数字計算机中的算术运算

R. K. 理查德

科学出版社

數字計算機中的算術運算

R. K. 理查德著

科　學　出　版　社

1959

R. K. RICHARDS

ARITHMETIC OPERATIONS IN DIGITAL COMPUTERS

THIRD PRINTING

D. VAN NOSTRAND COMPANY, INC.

Toronto·New York·London

1955

內 容 簡 介

本書較詳盡地論述了數字計算機中的算術運算，從它所用的符號系統起直到如何使計算機以自動方式進行一長串的算術操作為止，本書都作了系統的闡明。對於數字計算機的運算電路、編碼系統這些問題的了解有很大幫助。至於具體的計算機元件和物理結構只有在問題涉及到運算的方式和效果時才談到。本書可供計算機使用者和設計者作參考。關於計算機的邏輯設計方面，它是目前所能看得到的比較好的一本書。

數字計算機中的算術運算

R. K. 理查德 著

*

科 學 出 版 社 出 版（北京朝陽門大街 117 號）
北京市書刊出版業營業許可證出字第 061 號
商務印書館上海印刷廠印刷　新華書店總經售
*
1959 年 3 月第一版　書號：1665　字數：309,000
1959 年 3 月第一次印刷　開本：850×1168 1/32
(滬) 0001—10,510　印張：12
定價：(10) 2.00 元

序　言

在學習數學時首先學到的東西中就有執行基本算術操作（尤其是加、減、乘、除)的規則和手續。這些規則和手續在學校裏講授時，大部分僅着重於怎樣在手中只有一枝鉛筆和一張白紙作爲唯一工具的時候，能算得最簡便而迅速。然而在設計較靈巧的計算工具時往往必須，或者最低限度地需要創造一些新的方法來進行各種算術操作。

編寫這本書就是要指出“鉛筆和紙”的規則與手續應用到計算機上時的不足之處，並說明在通常稱之爲“數字計算機”的這類機器上爲進行算術操作而作出的各種方案中的一些較重要的地方。爲了領會各種不同方案的特點，當然還必須考慮其他的許多方面，他們所涉及的範圍從所用的符號系統起直到如何使計算機以自動的方式進行一長串的算術操作爲止。換句話說，可以認爲本書是用來回答“數字計算機是怎樣工作的?”這一問題的。

設計計算機時，不僅要考慮到執行算術操作的方法，同時也要將那些與量的符號表示法有關的基本概念作精密審查。因此，在說明計算機的作用時，就以討論在計算中表示數量的符號系統作爲開始。對於實際的元件，綫路，及其他在設計計算機時應考慮的工程上的細節問題則較少注意。然而這些細節對於現有各種運算方法之選擇却有很大影響，所以從工程觀點來分析各種綫路方案的優點和缺點，在本書中從頭到尾都着重指出。大部分執行算術操作的方法是通過“作用(功能)框圖”來說明的，並且認爲任何一組能產生所指定的作用的實際元件都可以用進去。在任何開始的地方，總是先引入一布爾代數的表示符號，並將它廣泛地用作表示框圖的便利方法，在許多場合下又作爲借以尋找改進方法的工具。

描述算術操作本身時，把用在二進位制中和用在十進位制中的方法分成兩章敍述。這樣分開來講是由於從機器的觀點看來，

兩種操作是迥然不同的，雖然由數學的觀點看來，除進位數不同外，兩種進位制是相似的。另一方面，大多數與計算機的結構組織以及爲使它進行一長串算術操作的程序設計問題有關的重要觀念却與二進位或十進位之性質無關。由於我們把操作的原理放在第一位，因而也就不再企圖對任一具體機器給以完全而詳細的描述，雖然有些時候的説明是仿做某些看來是某類典型的機器的。說明程序設計的原理時，用了一個簡化的"標樣"機器作爲模型。用這種方法就可說明程序設計中的重要觀念而用不着去敍述一些細節，這些細節在實際機器中縱然是很需要知道的，但在此却容易引起說明中的混亂，而且在不同的機器中它們可能是完全不同的。

R. K. 理查德

目　錄

第一章
量的符號表示法

對於那些熟悉了通常的算術過程的人來說，用什麼符號來表示各種不同的量可能是不會產生問題，甚至也沒有什麼選擇的餘地的。阿拉伯數字及十進制小數點，加(正)減(負)號，指數等等，不論在中學的算術或更高級的數學中應用起來都是同樣良好的，因此沒有什麼明顯的理由來說明，爲什麼同樣這些符號不適於用在計算機中。在某些範圍內，這些符號是可以採用的；而且由於它們已經制定得很完備了，當然也希望儘可能地多採用它們。但是也很難期望，一直沿着用鉛筆和紙的手算過程中發展出來的這套符號系統，當過渡到機器計算的場合下，仍然會是最合乎要求的。將十進位制用到計算機中，特別是企圖用到運算器或機器裏實際執行計算過程的部分中時，會產生許多問題。由於這些問題，往往希望將十進位制加以修改(有時是很大程度上的修改)使計算與機器的操作相適應。在某些場合下，發現爲了方便起見，要將十進位制完全拋棄而代之以別的進位制，即熟知的二進位制。二進位制將在以後詳細敍述。

依靠適當地選擇符號系統，可以提高計算速度(在其他因素不變條件下)，節省電子管、繼電器和其他元件，這些都是機器設計者所熟知的。但同樣重要的事實是：僅僅符號系統的特性也可以在不小的範圍內促進或妨礙數學的進展。例如，羅馬數字系統就給羅馬人在數學工作上帶來很多困難。作爲另一個例子，歐洲大陸上萊布尼茲及他的同事們之所以在一段時間內在微積分學的發展上遠遠超過在英國的牛頓及其同事們，很大的程度上是由於英國人採用一個笨拙的符號系統，而那時德國人却有着表示運算及其中所包含的思想的更有效的方法。

如果不是不可能的話，很難最終地斷定用於機器計算中的最好的符號系統是什麼。不僅如此，也可能對爲某一目的而設計的計算機是最適合的系統，對爲另一目的而設計的機器却完全不合適。但是通過符號及其所代表的量之間的關係，可以指出不同的符號系統的特色和特性。雖然目前已經有了相當廣泛的可用於計算機中的各種符號，但最好記住還可能發現更進一步的變形，甚至完全新型的系統，從而可以大大增加計算機的效能。

零 需要給以符號的最簡單最基本的量之一就是與"沒有任何東西"所對應的量，即零。零的常用符號是 0，它可以被想像爲代表一個洞或空的容器。每一個熟悉阿拉伯數字的人都熟知符號 0，在這裏加以闡述可能顯得無聊可笑。但是在討論計算機時，這一點不是沒有意義的，因爲在某些應用中 0 並不是一個方便的符號，且事實上往往採用其他的符號。其中之一便是 999999，另一個是 0011。採用這些符號的理由是各不相同的，它們在很大程度上有賴於所考慮的該計算機之性質與目的。運算可靠性、在一旦發生錯誤時將它們檢查出來的能力、元件數目的節省（我們只略舉一二）等等這些因素使得在設計計算機時產生的問題與大家熟悉的用鉛筆和紙的方法計算時所產生的問題是截然不同的。採用一個不習慣的符號代表零的一個所意料不到的理由是：當在計算機內部使用這不習慣的符號時，比起採用熟悉的符號來實際上更容易使計算機印出所熟悉的符號。其中的詳情及其他理由只有在討論了某些其他題目之後才能瞭解。

壹 單獨的一個或個體稱之爲壹，可用符號 1 表示。這符號很容易由一條手指或棒或一些用來計數的形狀相似的物體導出。正好像零的情形一樣，表示壹的符號可以並且往往被修改以適應機器的需要。附帶說明，這些修改並不僅僅是以一種形狀的字體代替另一形狀的字體。寫在紙上的符號的形狀對機器來說是毫無關係的，因爲除了印刷最後結果的部分之外，機器並不處理印刷形式的訊息，而印刷機構的字體可以任意地設計而絲毫不影響計算。若數據是以印刷形式進入機器，則某些形狀的符號可能比其他形

狀的符號更容易區別與辨明；但在所有存在的機器中，輸入器是屬於另一種性質的，如穿孔卡片或磁帶之類。 當修改涉及字體的數目，一羣字體中每一字體的意義及其位置時則對計算是有影響的。

貳 爲壹加壹，即貳，選擇這個符號時共有三個截然不同的路綫可以遵循。

一個人在發明建立他自己的符號系統時對於貳最顯然的選擇或許是將兩個1並列地放在一起。 在研究古人的系統時，的確發現這一選擇是相當普遍的。直到今天尙爲人熟知的羅馬數字系統就用了這一記號來表示貳。以前說過，羅馬數字是笨拙的，運算起來比阿拉伯數要困難得多。 由於這一原因，除了應用在簡單的計數場合——如一套書中用來指示卷數或在建築物基石上記載日期——以外，阿拉伯數字完全代替了羅馬數字。當然，說羅馬數字系統之所以笨拙只是由於它所選擇用來代表貳的符號不好，是會引起爭論的。 眞正的困難是由於它對大的數所選擇的符號所引起的，設計一個對計算機有用的用兩個1代表貳作爲基礎的系統是否可能將不予考慮，並且目前也尙未找到比較有效的這種系統。

表示貳的符號的另一選擇是簡單地用一個與0或1的形狀都不相同的字體。阿拉伯數字2就是這種選擇方法的一例。

第三種想法是用與表示零和壹的相同的符號，但安置成這樣一種狀態，使它們的意思是貳。 基於這種想法且得到頗多的採用的一個方案，就是正如代表壹一樣，仍舊用符號1來代表貳，但是被安置在另一個位置。這樣，爲了指出這個1是在另一位置，通常在原來的位置上放一個0。 數的二進位系統就是這種記數法的繼續推廣。

叁及更大的數 沒有什麼不能用之於零、壹、貳，而對叁及更大的數的符號的選定，却很顯然的特別的新想法。 叁可以用三個1、一個新的符號如3來表示、或用一個在另一位置上的1和在原來位置上的1通過二加一的意義來表示。若在另一位置上的1是用來表示叁，則在原來的位置應放上0；數的三進位制的符號系統中就包含了這一做法。

對大於叁的整數，所有上述的過程都可以引伸下去，但是寫許多的1或用很多不同的符號來表示大的數目顯然是不實際的。雖然這兩種系統的任一種本身對大的數目來說是不切實際的，但將它們結合起來却並非完全不能實行的。例如，可以對壹、拾、佰、仟等等給以符號，任何有限整數都可以用相當數目的這種符號寫成任意的序列或一定的相對位置來表示。但是還沒有找到以這種結合爲基礎的特別成功的系統。羅馬數字系統就與此相似，只是還有另外的麻煩。

利用很少數不同的符號及用它們的相對位置表示數值的方法使得算術得到了最大的進展。以熟知的方式來使用的由0到9的十個阿拉伯數字就是這一類型系統中最突出明顯的一個。

進位數 系統中（例如阿拉伯數字系統）所使用的符號的數目稱之爲該系統的進位數。各種不同數制的考慮，特別是對用於數字計算機中可能性的考慮，大多限於阿拉伯數字型式的系統，只是在進位數的選擇上有所不同。進位數被選爲十是遠在計算機的概念出現之前，可能是爲了便於用手指計數。基於這一理由，十進位這一抉擇是很好的。但是當不用手指計數時，一些其他的進位數可能更好。時常提到十二進位的好處，這一進位數的確在一些方面採用，如時鐘計時，及對鷄蛋、釘子與其他以打爲單位物品的計數。用十二的好處主要是由於它比其他較小的整數能被更多的數除盡。在設計計算機時，十二不比十具有什麼突出的優點。但是對於按某些方向設計的計算機來說，某些進位數確比十有本質上的優越的地方。"按某些方向設計的計算機"這句話很重要，因爲的確有這樣的方案來設計計算機使得各種進位數（例如八、十或十一等）對它來說是差不多一樣的。對於那些進位數的選擇能引起重大差別的設計方案來說，進位數二、八和十六有最大的可能性。實際上，進位數二是所知道的能够本能地提供任何改進的唯一的系統。進位數八和十六之被提出，是因爲它們可以在與進位數二的設計本質上相同的方案中應用，除了數據和結果的印刷表示以外，這些情況下可以把它們看成一羣想像的二進位數。把數

印成二進位系統是不希望的，因爲要處理一大堆只包含0和1的數字而不出錯是很不容易的。

迄今所知，進位數中只有二、三、八、十、十二和十六曾被認眞地考慮過是否用於計算機中。而其中實際上被採用的就更加有限，事實上，還不知道有什麽計算機採用了不是二或十的進位數。一個很小的例外是至少已有兩個公司曾經造出八進位的電動台式計算機，其目的是爲了對二進位機器所作的計算提供人工檢査的方法；因此將它們歸入同一範疇是不大合理的。

數碼和數　按定義，數碼是代表一個整數量的單獨符號或字體。數則是由一羣數碼所代表的量。數碼 d_i 和數 N 之間通常的關係可由下列的數學關係表達：

$$N = d_0 + d_1R + d_2R^2 + d_3R^3 + \cdots\cdots$$

其中 R 是數字系統所用的進位數（也是一個整數）。通常還有附加的，但不是必須的條件，即數碼符號的個數與進位數應相等且 $0 \leqslant d_i < R$。

在計算機中還常用另一名詞："字"來代表一羣數碼，但在字中的各位可以有任意廣泛的意義，"字"和"量"之間沒有任何必然的聯系。

標準的做法是將數中的數碼寫成與上述表示式相反的次序；即：

$$N = \cdots\cdots d_3\,d_2\,d_1\,d_0$$

在這一方式中，數碼由左至右按其作用意義逐次降低的次序排列，數碼的作用意義與該數碼有所變化時在N中所引起的變化的程度有關。名詞"位"也和數碼的作用意義相聯用，意思是數碼在一羣中的位置，以位的高低分別指示數碼的作用意義的大小。由閱讀是從左至右的觀點看來，將高位的數碼放在左邊是合理的，因爲這樣做法比起將低位的數碼放在前面的做法更容易一眼看出該數的相對大小。雖然數碼在紙上的排列是無關緊要的，但在設計計算機時，先讀高位的數碼有時造成相當的困難。在一些小計算機中，數據是由操作者用電鍵一個數碼一個數碼地直接送入運算器裏，

這時這一困難就顯得特別突出；因爲，一般說來對數碼以降位方式出現的數進行計算是不方便的。

在印出數碼時，則要求稍有不同。舉例說，習慣上把數字 0076 寫成 76，在最高位非零數碼以上的零不予寫出。在計算機中並非像記在紙上的那樣通常不存在這些零，因此必須有一種避免印出這些多餘的零的方法。如果是按升位的次序每次一個數碼的方式印刷，則避免多餘的零的要求很難做到；反之，若按降位的次序印刷，則這一點是較容易實現的。

與數碼有關的“有效”一詞具有稍微不同的意義。一個數碼是有效的，如果它不是位於最高位非零數碼之上的零，並且已知或確信它對於精確表達該數所表示量的大小是有關緊要的話。如果由於捨入誤差、測量的不精確性或其他原因，某一數碼對於精確地表示量的大小被認爲是無關緊要的話，則該數碼稱作“無效”的。若一數碼由於不精確而是無效的，當然所有更低位的數碼也都是無效的。

到這裏，用不着講就知道所謂“數字”計算機是一個計算儀器，它所採用來代表被計算量的數是由數碼組成的。對一些純粹數學興趣方面的計算，數和數碼是目的而不是手段(方法)，但是在兩種情形下計算機的功能是同樣的。在數字計算機中，各數碼是由各種物理量——包括距離、角度、時間、電位、磁化强度及其他等等的不同離散狀態來表示。被計算的物理量，通過數碼和數之媒介與計算機中的物理相關聯，而數碼和數則是用來在計算機中便於進行計算的符號。

有另一類計算機即熟知的“模擬”計算機，它與數字計算機有兩個基本方面的區別。模擬計算機中物理量的變化是連續的而不是離散步進式的，並且它不是通過中間符號而是直接表示被計算的物理量。由於本書的題目是數字計算機，所以關於模擬計算機就不再多講了。

通過進位數的選擇以節省存儲“空間” 選擇進位數時，常常提到的一個因素就是存儲一定的數量訊息所需設備的多寡。這一

因素在設計計算機時是值得關心的，因爲往往必須，至少是暫時地，將輸入數據、中間計算結果、最終計算結果這些數存儲在計算機本身之中。此外，在一些計算機中，對某一問題的"程序"和其他數量訊息是用同樣的符號系統存儲在同一存儲器中。

爲了討論存儲一個數所需設備的多少，必須考慮到設備的性質。可以假定存儲一個數碼所需的設備是和該數碼的進位數成正比的。也就是需要兩個單位的設備來代表一個二進位數碼，三個單位代表三進位數碼，十個單位代表十進位數碼等等。在某些場合，這一假定是近似正確的。若存儲器是一個機械輪子，則輪齒或插銷的數目將正比於進位數。同樣也可以設計一電子存儲設備，其中所需眞空管的數目正比於該綫路穩定狀態的數目。很容易設計一個採用兩個三極管的綫路，具有兩個穩定狀態因而可以存儲一個二進位數碼，以綫路處於某一狀態指示 0，處於另一狀態來指示 1。也不難用三個三極管做一個具有三個穩定狀態的綫路來存儲一個三進位數碼。引伸下去設計一個用十個三極管具有十個穩定狀態的綫路也是可能的，但這樣的綫路一般不可靠，且不能令人滿意。解決問題的另一途徑是採用好些個具有兩個三極管和兩個穩定狀態的綫路。這時，對進位數十就要用十個雙三極管綫路，並使得在任一時刻有其中之一且僅有其中之一綫路處於某一平衡狀態而其餘的綫路都處於相反的平衡狀態。雖然用了雙倍數目的三極管（$2R$ 個，R 是進位數），但可以用這種形式設計出可靠的綫路，而對於一個數碼所需之設備的多少與進位數成正比的假設仍然是被滿足的。

若 n 是數的位數，$R^n = N$ 就是這些數位所能代表的最大訊息量的一種度量，同時也等於整個數位表達設備的各種穩定狀態的數目。按上述假設，存儲所需要的設備量正比於 nR。n 和 R 兩者通常都應是整數，因此當進位數有所變動時 N 必有少許的變化。因而，各種進位數的存儲效率的精確比較是困難的，但爲了說明起見，假設將 N 維持不變而變更 R。則 $n(\log R) = \log N = K$ 是一常數。所以，設備的多寡是正比於 $KR/\log R$ 的。爲了決定存

儲效率最高的進位數,應求出 $R/\log R$ 的極小值。藉求 $R/\log R$ 對R的導數的方法,得出當 $R=e\approx 2.718$ 時有極小值,然而非整數的進位數的意義是很難想像的。選幾個進位數列爲下表更有用一些:

進位數	$R/\log R$
2	6.64
3	6.29
4	6.64
5	7.15
8	8.86
10	10.00
12	11.12
14	13.29

表中指出進位數三是最有效的,進位數二和四則比三稍差,而十或更高的進位數則遠遠遜色。

必須記住,這一結果是在作了相當束縛的假定(即存儲一數碼的設備量正比於該數碼的進位數)之後得出的。對這一假定可提出好些異議,因爲它很少能應用到任何實際例子中去。甚至在齒輪存儲器的情况下它都不能很好地應用。因爲除了輪齒之外還需要更多的設備才能做成一個完整有用的機械存儲器。事實上在這一場合下,附加的設備添加了如此多的麻煩以致對進位數進行有意義的比較幾乎是不可能的。

在雙三極管綫路的情形每一綫路具有兩個穩定狀態,產生了與上述假設另一個不一致的地方。以例說明就是沒有必要用十個這樣的綫路來存儲一個十進位數碼,這是因爲每一綫路在其功能上是獨立的。四個各具有兩個穩定狀態的獨立綫路已足够來存儲一個十進位數碼,因爲四個在一起整個說來可處於 $2^4=16$ 狀態中的任一穩定狀態。其中六個穩定狀態可以摒棄不用,剩下的十個則用來表示數碼。用了這樣的方案,進位數三顯然比進位數二拙劣得多。爲了存儲一個三進位數碼必須用兩個雙穩的雙三極管綫

路，四個可用的穩定狀態中只用了三個，一個被浪費掉。爲了存儲一個二進位數碼，只需要一個雙三極管綫路，沒有浪費狀態的情況。由於不存在這種浪費，當採用雙穩存儲元件時，沒有任何進位數在存儲空間方面比進位數二更經濟，當然任一以2的自乘方爲進位數只要每一數位適當地編碼，也是同樣經濟的。例如，若用三個雙三極管綫路來存儲一個八進位數碼，所有穩定狀態可能的組合都要用來指示該八進位數碼所有可能取的值。在這一方面八進位系統實際上和二進位系統沒有區別；八進位數碼可以看成三個一羣的二進位數碼。

用於計算機中絕大多數的型式的存儲器都在本質上具有二進位的性質，例如上述的雙三極管綫路便是。其他的例子：卡片或紙帶上穿孔和未穿孔，繼電器觸點是開的還是由於吸引綫圈的作用而閉合，延遲綫存儲器中有脈冲在循環或該脈冲不存在，威廉姆斯靜電存儲管中的一“點”或一“劃”，以及磁帶的某一小面積上向某一方向磁化或向相反的方向磁化。機械計數輪是少數例外中之一。上述具有二進位特性的器件之中，有些可以想法以十進位方式使用，例如用磁化的强度和方向來指示十進位數碼之值，但是如何使器件這種特性可靠這一方面所收的成效很少。

若採用了本質上是二進位的存儲元件，則產生一問題，即：當由十進位制轉到二進位制時，究竟可以節省多少存儲空間？這一問題可解决如下：存儲 d 位的十進位數所需存儲元件的數目 $D = Ad$[1]。這一數所能表示的不同狀態的最大數目 $M = 10^d$。相似地，存儲 b 位的二進位數共需 $B = b$ 個存儲元件，所能表示的不同狀態的最大數目是 $M = 2^b$。對於給定的要存儲的訊息量，有

$$10^d = 2^b \quad 即 \quad 10^{0.25D} = 2^B$$

解這一方程得 $B \approx 0.83\,D$。換言之，由每一數碼需要四個存儲元件的十進制轉到二進制時大約節省了17%。

爲了表明上述結果，考慮用40個存儲元件做成的十位十進數的存儲器。一個與之大小差不多的二進位數 $2^{33} = 8,589,934,592$ 可

1) 譯者註：式中 A 表示每一個十進數碼所需的存儲元件，在這裏，它等於4。

以存在由33個存儲單元裏。節省程度近似地和計算結果相一致。

在存儲空間保持一定的前提下，比較採用不同進位數時它們所能存儲的訊息量是很有興趣的。舉例說，有四個存儲元件，當用十進制時，它可以記錄十種不同情況中任一種，而用二進制時可記錄十六種不同情況中的任一情況。超過了60%。用32個存儲元件，則相應的數目是 10^8 及 $2^{32} = 4,294,967,296$；指出超過了4000%。若訊息被定義成與可能的不同狀態的數目成正比時，這一比較是有用的；但是這一定義並不很令人滿意。將訊息量定義成與不同穩定狀態的數目的對數成正比要好一些。採用對數的理由可以通過一個簡單的例子來說明。設有 L 個英文字母寫在一頁紙上。由於字母表中共有26個字母，不計空白，句點等等，則在這頁紙上可有 26^L 種不同的排列。在整個兩頁紙上可出現的不同排列的數目是 26^{2L}。這兩個數量的對數之比是2，它指出一般所接受的事實即在兩頁紙上比一頁紙可寫上雙倍的訊息。根據後一定義，訊息量之比是

$$\frac{\log 10}{\log 16} = \frac{\log 10^8}{\log (4.29)\cdot 10^9} \cong 0.83$$

與前次的結果相一致。

用二進位制比十進位制可節約存儲空間17%這一點或許是值得重視的，但很可懷疑在這兩系統間進行抉擇時是否就依這一因素而定。在各個系統中所能採用或者必須採用的計算機元件和線路在性質上有更加顯著的差別。

其他可能的符號系統　雖然僅僅只有阿拉伯數字系統或者與它相似而有不同進位數的系統的效果比較好並得到廣泛採用，但還可舉出某些其他的系統來。雖然零是純一數制在邏輯上的起始點，但可以用來作起始點的並不僅僅限於零。事實上，就歷史過程來看人們是在正整數被長期廣泛應用之後才認識零。用來表示正整數的符號也可以表示零。譬如 $1-1$ 即1減去1，就是一種可能的方案。創制一符號系統的另一想法是將一羣符號中的某些符號和該羣中另一些符號相乘。例如規定23代表2與3相乘之

值，即六。類似這種性質的方案很容易想出更多的出來；但由於它們沒有實際價值，因此不再進一步討論它們。

一個受到較多注意的系統叫做“反射的二進位”制；這一名稱是由造出它的一個簡單方法而來的。反射二進位制的特點是在相繼兩個整數的表達形式之間，僅僅只在一個數碼上有所區別。系統以習慣的 0 代表零，1 代表壹作爲開始。對於貳和叁，先以相反的次序寫出 0 和 1，然後在第二個數碼上放一個 1 以和零與壹相區別 0。這樣，零、壹、貳、叁的表示分別是 00、01、11、10。由肆到柒，這些符號再以相反的次序重複並以第三位上的 1 來和零到叁相區別。由捌到拾伍的符號用相似的方法造出。下面列出由零到拾伍的符號表以更清楚地表示出這一過程：

零	0000	捌	1100
壹	0001	玖	1101
貳	0011	拾	1111
叁	0010	拾壹	1110
肆	0110	拾貳	1010
伍	0111	拾叁	1011
陸	0101	拾肆	1001
柒	0100	拾伍	1000

上述方案還可以有許多種變形。將任一數碼列和其他一列相對調便是其中之一。事實上，只須以雜亂的方式每次調換一數碼便不難得出這樣一個系統。下面是一個例子：

零	0000	捌	0110
壹	0001	玖	1110
貳	0011	拾	1111
叁	0111	拾壹	1011
肆	0101	拾貳	1001
伍	1101	拾叁	1000
陸	1100	拾肆	1010
柒	0100	拾伍	0010