

电力电子系统计算机 仿真和辅助分析

孙鹤旭 迟岩 编著
刘宗富 主审

哈尔滨工程大学出版社

电力电子系统计算机仿真和辅助分析



(黑)新登字第9号

内 容 简 介

本书比较全面地论述了电力电子系统计算机仿真的理论、方法和应用。全书共分九章,首先概述了电力电子学与电气传动系统的计算机仿真,接着介绍了连续、采样系统的计算机仿真方法与优化、电力半导体器件、电机及控制电路的建模。第四章介绍电力电子系统的状态空间及拓扑分析方法,和 AT0SEC、ZFX、PSPICE 三种仿真程序的原理、结构、使用方法。最后系统地介绍了不同典型电力电子电路及电力电子变换器供电的电气传动系统的计算机仿真方法和应用实例。

本书是作者在参阅、整理国内外大量文献资料,并积近年来从事电力电子学与电气传动系统建模、控制和仿真等方面教学与科研的基础上编写而成的。选材具有先进性、系统性和实用性的特点。

本书可作为高等院校工业自动化、自动控制、电力系统自动化、电气技术等专业本科生及研究生的教材,还可供从事电气传动的工程技术人员参考。

电力电子系统计算机仿真与辅助分析

孙鹤旭 迟岩 郑克光 编著

责任编辑 郭镇明

哈尔滨工程大学出版社出版发行

哈尔滨工程大学印刷厂印刷

新华书店经销

*

开本 787×1092 1/16 印张 17.875 字数 404 千字

1994 年 12 月 第 1 版 1994 年 12 月 第 1 次印刷

印数:1—2000 册

ISBN 7-81007-493-8

TM·6 定价:14.50 元

前 言

采用计算机仿真方法对电力电子系统进行分析、设计和综合研究,已日益成为从事控制工程的科学技术人员必须掌握的一门技术。从 50 年代开始,计算机仿真技术就逐渐应用到电力电子学及电气传动系统的瞬态及稳态运行特性的分析中。特别是 60 年代中期之后,得到了迅速的发展,已成为电机及调速系统分析、研究和设计的有力工具。近年来,由于计算机的飞跃发展,应用计算机对实际工程系统进行数字仿真已越来越受到重视和应用。

近代电力电子学与电气传动的发展日新月异,其控制系统的动态是非常复杂的。近年来,这个问题的研究受到了广泛的注意。问题的复杂性是由于变流器-电动机系统非线性和不连续性引起的。因此,当研究一种控制方案时,首先是将电气传动系统在计算机上进行仿真,这样,在建立线路实验模型之前,即可对性能进行详细的研究。可以在计算机内建立起实际电机及其传动控制系统的仿真模型,再以这个模型在计算机内人为模拟的环境或条件下运行研究,替代真实电机在实际场合下的运行实验。既可以得到可靠的数据,又节约了研究时间及费用。采用计算机辅助分析与设计,可以在传动系统制造出来之前,就可进行各种方案的比较,预测系统的特性,实现了优化设计,提高系统的质量。

今天的电力电子与传动控制是一门复杂的多学科技术,计算机仿真技术已成为其中的重要分支。电力电子系统的仿真不同于一般的系统仿真。电力电子系统复盖着从纳秒级电力电子器件的暂态过程、毫秒级的控制器调节过程和秒级的机电过渡过程。因此,系统的仿真模型非常复杂,通常是非线性和不连续的复杂系统。包括具有通-断特性的电力电子器件的仿真;连续-断续特性的变频器的仿真;模拟-数学控制的系统特性。这无疑增加了这一仿真技术的复杂性和研究领域。面对这一复杂技术,近年来人们进行了广泛的研究,取得了可喜的成果。然而,在应用这一技术的同时,却常感教材的缺乏,自动控制系统计算机仿真的有关文献难以满足对于电力电子系统研究的需要。全面地、系统地介绍这一技术无疑是具有重大意义的。

本书是在参阅、整理国内外大量文献资料和积编者多年教学、科研的基础上编写而成的。选材注意了先进性、系统性和实用性。全面地论述了电力电子系统计算机仿真的理论、方法和应用。

全书共分九章。第一章概论,主要介绍了电力电子学与电气传动的发展,电力电子系统的建模与仿真,以及计算机仿真技术在电力电子系统中的应用。第二章电力电子系统的计算机仿真方法,本章是在连续系统数学模型的基础上,通过不同的方法建立仿真系统的模型。介绍了连续系统的数字仿真方法、模拟仿真方法、采样系统的数字仿真方法与优化。第三章电力电子系统的建模,讨论了功率半导体器件、电机及电力电子系统控制电路的建模原理。介绍了二极管、晶闸管、双向晶闸管、双极型和 MOSFET 晶体管的宏观模型,及不同坐标系下电动机的动态方程。第四章电力电子系统的计算机方程,介绍电力电子系统

的状态空间及拓扑分析方法,针对由拓扑学所建立的电路状态方程,研究适合数字计算机的算法。第五章 ATOSEC 电力电子电路仿真程序,ATOSEC 电力电子电路仿真程序是面向大功率电子电路的通用计算机辅助分析软件,适于分析由电压源、电流源、电阻、电容、电感和半导体开关器件组成的功率变换电路。这一章系统地介绍了这一软件的特点和功能、输入数据文件的建立、输出文件格式及描述、程序的使用条件及简单应用。第六章 ZFX 连续系统仿真程序,介绍一种既可用于连续系统,又可用于采样系统的仿真程序包 ZFX,研究其在电力电子系统及运动控制系统中的应用。第七章 PSPICE 电路模拟仿真程序,本章内容是在 PSPICE 的程序结构、算法原理的分析基础上,着重介绍 PSPICE 的功能和使用方法,为读者提供一个有很高价值的计算机电力电子电路辅助设计工具,并通过实例说明如何把 PSPICE 电路仿真程序应用到电气传动控制系统中。第八章介绍电力电子电路的计算机仿真与辅助分析,本章介绍电力电子学中典型电路的计算机仿真方法,包括三相晶闸管交流调压器、三相电源换相晶闸管变换器、单相及三相晶闸管反并联变换器、带有保护电路的晶闸管斩波器、单相谐波补偿器、交交变频器等。运用前面介绍的仿真程序进行分析与研究,讨论不同电路运用不同程序的仿真特点。随着电力电子学的发展,各种不同电力电子器件相继出现,与其相应的各种电力电子电路得到了广泛的应用。全部逐一地介绍其仿真方法无疑是不可能的。然而,这些方法可方便地推广到其它特殊电路的分析中去。第九章电力电子变换器供电的电机传动系统的仿真,在这一章中分析由电力电子变换器供电的电动机组成的电力电子系统的仿真。介绍直传动系统、三相交流调压器供电的鼠笼电动机传动系统,三相绕线式感应电动机转差功率回馈系统,负载换相逆变器供电的同步电动机传动系统,同步电动机步进运动系统的系统仿真方法。书中给出了大量仿真程序和仿真结果。

本书由孙鹤旭、迟岩、郑克光主编。其中,第二、六章由郑克光编写,第四章由林燕编写,第五章由藏小杰编写,第七、九章由迟岩编写,其余章节由孙鹤旭编写。全书由东北大学刘宗富教授主审,杨勇教授参加了审阅工作,并提出了宝贵的修改意见,特此致谢。由于编著者水平有限,书中难免存在错误和不当之处,殷切希望读者批评指正。

编著者

1994 年 6 月

目 录

第一章 概论	1
§ 1-1 电力电子学与电气传动的发展	1
§ 1-2 电力电子系统的建模与仿真	2
§ 1-3 计算机仿真技术在电力电子系统中的应用	3
第二章 电力电子系统的计算机仿真方法	5
§ 2-1 连续系统的数学描述	5
§ 2-2 连续系统的数字仿真方法	9
§ 2-3 连续系统的模拟仿真方法	18
§ 2-4 采样系统的数字仿真与优化	30
§ 2-5 系统参数优化的数字仿真	33
第三章 电力电子系统的建模	38
§ 3-1 电力半导体器件的宏观模型	38
§ 3-2 电机的建模	53
§ 3-3 电力电子开关控制电路的建模	64
第四章 电力电子系统的计算机方程	72
§ 4-1 网络图论概述	72
§ 4-2 R、L、C 和半导体开关电路的状态空间分析方法	80
§ 4-3 R、L、M、C 和半导体开关电路的状态空间分析方法	106
第五章 ATOSEC 电力电子电路仿真程序	112
§ 5-1 电力电子电路仿真软件 ATOSEC 简介	112
§ 5-2 ATOSEC5 电力电子电路仿真软件输入数据文件的建立	114
§ 5-3 输出文件格式及描述	127
§ 5-4 程序对功率变换电路约束的说明(程序的使用条件)	129
§ 5-5 ATOSEC5 仿真程序的简单应用	129
第六章 ZFX 连续系统仿真程序	136
§ 6-1 数字仿真软件概述	136
§ 6-2 ZFX 仿真程包结构分析	137
§ 6-3 ZFX 仿真程序包的使用方法	146
第七章 PSPICE 电路模拟仿真程序	157
§ 7-1 PSPICE 简介	157
§ 7-2 PSPICE 程序结构分析	158
§ 7-3 PSPICE 电路描述语句分析	168
§ 7-4 PSPICE 电路分析语句分析	186

§ 7-5	PSPICE 控制语句分析	191
§ 7-6	PSPICE 注释语句分析	198
第八章	电力电子电路的计算机仿真与辅助分析	199
§ 8-1	三相晶闸管交流调压器的仿真	199
§ 8-2	三相电源换相晶闸管变换器的仿真	203
§ 8-3	反并联联接的晶闸管变换器	219
§ 8-4	带有保护电路元件的双极型晶体管电路	228
§ 8-5	单相辅助换相晶闸管逆变器	231
§ 8-6	单相谐波补偿	236
§ 8-7	双 H 桥交交变频器	240
第九章	电力电子变换器供电的电机传动系统的仿真	246
§ 9-1	斩波器供电的直流电机传动系统	246
§ 9-2	逆变器供电的感应电机分析	251
§ 9-3	三相交流调压器供电的鼠笼式感应电动机传动系统	258
§ 9-4	三相电流源逆变器供电的鼠笼式感应电动机传动系统	262
§ 9-5	绕线式感应电动机转差功率回馈系统	265
§ 9-6	步进运动的同步电动机的电路仿真模型	267
§ 9-7	同步电动机步进运动系统的仿真	273
参考文献		279

第一章 概 论

§ 1-1 电力电子学与电气传动的发展

电力电子学的发展是从本世纪初发明水银整流器开始的。此后,它经历了一段发展的时期。电力电子学的迅速发展开始于 20 世纪 50 年代末期晶闸管的发明,其后,其它类型的电力半导体器件,即电力双极型晶体管、门极可关断晶闸管、电力场效应管、绝缘门极双极型晶体管、高频大功率的静电感应式晶体管、静电感应式晶闸管和 MOS 控制的晶闸管都相继投入应用。属第三代产品的智能化功率集成电路也已登上市场舞台。电力电子器件的发展是整个运动控制系统发展的先锋,在短短的十年之内变化很大。

今天的电力电子学是一门复杂的多学科技术,它包含了电机、电力半导体器件、变换电路、模拟与数字电子学、控制理论、计算机应用、数字仿真与 CAD 等几门学科,成为一个互相交叉的新兴学科。原有的电气传动控制的概念已经不能充分概括现代计算机自动化系统。十年前,国际上开始出现“运动控制”这一新名称,并立即被许多学者所采用。在一个自动化工厂中,往往由多级计算机根据预定方案及复杂的环境条件作出决策,而运动控制系统则将这些决策化为机械运动来执行。实际上,运动控制早已走出工厂,在家庭和办公室开创自动化的新纪元。与运动控制并行的是过程控制。运动控制和过程控制是实际自动控制的两大部类。

电气传动的发展,一方面取决于电磁理论、电能的输送与分配、电机制造工艺、生产技术等的发展;另一方面,在很大程度上依赖于电能变换手段的解决程度。最早的电气传动出现在 19 世纪 30 年代,后来发展为直流发电机供电,一直到 19 世纪 80 年代,直流传动仍是唯一的电气传动方式。19 世纪末,出现了交流电,制成了基于旋转磁场理论的简单、经济、牢固的感应电动机,这就使电气传动发展到一个新的阶段。

交流调速电气传动近年来一直从两个方面取得了突破的进展,一是指向由直流调速电气传动所垄断的高性能调速领域;另一是指向靠闸阀等粗放手段实现简易调速的交流恒速传动领域。在直流传动和交流传动这两类电气传动中,随着电力电子、数字电子成本的降低和交流传动系统性能的改善,交流调速电气传动的普及性正在提高。矢量控制或磁场定向控制在高性能传动的应用中获得广泛的接受。

在 20 世纪大部分年代里,约占整个电气传动容量 80% 的不调速传动都采用交流电机,只有 20% 的高性能可调速传动采用直流电机,这似乎已成为举世公认的格局。交流调速的许多方案虽然早已提出,其性能却始终无法与直流调速相匹敌。近 20 年来,由电力电子和微电子技术带动的新一代交流可调传动的兴起使上述格局逐渐被打破。据统计,80 年代后世界上交流可调传动的平均增长率为 13~14%,近年来的应用逐渐普及。它已从原来作为直流调速传动的补充手段的从属地位上变为调速传动的主导地位。

纵观近代电力电子学与电气传动的发展,可谓“日新月异”,而电力电子器件和微电子的大规模集成电路正是这一发展的“龙头”。新一代器件产生新一代装置,也就发展出新一代的自动化系统。现代电气自动控制技术的特点是以计算机和其它电子装置为主要控制手段,以电力电子装置为弱电控制强电作媒介,以自动控制和信息传输理论为理论基础,以控制对象物理规律中抽象出来的数学模型作为实现电气自动控制的前提,以数字仿真、计算机辅助设计和辅助制造为科研生产的工具。信息技术的发展,必将促使电力、微电子、信息与控制三个领域逐步走向融合。电气传动技术的开发、应用,将完善“信息——物质”接口,这一趋势将会带动第三次工业革命。

§ 1-2 电力电子系统的建模与仿真

对电力电子系统进行分析、设计和综合研究中,计算机仿真技术是一种很有效的手段。尤其是在计算机高度发展的今天,利用计算机进行仿真分析和研究以及进一步实现计算机直接控制,已日益成为从事控制工程的科学技术人员所必须掌握的一门技术。

电力电子系统是由电力电子器件组成的变换器、电机、受控对象和控制器构成的复杂系统。对自动控制系统进行设计和分析研究,也就是对受控对象的动态特性进行分析和研究。对于比较简单的电力电子系统,可以在实际系统上进行试验和调整来获得较好的系统设计。然而,在工业生产及科学研究中,大部分电力电子系统是比较复杂的,并且考虑到安全性、经济性及进行实验研究的可能性等等,在现场试验中往往不易做到,甚至根本不允许这样做。这时,就需要把实际系统建立成物理模型或数学模型进行研究,然后把对模型实验研究的结果应用到实际系统中去,这种方法称为模拟或仿真研究,简称“仿真”。

用物理模型来模拟实际系统称为“物理模拟”或“物理仿真”。用小容量系统来组成大容量电力电子系统的仿真模型,然后在这个模型上进行实验研究,用实验研究的结果来指导电力电子系统的设计和运行。

近年来,由于计算机的飞跃发展,应用计算机对实际工程系统进行数学仿真已日益为人们所重视和应用。所谓“数学仿真”,就是将实际工程系统的结构和每个器件的静态关系与动态规律全部用数学模型表达出来,它们通常是一些代数方程和微分方程的组合,然后用计算机来解这些方程,从而进一步得到满足规定性能指标的最佳控制与运行方式。采用数学仿真可以利用一台数学仿真设备,就可以对复杂的工程或非工程系统进行仿真研究和分析。而且,进行一次仿真试验研究的准备工作比较简单,主要是受控系统的建模、控制方式的确立和计算机编程。而物理仿真则需要进行大量的设备制造、安装及调试工作。数学仿真所需的时间比物理仿真的时间大大缩短,仿真结果的分析与处理也要比物理仿真简单得多。

由于数学仿真的主要工具是计算机,因此一般又称之为“计算机仿真”。计算机仿真又分成三种:用模拟计算机进行仿真的,称为“模拟仿真”;用数字计算机进行仿真的,称为“数字仿真”;用数字计算机和模拟计算机联合进行仿真的,称为“混合仿真”。

电力电子控制系统的动态是非常复杂的。近年来,这个问题受到了广泛的注意。问题的复杂性是由于变流器-电动机系统的非线性和不连续性引起的。因此,当研究一种控制

方案时,通常的作法是将电气传动系统在计算机上进行仿真,这样,在建立线路实验模型之前,即可对性能进行详细的研究。电气传动系统复盖着从纳秒级的电力电子器件暂态过程、毫秒级的控制器调节过程和秒级的机电过渡过程。因此,对于电力电子系统必须分别研究其变流器部分和系统部分。前者需要采用精确的电力电子器件模型,对于后者则只需采用理想化的器件模型,甚至理想化的变流器和系统在内的完整传动系统。避免了诸多的假定条件和复杂的数学计算,使系统的设计和研究更加直观,更加实际。

在电气传动系统中,相对于直流电动机、异步电动机和同步电动机其电气动态特性可以分别用不同阶数的非线性微分方程表示。此方程可以以定子作为参考系统,或者采用同步旋转参考系统。后一种模型的优点是稳态的交流参数可以当做直流量看待。整流器和逆变器可以准确地用开关电路表示,并忽略其离散时间性质,经过变换与电机模型合并起来。带反馈控制的变流器-电机模型可以在计算机上进行仿真,对控制参数可以进行细微的调整,以期得到所需要的性能。另一种模型研究方法是利用小信号扰动原理,对变流器-电机系统在一个稳态点附近进行线性化处理,得到相应的传递函数模型。在此模型上用古典的B氏、伯德图或根轨迹法对控制系统进行稳定性分析。一旦得到满意的仿真性能,就可着手进行模拟线路实验,并与仿真结果进行比较。

§ 1-3 计算机仿真技术在电力电子系统中的应用

用模拟计算机进行仿真,早在50年代初期就比较普遍了。随着数字计算机的发展,从1955年开始,美国首先在IBM-701机上进行了数字仿真工作,取得了很好的效果。以后一段时间,数字仿真得到了迅速的发展,出现了许多种专用数字仿真语言和仿真软件,如CSS、MIMIC、CSSL、GPSS等。现在,在国际上仿真技术已发展成为一门综合性很强的新学科。

在电力电子系统仿真研究中,一般使用数字计算机,但也用模拟计算机。由于电机与变流器基本上是模拟性质的,所以在模拟机仿真下可做到瞬时取得参数。在用混合计算机仿真时,可以将系统加以适当分割,一部分用数字计算机,一部分用模拟计算机。一般变流器、电机是在模拟机上仿真,而控制装置既可以在数字机上也可在模拟机上仿真。基于微型计算机控制系统从本质上讲是离散时间性质的,而且,包括有复杂的计算和过程的变换。因此,应当采用数字机仿真。最近出现了模块化仿真技术。实践表明,它是很有发展前途的。在这种方法中,模拟仿真和数字仿真的原理同时使用。这样,传动系统中各个元件仍保持其等效性。如电机的仿真器就象是从电机接线端子看进去的电机,另外,还要给电压和电流规定适当的比例尺。这种使用组合模块的仿真方法可以很快地为工程技术人员所掌握。

模拟计算机的突出特点是当用它进行仿真时,解算结果在外观上非常接近于实际情况。因此,用它来描写连续系统的动态过程就显得特别自然、逼真,和真实电力电子系统在测试设备上观察到的情况几乎完全相同。人机联系极为方便,此外还可以考虑各种非线性因素的影响。模拟计算机的另一个特点是运算速度快,这是由于它采用并行计算方式所决定的。它的每一个运算部件都能够独立完成一种运算,因此,所有的运算都同时、平行地进

行。这在电力电子系统实时仿真中具有十分重要的意义。模拟计算机的主要缺点是计算精度不高,由于模拟计算机采用机器电压来表示被模拟的量。因而,存在被模拟量与机器电压之间的比例尺,使模拟仿真中易于混淆,并带来不便。信息的存贮和逻辑判断功能差,模拟复杂非线性环节时线路复杂,精度难于保证。

数字计算机的情况则相反。从计算方式上讲,它的运算速度比模拟计算机要低,限制了它在实时仿真中的应用。然而,数字计算机的优越性还是十分明显的。运算精度高,只要增加字长就可以把数值达到所需的精度。由于数字计算机的硬件具有浮点运算功能,所表达的数的范围极大。逻辑运算功能强,在进行仿真中,改变题目只需更换程序中的语句。在求解电力电子系统的数学模型中,要用数值计算方法将其转换成计算机能够实现运算的仿真模型,依据仿真模型编写仿真程序,输入给数字计算机,由计算机逐条执行程序所规定的内容,完成系统仿真的任务,这种方法称为数字仿真技术。

混合计算机系统硬件包括三个部分:数字计算机、模拟计算机及两机交换信息的中间接口。混合计算机的模拟机主要担负快速运算工作,数字计算机起着中央处理机的作用,中间接口是用来完成两机之间信息转换及传送的硬件,受数字机的控制和管理,接受数字机的指令进行操作。对中间接口的要求是高速转换和精确传递信息。

计算机仿真技术是控制系统分析、研究、设计中广泛采用的一种方法。从 50 年代开始就逐渐引到电力电子学及电气传动系统的瞬态及稳态运行特性的分析中。特别是 60 年代中期之后得到了迅速的发展,已成为电机及调速系统分析、研究和设计的有力工具。应用计算机仿真技术,我们可以在计算机内建立起实际电机及其传动、控制系统的仿真模型,再以这个模型在计算机内人为模拟的环境或条件下进行运行研究,替代真实电机在实际场合下的运行试验。这样,既可得到可靠的数据,又节约了研究的时间及费用,更重要的是采用计算机仿真的方法进行辅助设计,可以在电机产品或传动系统制造出来之前,就能进行各种方案的比较,预测系统的行为、特性,并可通过计算机自动修改系统参数,直至获得理想的特性为止,从而实现了优化设计,提高了设计质量。

第二章 电力电子系统的计算机仿真方法

电力电子系统的动态特性通常是由高阶微分方程或状态方程来描述的。研究系统的性质,归根结蒂是建立系统的数学模型及对这些模型求解。

在数学仿真中,从一个实际系统抽象出数学模型只是第一步。这一步将实际系统变成了数学模型,称之为系统建模或系统辨识,这是第一次模型化过程。这次模型化所得到的只是数学方程式,必须使用一定的仿真工具才能求解。将已获得的数学模型变成能在一定仿真工具中运算求解的仿真模型,这是第二次模型化过程。

如果采用的仿真工具是能够进行独立数学运算的计算机(模拟计算机或数字计算机),那么,这种方式的仿真就是计算机仿真。所以,计算机仿真就是将一个描述实际系统的数学模型进行第二次模型化,变成一个仿真模型,并在计算机中“运转”的过程。由于计算机仿真具有巨大的优越性,一般所说的仿真都是指计算机仿真。

采用模拟计算机作为仿真工具所进行的仿真叫模拟仿真。在模拟仿真中,采用模拟计算机中能够独立进行数学运算的部件(如加法器、反号器、乘法器、积分器、比例系数器等)来构成仿真模型——模拟结构图,并以连续变化的电压量形式给出仿真计算的结果——模拟仿真记录。

采用数字计算机作为仿真工具所进行的仿真叫数字仿真。在数字计算机中,仿真模型是以程序的形式出现,因此进行数字仿真首先需要编写程序。可以用一般的通用计算机语言来编写仿真程序。有时仍嫌不够方便,因此在通用语言的基础上,创造了很多专门适合进行数字仿真的所谓“仿真语言”,如 ACSL, CSMP, MIMIC, SIMULA 等。由于一条仿真语言可以独立完成一种数学运算,相当于数条通用语言甚至一个子程序。因此,使用方便,写出的程序简单,大大缩短编程时间,在仿真技术中得到了广泛的应用。

模拟计算机是一种连续变量的解算装置。它将各种物理量用电压的形式进行表示,通过各种运算部件进行运算,其输入和输出均为连续的电压量。数字计算机则是一种不连续量的计算装置。它以离散化的一组组数据形式进行运算,得到的是自变量一个个增量点上的解答。这两种仿真工具有着各自的优缺点,在连续系统的计算机仿真中都得到了广泛的应用。

本章是在连续系统的数学模型基础上,通过不同的方法建立仿真模型,并介绍了采样系统的仿真方法及优化。作为全书的理论基础部分,这一章给出了较广泛的仿真方法的内容。

§ 2-1 连续系统的数学描述

描述连续系统的数学模型大体上分为三种方式:用微分方程描述的系统模型,用传递函数描述的系统模型以及用状态方程描述的系统模型。这些数学模型的建立和表达在一

般的控制理论书籍中都有详细的介绍,本节只作简单说明。

一、微分方程描述的数学模型

设连续系统的输出量为 $y(t)$, 输入量为 $u(t)$, 则一个连续控制系统可以用下面的 n 阶微分方程来描述

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_1y^{(1)} + a_0y = b_nu^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + \cdots + b_1u^{(1)} + b_0u \quad (2-1)$$

式中 $a_0, a_1, \cdots, a_{n-1}; b_0, b_1, \cdots, b_m$ 是常系数;

$y^{(1)}, y^{(2)}, \cdots, y^{(n)}; u^{(1)}, u^{(2)}, \cdots, u^{(m)}$ 是 $y(t)$ 和 $u(t)$ 的各阶导数。

如果系统没有输入函数, 即 $u(t) = 0$ (包括外部扰动) 时, (2-1) 式变为下面的齐次方程

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_1y^{(1)} + a_0y = 0 \quad (2-2)$$

二、传递函数描述的数学模型

如果系统微分方程(2-1)式为已知, 对(2-1)式两边逐项进行拉氏变换, 而且假定输入函数 $u(t)$ 和输出函数 $y(t)$ 各阶导数的初值均为零, 则得

$$(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0)Y(s) = (b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1s + b_0)U(s) \quad (2-3)$$

式中 $Y(s) = L[y(t)]$ 为输出函数 $y(t)$ 的拉氏变换;

$U(s) = L[u(t)]$ 为输入函数 $u(t)$ 的拉氏变换。

由(2-3)式可得系统的传递函数

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0} \quad (2-4)$$

系统传递函数 $G(s)$ 也可以根据系统各环节的传递函数 $G_1, G_2, \cdots, G_n$, 依照传递函数结构图的变换法则求得。

三、状态方程描述的数学模型

系统状态方程的建立, 多是从描述系统高阶微分方程或系统传递函数出发再推导出系统的状态方程。

1. 从系统高阶微分方程求系统状态方程

假定一个连续系统可以用不含输入量导数项的 n 阶微分方程来描述

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_1y^{(1)} + a_0y = b_0u \quad (2-5)$$

定义 n 个状态变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$, 令 $x_1 = y, x_2 = y^{(1)} = \dot{x}_1, x_3 = y^{(2)} = \dot{x}_2, \cdots,$

$x_n = y^{(n-1)} = \dot{x}_{n-1}$ 。

代入(2-5)式可得

$$\dot{x}_n = y^{(n)} = -a_0x_1 - a_1x_2 - \cdots - a_{n-1}x_n + b_0u$$

将上述 n 个一阶微分方程写成矩阵向量形式可得

$$\dot{X} = AX + BU \quad (2-6)$$

$$Y = CX \quad (2-7)$$

上两式中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

(2-6)式称为状态方程,(2-7)式称为输出方程,合起来称为状态空间的动态方程。

若系统包含有输入量的导数项, n 阶微分方程为

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_1y^{(1)} + a_0y = b_nu^{(n)} + b_{n-1}u^{(n-1)} + \cdots + b_1u^{(1)} + b_0u \quad (2-8)$$

为了消去输入函数中的导数项,可取以下 n 个变量作为一组状态变量

$$\begin{aligned} x_1 &= y - \beta_0u \\ x_2 &= x_1 - \beta_1u \\ &\vdots \\ x_n &= x_{n-1} - \beta_{n-1}u \end{aligned}$$

根据这组状态变量,写出一阶方程组

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \beta_1u \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \beta_2u \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n + \beta_{n-1}u \\ \dot{x}_n &= -a_0x_1 - a_1x_2 - \cdots - a_{n-1}x_n + \beta_nu \end{aligned}$$

以及输出方程

$$y = x_1 + \beta_0u$$

而方程组中参数应满足下列关系

$$\begin{aligned} \beta_0 &= b_n \\ \beta_i &= b_{n-i} - \sum_{k=0}^{i-1} a_{n-i+k} \beta_k \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \end{aligned}$$

由此可得系统的状态方程和输出方程为

$$\dot{X} = AX + BU \quad (2-9)$$

$$Y = CX + DU \quad (2-10)$$

上两式中

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$B=[\beta_1 \quad \beta_2 \quad \cdots \quad \beta_n]^T \quad C=[1 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \quad D=\beta_0$$

2. 从系统传递函数求系统状态方程

设系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0} \quad (2-11)$$

因上式分子有零点,不易直接转化为状态方程,为此引入一个中间变量 $e(t)$, 它的拉氏变换为 $E(s)$ 。令

$$E(s) = \frac{U(s)}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0}$$

则

$$U(s) = (s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0)E(s) \quad (2-12)$$

$$Y(s) = (b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_1s + b_0)E(s) \quad (2-13)$$

对(2-12)式两边取拉氏反变换

$$u(t) = e^{(n)}(t) + a_{n-1}e^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1e^{(1)}(t) + a_0e(t) \quad (2-14)$$

选一组状态变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$, 令

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= e(t) \\ x_2 &= e^{(1)}(t) \\ &\vdots \\ x_n &= e^{(n-1)}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2-15)$$

代入(2-14)式可得

$$\dot{x}_n = e^{(n)}(t) = -a_0x_1 - a_1x_2 - \cdots - a_{n-1}x_n + u(t) \quad (2-16)$$

对(2-13)式两边取拉氏反变换得

$$\begin{aligned} y(t) &= b_{n-1}e^{(n-1)}(t) + b_{n-2}e^{(n-2)}(t) + \cdots + b_1e^{(1)}(t) + b_0e(t) \\ &= b_0x_1 + b_1x_2 + \cdots + b_{n-2}x_{n-1} + b_{n-1}x_n \end{aligned} \quad (2-17)$$

由(2-15)、(2-16)、(2-17)式可得状态方程及输出方程为

$$\dot{X} = AX + BU \quad (2-18)$$

$$Y = CX \quad (2-19)$$

其中

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} & X &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} & A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \\ B &= [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]^T & C &= [b_0 \quad b_1 \quad \cdots \quad b_{n-2} \quad b_{n-1}] \end{aligned}$$

从系统传递函数模型转化为状态方程模型不是唯一的,不同的变换方法,状态方程的形式是不一样的。根据传递函数有零点和有无重极点的情况,转换为状态方程的形式有五种类型,这里就不再详细介绍了。

§ 2-2 连续系统的数字仿真方法

任何一个连续系统数学模型,在使用数字计算机进行仿真研究时,都必须首先选择一种数值计算方法,将连续系统数学模型数值化,建立系统的数字仿真模型(也称二次模型)。

一、微分方程描述的系统数字仿真模型

1. 欧拉(Euler)法

高阶微分方程可以用一组一阶微分方程来表示。因此,代表一个连续系统动态特性的高阶微分方程的求解,可用一组一阶微分方程的求解来处理。欧拉法是解一阶微分方程的一种最简单计算方法,也是古典数值计算中最基本的方法。

设有一微分方程

$$\dot{y}(t) = f[t, y(t)] \quad (2-20)$$

且 $y(t_0) = y_0$, 试求它的解 $y(t)$ 。

(2-20)式所示的初值问题的解 $y(t)$ 是一连续变量 t 的函数,现要以一系列离散时刻的近似值 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 来代替。这就是这里要讨论的微分方程初值问题的数值解,不同的近似方法得出不同精度的数值解。

把方程(2-20)在某一区间 (t_n, t_{n+1}) 上积分,则可得

$$y_{n+1} - y_n = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f[t, y(t)] dt \quad (2-21)$$

上式的右端积分若以一近似公式代替,即

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f[t, y(t)] dt = T f_n$$

其中, $T = t_{n+1} - t_n$ 称为由 t_n 到 t_{n+1} 的步长;

$$f_n = f[t_n, y(t_n)], \quad y_n = y(t_n), \quad y_{n+1} = y(t_{n+1}).$$

只要步长 T 取得比较小,就可以认为:在该步长内的导数近似保持前一时刻 t_n 时的导数值 f_n 。因此,(2-21)式就可以写成下面的递推算式

$$y_{n+1} = y_n + T f_n \quad (2-22)$$

以 $y(t_0) = y_0$ 作为初值,应用(2-22)式,就可以一步步求出每一时刻 t_n 的 $y(t_n)$ 值。

$$\text{当 } t_1 = t_0 + T \text{ 时, } y_1 = y_0 + T f[t_0, y(t_0)]$$

$$t_2 = t_1 + T \text{ 时, } y_2 = y_1 + T f[t_1, y(t_1)]$$

$$\vdots$$
$$\vdots$$

$$t_n = t_{n-1} + T \text{ 时, } y_n = y_{n-1} + T f[t_{n-1}, y(t_{n-1})]$$

这样,(2-20)式的解 $y(t)$ 就计算出。由于欧拉法是由前一点 t_n 上的数值 y_n 求得后一点 t_{n+1} 上的数值 y_{n+1} , 因此又称单步法;而且它可以直接由微分方程已知的初始值 y_0 作为递推计算时的初值,因而又是一种自起动的算式。

设微分方程的精确解在 t_n 附近是解析的,则可以用泰勒(Taylor)级数展开式来求 t_{n+1} 处的精确解,即

$$\begin{aligned}
 y(t_n + T) &= y(t_n) + T\dot{y}(t_n) + \frac{T^2}{2}\ddot{y}(t_n) + \dots \\
 &= y(t_n) + T\dot{y}(t_n) + O(T^2)
 \end{aligned}
 \quad (2-23)$$

其中, $O(T^2) = \frac{T^2}{2}\ddot{y}(\xi)$ ($t_n \leq \xi \leq t_{n+1}$), 称为余项。

由于欧拉递推公式正好是以上展开式中的前两项 $y_n + Tf_n$, 所以, 必然与精确解存在误差 $O(T^2)$ 。由于此误差是数值方法本身固有的, 故也称为截断误差。因而, 微分方程的数值解法实质上就是以有限的差分解近似表示精确解。

它的几何意义如图 2-1 所示。图中在 A_n 点 $y(t)$ 的导数值 $f[t_n, y(t_n)]$ 是 A_n 点切线的斜率, 它在 $t = t_{n-1}$ 时刻交于 A_{n-1} , A_{n-1} 的纵坐标 $y(t_{n-1})$ 即在 t_{n-1} 时刻近似求出的函数值。从几何图形上看, 欧拉法实质是用一条折线来逼近精确解 $y(t)$ 。

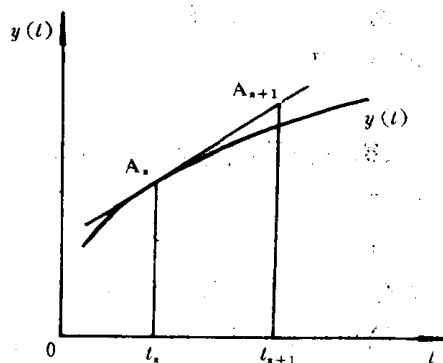


图 2-1 欧拉法的几何图形表示

2. 龙格-库塔(Runge-Kutta)法

欧拉法的优点是计算简单, 运算速度快, 但精度较低。为得到精度较高的数值计算方法, 龙格和库塔两人先后提出了用函数值 f 的线性组合来代替 f 的高阶导数项, 则既可避免计算高阶导数, 又可提高数值计算精度。

由 (2-23) 式可知

$$\begin{aligned}
 \dot{y}(t_n) &= f_n \\
 \ddot{y}(t_n) &= \frac{\partial f_n}{\partial x_n} + \frac{\partial f_n}{\partial y_n} \cdot \frac{\partial y_n}{\partial x_n} = f_n + f_n \cdot \frac{\partial f_n}{\partial y_n}
 \end{aligned}$$

$$\text{则 } y_{n+1} = y_n + Tf_n + \frac{T^2}{2}(f_n + f_n \cdot \frac{\partial f_n}{\partial y_n}) + \dots$$

为避免计算 $f_n, \frac{\partial f_n}{\partial y_n}$ 等导数项, 可令 y_{n+1} 由下面算式表示

$$y_{n+1} = y_n + T \sum_{i=1}^r b_i k_i \quad (2-24)$$

其中, r 即阶数; b_i 是待定系数;

$$k_i = f(t_n + C_i T, y_n + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_j) \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

当 $r = 1$ 时, $y_{n+1} = y_n + Tf_n$, 即欧拉法。

当 $r = 4$ 时, 可得四阶龙格-库塔公式(推导过程可以参阅有关“计算方法”的书籍)

$$y_{n+1} = y_n + \frac{T}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2-25)$$

式中

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(t_n, y_n) \\
 k_2 &= f(t_n + \frac{T}{2}, y_n + \frac{T}{2}k_1)
 \end{aligned}$$

$$k_3 = f(t_n + \frac{T}{2}, y_n + \frac{T}{2}k_2)$$

$$k_4 = f(t_n + T, y_n + Tk_3)$$

从(2-25)式可知,采用四阶龙格-库塔方法,每计算一个步距需要进行四次求斜率 k_1, k_2, k_3, k_4 的计算,故计算量较大;但它精度较高,截断误差 $O(T^5)$ 比欧拉法高得多。

3. 阿达姆斯(Adams)法

龙格-库塔法求 y_n 仅与 y_{n-1} 有关,与 y_n 以前的值无关,也是单步法。阿达姆斯法是一种多步法,即计算第 n 步 y_n 值不仅需要前一步值 y_{n-1} 作为初值,而且还要前几步的 $y_{n-2}, y_{n-3}, \dots$ 值,其计算公式有显函数和隐函数两种形式。

(1)阿达姆斯显式公式

$$y_{n+1} = y_n + \frac{T}{2}(3f_n - f_{n-1}) + O(T^3) \quad (2-26)$$

它由泰勒级数展开式推导得到的。

由于 y_{n-1} 可由 y_n, f_n, f_{n-1} 等确定,所以是显式解。但是为了求解一个新的 y 值,需要 f 的两个值 f_n 及 f_{n-1} ,因此这一递推式不能从 $t = t_0$ 自起步,一般常用同阶的龙格-库塔法来起动。

(2)阿达姆斯隐式公式

$$y_{n+1} = y_n + Tf_{n+1} + O(T^2) \quad (2-27)$$

它是由向后展开的泰勒级数公式推导得到。

由于 y_{n+1} 式中包含 f_{n+1} ,计算 f_{n+1} 时又要用到 y_{n+1} ,而 y_{n+1} 又是待求的下一步函数值,故该式是隐函数形式。所以,要解出 y_{n+1} 就要用迭代法。其步骤是先估算一个 y_{n+1} ,重复迭代,直至前后两次 y_{n+1} 值之间的误差在要求范围内为止。由于进行多次迭代运算,解的精度较高,但费时多。而且隐式公式也不能自行起动,它实际上是对预估值起校正作用。

以上两种公式很少单独使用,一般是将两者结合起来使用,可得阿达姆斯预估-校正方法。

(3)阿达姆斯预估-校正法

首先根据显式公式估计一个初值,然后再用隐式公式进行迭代运算(或称进行校正)。应用此方法时要注意:显式和隐式公式的阶数要一致。

常用的阿达姆斯预估-校正法截断误差为 $O(T^2)$,与四阶龙格-库塔方法精度相同,但比龙格-库塔法计算量少。因为此法只计算两次函数导数值,而四阶龙格-库塔法要计算四次函数导数值。此法的不足是自己不能自起动,计算过程改变步长比较困难。

二、传递函数描述的系统数字仿真模型

前面采用数值积分方法把微分方程描述的连续系统模型化成不同的迭代算式,建立了适合数字计算机仿真的离散化模型。但是,由于迭代算式中的系数每一步都要重新计算,因此计算量比较大。

丢斯丁数值算法是一种直接用离散化模型代替连续系统模型的方法,它把传递函数描述的连续系统模型采用 Z 变换变换成差分方程表示的离散化模型。由于差分方程可以直接用迭代法在数字计算机上求解,而且方程系数就是一些系统参数以及采样周期 T