frac{R\omega \sqrt{1+\lambda^2}}{\frac{2}{\pi} R\omega} = \frac{\pi}{2} \sqrt{1+\lambda^2}$$

表 4-1-1-3 中列出不同 λ 时所出现的 v_{\max} 的转角 $\varphi_{v_{\max}}$ 以及比值 $\frac{v_{\max}}{C_m}$ 。

表 4-1-1-3 不同 λ 时的 $\varphi_{v_{\max}}$ 和 $\frac{v_{\max}}{C_m}$

λ	$\frac{1}{3.2}$	$\frac{1}{3.4}$	$\frac{1}{3.6}$	$\frac{1}{3.8}$	$\frac{1}{4.0}$	$\frac{1}{4.2}$	$\frac{1}{4.4}$	$\frac{1}{4.6}$	$\frac{1}{4.8}$	$\frac{1}{5.0}$
$\varphi_{v_{\max}}$	74°28'	75°10'	75°50'	76°26'	77°0'	77°32'	77°57'	78°28'	78°49'	81°20'
$\frac{v_{\max}}{C_m}$	1.637	1.631	1.626	1.622	1.617	1.614	1.607	1.605	1.603	1.602

4. 活塞运动速度的作图法 它可通过连杆运动的瞬时中心用作图法求得, 其步骤如下 (见图 4.1.1.6):

第一、以 R 为半径作曲柄圆;

第二、画曲柄转角为 φ 时的连杆中心线位置 \overline{AB} ;

第三、延长 \overline{AB} 与横坐标轴交于 D , 得 \overline{OD} , \overline{OD} 即为以 ω 为比例的, 此时的活塞运动速度值

$$v = \overline{OD} \cdot \omega.$$

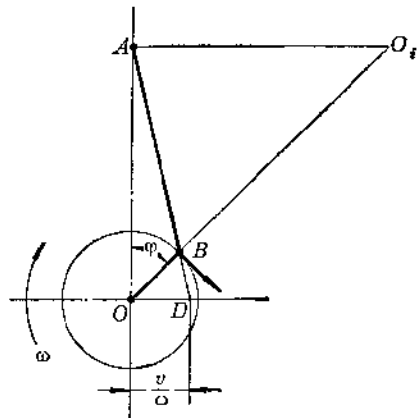


图 4.1.1.6 活塞运动速度的作图法

5. 活塞加速度的计算 将式 (4.1.1.7 a) 或 (4.1.1.7 b) 和式 (4.1.1.8) 对时间再进行一次求导, 就分别得到活塞加速度

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = R\omega^2 \left[\frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos \beta} + \lambda \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^3 \beta} \right] \quad (4.1.1.14 a)$$

$$\text{或} \quad a = R\omega^2 (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi \sec \beta + \frac{1}{4} \lambda^3 \sin^2 2\varphi \sec^3 \beta) \quad (4.1.1.14b)$$

和活塞加速度的近似式

$$a = R\omega^2 (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi) \quad (4.1.1.15)$$

显然，活塞加速度也可以看作是两个简谐运动之和，并可用图 4.1.1.7 表示。

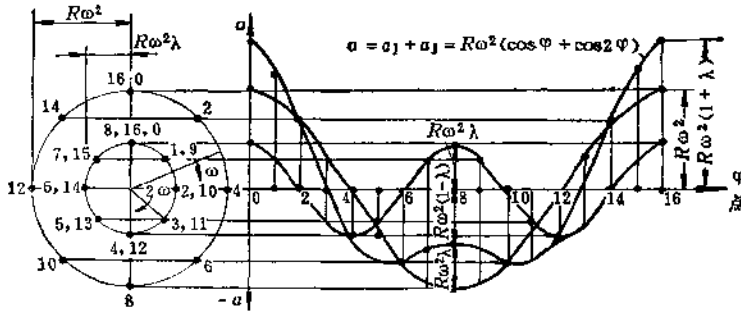


图 4.1.1.7 活塞加速度曲线

同样，活塞加速度的傅里叶级数形式，可以从式 (4.1.1.9) 对时间再次求导而得，

$$a = R\omega^2 (a_1 \cos \varphi + 4a_2 \cos 2\varphi + 16a_4 \cos 4\varphi + \dots) \quad (4.1.1.16)$$

如果忽略系数 a_1 、 a_2 、 a_4 ……中的 λ^3 以上各项，则所得结果同活塞加速度近似式 (4.1.1.15) 相同。

活塞的加速度公式也可以改写成 $\frac{a}{R\omega^2}$ 形式，称为活塞加速度系数。

$$\frac{a}{R\omega^2} = \frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos \beta} + \lambda \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^3 \beta} \quad (4.1.1.17)$$

表 4.1.1.4 列出在不同 λ 时的活塞加速度系数随 φ 变化的数值。

活塞加速度出现最大值和最小值的曲柄转角可由下式决定

$$\sin \varphi (1 - 4\lambda \cos \varphi) = 0,$$

即当 $\lambda \leq \frac{1}{4}$ 时。

在 $\varphi = 0^\circ$ 处出现加速度最大值 $a_{\max} = R\omega^2 (1 + \lambda)$;

在 $\varphi = 180^\circ$ 处出现加速度最小值 $a_{\min} = -R\omega^2 (1 - \lambda)$ 。

但当 $\lambda > \frac{1}{4}$ 时，

加速度最小值有两个峰值将出现在 $\varphi = 180^\circ$ 之前后， $\varphi_{a_{\min}} = \cos^{-1} \left(-\frac{1}{4\lambda} \right)$ 处，此时

$$a_{\min} = -R\omega^2 \left(\frac{1}{8\lambda} + \lambda \right).$$

至于活塞加速度等于零时的曲柄转角则应为

$$\varphi = \cos^{-1} \left(\frac{-1 + \sqrt{1 + 8\lambda^2}}{4\lambda} \right).$$

显然，这时也就是活塞速度最大值 v_{\max} 的曲柄转角的位置。

表 4-1-1-4 活塞加速度 $\left(\frac{a}{R\omega^2}\right)$ 系数表

φ (度)	A												φ (度)
	1/3.2	1/3.4	1/3.6	1/3.8	1/4.0	1/4.2	1/4.4	1/4.6	1/4.8	1/5.0			
0	1.31250	1.29412	1.27778	1.26316	1.25000	1.23810	1.22727	1.21739	1.20833	1.20000	360		
5	1.30429	1.28613	1.26989	1.25566	1.24257	1.23063	1.22015	1.21040	1.20147	1.19325	355		
10	1.29799	1.28030	1.26467	1.25089	1.23816	1.22633	1.21585	1.20610	1.19717	1.17309	350		
15	1.29397	1.22298	1.20846	1.19550	1.18387	1.17336	1.16383	1.15514	1.14718	1.13987	345		
20	1.18387	1.16882	1.15569	1.14401	1.13384	1.12410	1.11585	1.10776	1.10063	1.09409	340		
25	1.11355	1.10066	1.08931	1.07924	1.07024	1.06214	1.05482	1.04816	1.04209	1.03651	335		
30	1.03016	1.01963	1.01041	1.00227	0.99501	0.98851	0.98265	0.97733	0.97249	0.96805	330		
35	0.93487	0.92707	0.92030	0.91437	0.90911	0.90442	0.90021	0.89641	0.89296	0.88961	325		
40	0.82931	0.82457	0.82052	0.81702	0.81397	0.81127	0.80888	0.80673	0.80480	0.80305	320		
45	0.71533	0.71390	0.71279	0.71191	0.71120	0.71063	0.71016	0.70977	0.70944	0.70917	315		
50	0.59498	0.59704	0.59899	0.60084	0.60256	0.60418	0.60569	0.60710	0.60842	0.60965	310		
55	0.47047	0.47607	0.48114	0.48572	0.48990	0.49371	0.49719	0.50040	0.50335	0.50608	305		
60	0.34411	0.35320	0.36130	0.36857	0.37511	0.38104	0.38643	0.39136	0.39588	0.40004	300		
65	0.21825	0.23063	0.24159	0.25186	0.26011	0.26609	0.27157	0.27651	0.28169	0.28765	295		
70	0.09550	0.11054	0.12405	0.13604	0.14675	0.15639	0.16511	0.17303	0.18027	0.18690	290		
75	-0.02285	-0.00504	0.01060	0.02444	0.03678	0.04766	0.05786	0.06695	0.07523	0.08282	285		
80	-0.13395	-0.11426	-0.09702	-0.08180	-0.06823	-0.05607	-0.04511	-0.03516	-0.02609	-0.01780	280		
85	-0.23642	-0.21557	-0.19794	-0.18124	-0.16683	-0.15410	-0.14254	-0.13205	-0.12251	-0.11377	275		
90	-0.32898	-0.30773	-0.28916	-0.27277	-0.25820	-0.24515	-0.23338	-0.22272	-0.21301	-0.20412	270		
95	-0.41073	-0.38988	-0.37165	-0.35556	-0.34124	-0.32841	-0.31685	-0.30637	-0.29682	-0.28808	265		
100	-0.48125	-0.46156	-0.44432	-0.42909	-0.41553	-0.40337	-0.39240	-0.38246	-0.37339	-0.36509	260		
105	-0.54049	-0.52267	-0.50704	-0.49320	-0.48086	-0.46978	-0.45977	-0.45069	-0.44241	-0.43482	255		
110	-0.58884	-0.57350	-0.55999	-0.54800	-0.53729	-0.52765	-0.51893	-0.51101	-0.50377	-0.49714	250		
115	-0.62699	-0.61460	-0.60384	-0.59388	-0.58513	-0.57723	-0.57007	-0.56355	-0.55758	-0.55211	245		
120	-0.65599	-0.64680	-0.63870	-0.63143	-0.62489	-0.61896	-0.61357	-0.60864	-0.60412	-0.59956	240		
125	-0.67688	-0.67108	-0.66602	-0.66143	-0.65725	-0.65345	-0.64996	-0.64676	-0.64380	-0.64108	235		
130	-0.69059	-0.68854	-0.68658	-0.68474	-0.68301	-0.68139	-0.67988	-0.67847	-0.67716	-0.67592	230		
135	-0.69888	-0.70031	-0.70142	-0.70230	-0.70301	-0.70358	-0.70405	-0.70444	-0.70477	-0.70505	225		
140	-0.70278	-0.70752	-0.71157	-0.71506	-0.71812	-0.72082	-0.72321	-0.72536	-0.72729	-0.72904	220		
145	-0.70344	-0.71123	-0.71800	-0.72394	-0.72920	-0.73388	-0.73809	-0.74189	-0.74534	-0.74849	215		
150	-0.70189	-0.71242	-0.72164	-0.72978	-0.73704	-0.74354	-0.74940	-0.75472	-0.75957	-0.76400	210		
155	-0.69906	-0.71195	-0.72330	-0.73337	-0.74238	-0.75047	-0.75779	-0.76445	-0.77053	-0.77610	205		
160	-0.69572	-0.71057	-0.72369	-0.73537	-0.74585	-0.75529	-0.76384	-0.77163	-0.77875	-0.78529	200		
165	-0.69248	-0.70887	-0.72339	-0.73635	-0.74798	-0.75849	-0.76802	-0.77672	-0.78467	-0.79199	195		
170	-0.68932	-0.70732	-0.72285	-0.73573	-0.74820	-0.76048	-0.77203	-0.78280	-0.79286	-0.79962	190		
175	-0.68810	-0.70626	-0.72240	-0.73583	-0.74982	-0.76356	-0.77724	-0.79081	-0.80426	-0.81761	185		
180	-0.68750	-0.70588	-0.72222	-0.73684	-0.75000	-0.76319	-0.77727	-0.79126	-0.80516	-0.81896	180		