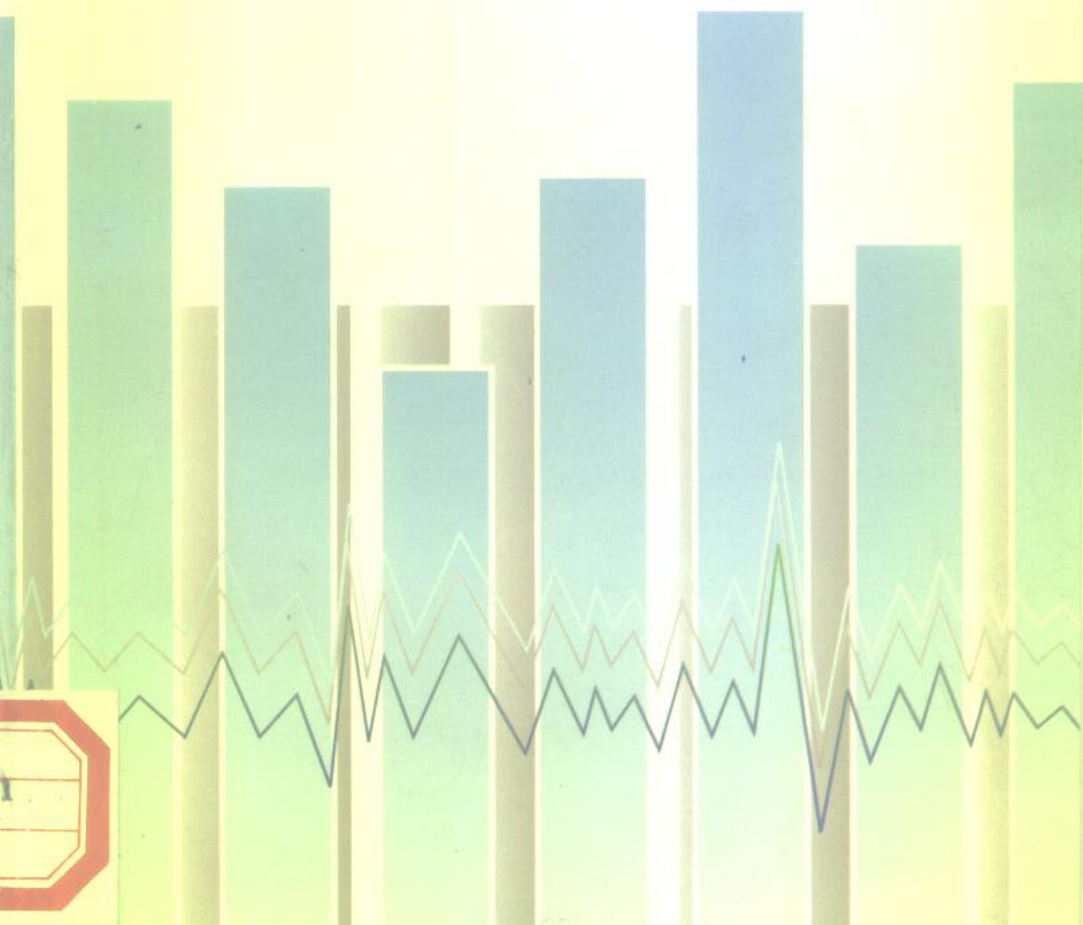


机械振动与模态分析基础

许本文 焦群英 编著



机械工业出版社

TH113.1

X70

机械振动与模态分析基础

许本文 焦群英 编著



机械工业出版社

本书是一本机械和结构动态分析的简明著作,是解决机械与结构的振动(强度)和噪声(舒适性)问题的基础。前半部分讲述线性振动的经典理论及应用,包括单自由度系统、多自由度系统和弹性体振动;后半部分讲述模态分析理论及测试技术、频域及时域的参数识别方法、灵敏度分析和结构动力修改。书中还介绍了模态分析技术在各个领域应用的文献,供读者参考。

本书可供机械类、车辆、动力和建筑等专业的高年级大学生、研究生和工程技术人员使用。

DZ81/02

图书在版编目(CIP)数据

机械振动与模态分析基础/许本文,焦群英编著. —北京:机械工业出版社,1998.8

ISBN 7-111-06500-X

I. 机… II. ①许… ②焦… III. 机械振动-模态-振动分析 IV. TH113.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 19596 号

出版人:马九荣(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:吴柏青 李万宇 版式设计:冉晓华 责任校对:张莉娟

封面设计:姚毅 责任印制:王国光

机械工业出版社京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

1998年8月第1版第1次印刷

850mm×1168mm¹/32·10.5印张·271千字

0 001—3000册

定价:18.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

前 言

这是一本机械和结构动态分析的基础理论著作,奉献给有志于提高我国机电产品的性能、质量和市场竞争力的中青年科技工作者,特别是机械类各专业的高年级大学生、研究生和工程技术人员使用。

现代机械不断向高速、轻量、低能耗和高性能发展,机械和结构的振动与噪声问题日益突出,故在机械和结构的设计与制造过程中,必须进行机械和结构的振动特性分析。对样机进行振动模态试验,已成为新产品研制中不可缺少的重要步骤。生产发展的需要,促使振动的模态分析技术在近20年中得到迅速的发展,并在航空、航天、车辆、机床、电机、船舶、建筑等行业中得到广泛的应用。因此,机械振动和试验模态分析的理论,已经成为现代工程技术人员必备的知识。

对力学和振动专业的读者,已有一些很好的机械振动和模态分析的教材^{[1]~[8]}可供选用;但对机械工程和土木工程专业的读者,因选修课时有限,这些教材的深广度就不太适宜。本书的目的就是为读者提供一本只需用50~60学时即可学完的简明教材,其中包括线性振动和试验模态分析的基本内容。这些内容,曾在我校(北京农业工程大学)的农业机械、汽车拖拉机、计算力学、工程力学、内燃机和水力机械各专业的研究生和高年级大学生中多次讲授过。实践证明,只要很好地掌握这些内容,即可逐步开展机械和结构的动态特性分析工作。

作者根据多年从事机械振动和模态分析的教学经验,对本书的写作风格和章节编排都作了精心考虑。例如:对各种方法的特点加以论述,有的还加以对比,以便读者加深理解;再如:两个自由度系统的振动不单独立章,而将其核心内容作为多自由度系统的特例来讲,既可避免不必要的重复,减少了学时,也可使课程的起点

较高,以适应高年级学生的使用要求。

本书共九章,前四章是线性振动的经典内容,也是模态分析的基础。考虑到我国目前机械类各专业极少把线性振动列为必修课,故前四章按基础教材的风格写成,各章都配有例题和习题,通过求解必要数量的习题,可使读者深入理解和扩展正文的内容。第五章讲述模态分析的理论基础,给出各种情况下频响函数与模态参数(固有频率、固有振型、阻尼比)的关系式或图示,它们是识别模态参数的依据。第六章是模态测试技术,本章在大学本科已学过的机械工程测试技术^{[17],[18]}的基础上作了必要的补充,以备后面各章实践之用。第七、八两章分别介绍了频域内和时域内有代表性的模态参数识别方法。第九章介绍了结构参数识别、灵敏度分析和结构动力修改。这些内容为修改结构设计和动力特性的优化设计,提供了有效的方法。附录中介绍了一种简捷的矩阵运算软件包。

在本书的后五章中,各章都列有若干阅读文献,这些文献都选自国内公开发行的刊物上,便于查找。由于文献大多是各专业人员的论文,初学者不一定都能看懂,但这也无妨,读者应主要关注文章的思路、方法和结论。通过对文献的阅读,既可加深对模态分析技术的理解,又可了解它在各个领域的广泛应用,能逐步引导读者参与这一新兴技术的应用实践。

在学习本课程时,最好能配合进度做几个简单的实验。例如,在学完第二章时,可做多自由度的固有频率与振型的实验;在学完第四章时,可做弹性体的振型实验;在学完第七章时,可做频响函数与模态参数识别的实验。

本书读者,应具备工科院校的高等数学(包括工程数学)、理论力学和材料力学的知识。

本书反映的多是本学科近20年的成果,它较系统地反映了试验模态分析技术的原理。这对刚涉及该领域的读者,显然是有益的。因为尽管现代测试和分析设备及其支持软件多能自动完成分析计算并显示出结果,但正确地应用这些软件,却需要具备上述振动分析和试验模态分析技术的基础知识。

目 录

前言

第一章 单自由度系统的振动	1
第一节 无阻尼自由振动	1
一、振动微分方程的建立	1
二、振动微分方程的解	3
三、小结	4
第二节 固有频率的计算方法	4
一、静位移法	5
二、建立微分方程求固有频率	5
三、能量法	6
四、瑞利法	7
五、等效质量与等效刚度	8
第三节 有阻尼自由振动	11
第四节 简谐激励下的强迫振动	15
一、振动微分方程及其解	15
二、瞬态强迫振动	17
三、稳态强迫振动	18
第五节 强迫振动的复数表示法	24
第六节 偏心转子引起的强迫振动	25
第七节 基座激励与隔振	27
一、基座运动引起的强迫振动	27
二、振动隔离	29
第八节 测振仪的基本原理	30
一、位移计	31
二、加速度计	32
第九节 转轴的旋曲与临界转速	33
第十节 任意周期激励下的强迫振动	35

第十一节 等效粘性阻尼	36
一、粘性阻尼每周期消耗的能量	36
二、等效粘性阻尼系数的求法	37
第十二节 瞬态振动	39
一、脉冲激励的响应	40
二、任意激励的响应	41
三、基座的任意激励的响应	41
习题	44
第二章 多自由度系统的振动	51
第一节 振动微分方程的建立	51
一、牛顿法	51
二、拉格朗日法	52
三、柔度系数法	54
第二节 无阻尼自由振动	57
一、固有频率与主振型	57
二、坐标的动力耦合与静力耦合	61
第三节 主振型的正交性	63
一、主振型的正交性	63
二、主质量与主刚度	64
第四节 固有频率相等或为零的情况	64
一、特征方程有重根时	64
二、特征方程有零根时	65
第五节 利用振型矩阵解耦	67
一、振型矩阵与主坐标	67
二、正则振型矩阵与正则坐标	68
三、小结	69
第六节 用振型叠加法求自由振动的响应	70
一、无阻尼系统对初始激励的响应	70
二、比例阻尼系统对初始激励的响应	73
第七节 用振型叠加法求强迫振动的响应	74
一、激励力是简谐力	75
二、激励力是时间的任意函数	76
三、振型截断法	77

第八节 动力吸振器与阻尼减振器	78
一、动力吸振器	78
二、离心摆式吸振器	80
三、阻尼减振器	82
习题	84
第三章 多自由度系统特征值问题的近似解法	89
第一节 矩阵迭代法	89
一、基频及其振型的求法	89
二、高阶固有频率及其振型的求法	93
第二节 瑞利能量法	98
一、基本作法	98
二、改进精度的作法	99
第三节 邓克莱法	101
第四节 李茨法	104
第五节 霍尔兹法	107
第六节 传递矩阵法	108
一、弹簧质量系统	109
二、轴的扭转振动系统	111
三、分叉系统	114
四、梁的弯曲振动系统	116
五、阻尼系统	120
六、小结	121
习题	121
第四章 弹性体的振动	126
第一节 波动方程的求导及其解	126
一、杆的纵向振动	126
二、轴的扭转振动	127
三、弦索的横向振动	128
四、波动方程的解	129
第二节 杆的纵向振动	130
一、左端固定右端自由	130
二、左端固定右端有弹性支承	131
三、自由端有附加质量	132

四、小结	133
第三节 轴的扭转振动	134
一、左端固定右端自由	134
二、左端固定右端装有圆盘	136
第四节 用振型叠加法求扭转振动的响应	136
一、振型函数的正交性	136
二、正则振型函数	138
三、正则坐标变换	138
四、初始激励的响应	139
五、激励力矩的响应	140
第五节 梁的横向振动	143
一、振动微分方程的求导及其解	143
二、典型的边界条件	146
第六节 梁横向振动的固有频率和振型	148
一、左端固定右端简支	148
二、其他边界条件的固有频率和振型	149
第七节 用振型叠加法求梁的横向振动的响应	151
一、振型函数的正交性	151
二、正则坐标变换	154
三、初始激励的响应	154
四、任意激励的响应	156
五、基础运动引起的响应	159
第八节 近似解法	160
一、迭代法	160
二、瑞利法	165
三、李茨法	169
习题	172
第五章 模态分析的理论基础	177
第一节 引言	177
第二节 单自由度系统频响函数的表达式	178
一、粘性阻尼系统	178
二、结构阻尼系统	180
三、速度频响函数与加速度频响函数	180

第三节	单自由度系统频响函数的图示法	181
一、	频响函数的幅频图和相频图	181
二、	频响函数的实频图和虚频图	183
三、	频响函数的矢端图	186
第四节	多自由度系统实模态分析	188
一、	比例粘性阻尼系统	188
二、	比例结构阻尼系统	191
第五节	多自由度系统复模态分析	191
一、	非比例结构阻尼系统	192
二、	非比例粘性阻尼系统	193
三、	复模态传递函数的表达式	196
四、	复模态与实模态的比较	200
	阅读文献	204
第六章	模态测试技术概要	205
第一节	频响函数的测试系统	206
第二节	信号的描述	208
一、	随机过程的幅值域描述	208
二、	随机过程的时差域描述——相关分析	210
三、	随机过程的频率域描述	211
第三节	数字信号处理技术的工作原理	213
一、	离散傅里叶变换	213
二、	采样定理与迭混	214
三、	细化	216
四、	泄漏与加窗	217
第四节	稳态正弦激振	221
第五节	宽频带激振	222
一、	瞬态激振	222
二、	随机激振	225
三、	瞬态随机激振	227
四、	小结	228
第六节	频响函数的估计	230
一、	仅在输出端含有噪声的情况	230
二、	仅在输入端含有噪声的情况	231

三、同时考虑输入和输出端有噪声的情况	232
阅读文献	233
第七章 频域内模态参数的识别	235
第一节 概述	235
第二节 分量分析法	236
一、主导模态与剩余导纳	236
二、模态参数的识别	238
第三节 矢量分析法	241
一、模态圆	241
二、模态圆的拟合	242
三、模态参数的识别	243
四、复模态与剩余导纳对模态圆的影响	246
第四节 迭代法	248
一、Klosterman 迭代法	249
二、Flannelly—Berman 迭代法	253
三、改进的 Klosterman 法(K—DAP 法)	257
第五节 多项式拟合法	259
一、求系数 a_i 、 b_i	260
二、求固有频率	262
三、求复模态振型	262
四、求模态质量和模态刚度	262
第六节 优化方法	263
一、线性优化方法	263
二、非线性优化方法	264
阅读文献	268
第八章 时域内模态参数的识别	270
第一节 概述	270
第二节 最小二乘迭代法	271
第三节 Ibrahim 法	272
一、数据矩阵与模态矩阵的关系式	273
二、特征矩阵方程	275
三、模态参数的识别	276
四、ITD 法的参数选择	277

五、虚拟测点法	278
第四节 随机减量法	279
第五节 复指数法	283
第六节 ARMA 时序法简介	287
第七节 单位脉冲响应函数法简介	290
阅读文献	291
第九章 结构的参数识别与动力修改	293
第一节 用试验数据修改结构的理论模型	293
一、陈介中(J. C. Chen)矩阵摄动法	293
二、A. Berman 法	295
第二节 由模态参数识别结构参数	296
第三节 结构动态特性的灵敏度分析	298
一、特征值的灵敏度	298
二、特征矢量的灵敏度	301
三、无阻尼实模态的情况	304
第四节 结构的动特性修改	306
一、灵敏度分析法	307
二、基于频响函数的修改法	307
第五节 试验灵敏度分析法	308
一、原结构的模态测试	309
二、频率随质量修改位置的变化规律	311
三、频率对各修改点质量大小变化的灵敏度	311
四、应用举例	312
阅读文献	313
附录 Matlab 操作简介	316
参考文献	323

第一章 单自由度系统的振动

当振动系统只需要一个独立坐标就可完全确定系统的几何位置时,就称为单自由度系统,它是离散系统中最简单、最基本的一种。这不仅因为工程中一些简单的振动问题,常可简化为单自由度系统来分析,还因为单自由度系统振动的一些动态特性的重要概念和描述,在多自由度离散系统和连续系统中,同样有用(如用模态分析法时)。

系统在激励或约束去除后出现的振动,称为自由振动;而系统在外激励作用下的振动,称为强迫振动。本章将对他们分别进行讨论。

第一节 无阻尼自由振动

理想的无阻尼系统的自由振动是简谐振动:振动一旦开始,就能持久地保持等幅振动,这是一种理想的振动模型。

一、振动微分方程的建立

1. 弹簧质量系统

对已简化为弹簧质量的系统,通常用牛顿定理建立运动微分方程。

质量为 m 的物体,用刚度为 k 的弹簧悬挂,如图 1-1 所示。设弹簧原长为 l_0 ,悬挂重物后的静伸长为 δ_s 。取静平衡位置为坐标原点,取 x 轴向下为正方向。则在任一位置时,作用于物体上的力除重力 mg 外,只有弹性力 $F=k(\delta_s+x)$ 。由牛顿定律,可得运动微分方程

$$m\ddot{x}=mg-k(\delta_s+x)$$

因有静平衡条件: $mg=k\delta_s$,故上式可简化为

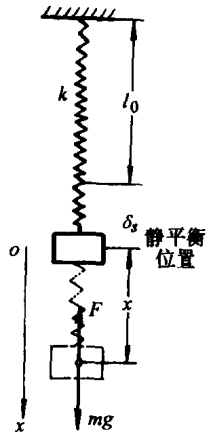


图 1-1

$$m\ddot{x} = -kx$$

引入符号 $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$, 则上式变为

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (1-1)$$

此即单自由度系统无阻尼自由振动的标准微分方程。式中 ω_n 为无阻尼系统的固有圆频率, 简称固有频率, 单位为 rad/s。

2. 扭转系统

如振动系统已简化为简单的扭摆系统, 则可用动量矩定理建立其运动微分方程。

如图 1-2 所示的摆杆杆长为 l , 重锤质量为 m (不计摆杆质量), 弹簧刚度为 k 。取杆的水平位置为静平衡位置 (即摆动中心), 此时弹簧伸长为 δ_s 。在任一 φ 角时, 由动量矩定理有

$$ml^2\ddot{\varphi} = mgl\cos\varphi - (\delta_s + a\sin\varphi)k \cdot a\cos\varphi$$

当作微幅振动时, 可认为 $\sin\varphi \approx \varphi, \cos\varphi \approx 1$ 。再由静平衡条件 $mgl = \delta_s k a$, 则上式可简化为

$$\ddot{\varphi} + \frac{a^2 k}{ml^2} \varphi = 0$$

引入符号: $\omega_n^2 = \frac{a^2 k}{ml^2}$, 则上式变为

$$\ddot{\varphi} + \omega_n^2 \varphi = 0 \quad (1-2)$$

此为单自由度系统无阻尼自由扭振的微分方程。式中 ω_n 为无阻尼扭振系统的固有频率。

3. 复合系统

对于保守系统, 因作自由振动时其机械能守恒, 故可用能量法建立较复杂振动系统的运动微分方程。

令 T 与 U 分别代表振动系统的动能与势能, 则有

$$T + U = \text{常数}$$

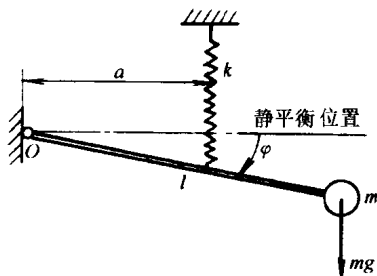


图 1-2

将其对时间求导

$$\frac{d}{dt}(T+U)=0$$

即得保守系统自由振动的微分方程。

设图 1-3 为一保守系统。杆重 mg ，长为 l 。轮重 m_2g ，半径为 R 。钢丝刚度为 k 。由联结点 B 可确定系统的运动关系。

$$\dot{x}_B = l \dot{\theta} = R \dot{\varphi}$$

于是得系统的动能

$$T = \frac{1}{2} J_A \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_o \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{m_1}{3} + \frac{m_2}{2} \right) \dot{x}_B^2 = \frac{1}{2} M_e \dot{x}_B^2$$

其中 $M_e = \frac{m_1}{3} + \frac{m_2}{2}$ 为简化于 B 点的等效质量(等效质量概念见第二节五)。

取 AB 杆水平时的静平衡位置势能为基准值位置 $U_0 = 0$ ，此时有平衡条件

$$\delta_s k l = \frac{1}{2} m_1 g l$$

则系统在任一位置时的势能为

$$U = -m_1 g \frac{x_B}{2} + \frac{1}{2} k [(x_B + \delta_s)^2 - \delta_s^2] = \frac{1}{2} k x_B^2$$

将 T 与 U 代入 $\frac{d}{dt}(T+U)=0$ ，即得该复合振系的振动微分方程

$$\ddot{x}_B + \omega_n^2 x_B = 0 \quad (1-3)$$

式中
$$\omega_n^2 = \frac{k}{M_e} = \frac{6k}{2m_1 + 3m_2}$$

质量和弹簧是两种能量储存元件，这些元件之间能量交换之比，就是系统的固有频率。

二、振动微分方程的解

从式(1-1)~式(1-3)可以看出，尽管各种力学模型有区别，但

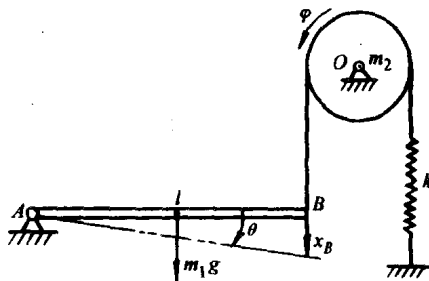


图 1-3

其数学模型是相同的,都是二阶齐次线性微分方程。由理论力学可知,它们的一般解为

$$x = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (1-4)$$

这是两个同频率的谐振,也可合成为一个谐振动

$$x = A \sin(\omega_n t + \alpha) \quad (1-5)$$

以上两种解的表达式有如下关系

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{\dot{x}_0^2}{\omega_n^2}}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{x_0 \omega_n}{\dot{x}_0} \quad (1-6)$$

式中, A 为振幅, α 为初相角。它们都与振动的初始条件有关,故自由振动也称为对初始激励(x_0 、 \dot{x}_0)的响应。

完成一次完整的振动所需要的时间,称为振动周期,用 T 表示,单位为 s 。工程上也常把周期的倒数,即在 1 秒内振动的次数,称为固有频率,用 f_n 表示,单位为 (Hz) 。因一周等于 2π 弧度,故有关系式

$$f_n = \frac{1}{T} = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (1-7)$$

三、小结

1. 振动频率及周期仅与振动系统的参数 m 、 k 有关,而与初始条件和振幅无关,这是振动系统的固有特性,故称固有频率及固有周期。系统的惯性越大、弹簧越软,则固有频率越低,周期越长;反之,惯性越小、弹簧越硬,则固有频率越高,周期越短。

2. 对于一个确定的振系,其振幅 A 和初相角 α 仅取决于初始条件 x_0 和 \dot{x}_0 。

第二节 固有频率的计算方法

鉴于固有频率在动力分析中的重要性,本节我们先简要讨论单自由度系统固有频率的计算方法。在第二章和第三章中,还将讨论多自由度系统固有频率的解法。

一、静位移法

这是一种简单的工程方法,适用于结构复杂而刚度难以由计算得到时。它无需求弹性元件的刚度,只需测量出其静变形 δ_s ,即可算出其固有频率。

图 1-4a 为一悬臂梁,其自由端有一集中载荷 mg ,梁本身的质量可忽略。图 1-4b 为其等效系统。

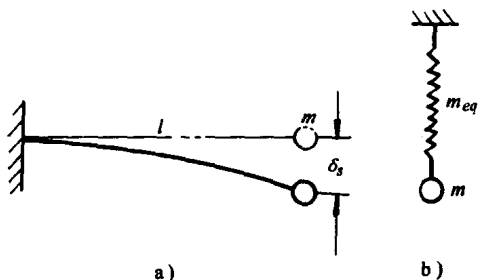


图 1-4

由材料力学可知,悬臂梁自由端的静挠度为

$$\delta_s = \frac{l^3}{3EI}mg$$

其中 EI 为梁的抗弯刚度。梁的等效弹性刚度为

$$k_{eq} = \frac{mg}{\delta_s} = \frac{3EI}{l^3}$$

利用等效系统,按式(1-7)即得振动系统的固有频率

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{ml^3}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_s}}$$

二、建立微分方程求固有频率

这是一种最基本的方法,在本章第一节中已经通过三个简例阐明了这一方法的步骤,现再通过一较复杂的振动系统进一步说明。

图 1-5 为直升飞机的水平旋翼简图。假定翼片 OB 的质量为 m ,长为 l ,并可视作均质杆,铰结于 O 点,转轴以等角速度 Ω 转动,求翼片的拍动频率。

在翼片上取一微段 dr ,其离心惯性力 $F_I = \rho\Omega^2(R+r\cos\theta)dr$,式中 ρ 为翼片单位长度的质量。整个翼片的离心惯性力对 O 点的力矩为