

[美] S. M. 凯依 著

现代谱估计
原理与应用

科学出版社

现代谱估计 原理与应用

〔美〕S. M. 凯依著
黄建国 武延祥 杨世兴译

科学出版社

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

谱分析是一种对信号和系统进行分析处理的有效方法。本书系统地总结了现代谱分析这一新兴学科的基本理论和方法。全书共 16 章，分为基本谱估计方法和高级谱估计原理两部分。书中首先介绍了经典谱估计的主要方法，然后论述了现代谱分析的参数模型方法，其中包括自回归(AR)模型、滑动平均(MA)模型、自回归滑动平均(ARMA)模型的谱估计方法，以及正弦信号的参数估计、多通道谱估计、二维谱估计等现代谱估计的重要方法。最后列举了现代谱分析成功应用的例子。书中每章后面均附有精选的习题，各章的附录中还给出了现代谱分析方面的 FORTRAN 应用程序。

本书可供科研和工程技术部门从事信号分析和信号处理工作的科技人员参考，也可作为高等学校相关专业本科生及研究生的教材或教学参考书。

S. M. Kay

MODERN SPECTRAL ESTIMATION

Theory and Application

Prentice-Hall, 1988

现 代 谱 估 计

原 理 与 应 用

[美] S. M. 凯依 著

黄建国 武延祥 杨世兴 译

责 编 张建荣 魏 玲

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮 政 编 码 : 100717

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1994 年 5 月第 一 版 开本 : 787 × 1092 1/16

1994 年 5 月第一次印刷 印张 : 27 3/4

印数 : 1—1 370 字数 : 637 000

ISBN 7-03-003960-2/TN · 154

定 价 : 36.00 元

前　　言

现代声学是一门新发展的应用学科，它的理论基础和实际应用范围都很广泛，但目前国内、外还没有一本比较完整的手册。本书是从1973年初开始编写的，最初的计划是打算广泛搜集资料，编成一本“声学数据公式手册”，但在编写过程中，感到有必要对许多公式和数据作一些说明，并包括一些其他资料，最后就写成了现在的样子。

本书内容是介绍声学各分支的基本原理、公式、图表、数据，以供声学工作者讲授、学习和设计参考，但不包括工程应用中的具体设计。

第一章给出基本声学术语的确切定义，作为以后各章使用的基础，这些术语都曾广泛地征求过意见。某些方面的专用术语，则在以下各章中分别给出定义。第二章是单位，根据国际趋势，完全采用了国际单位制（公制，SI）。第三章给出常用符号和常数，第四章至第十六章介绍声学中各分支共同使用的基本原理、公式、图表和数据。第十七章至第二十四章主要是用于各分支的资料。附录中是一般数据资料，不少材料是首次发表的。

象《声学手册》这样范围非常广泛的工具书，最好是由各方面的专家合作，共同编写，但限于当时的客观情况，不易找到合作者，所以也只好由编著者尽力而为。本书成稿后虽然曾广泛征求过意见，并得到很多同志的热心帮助，但由于编著者知识范围有限，仍难免有遗漏、错误之处，这些都由编著者负责，希望读者多予指正，以便再版时更正。现代声学的范围非常广，发展非常快，本书从编写到付印，由于各种原因，花了几十年的时间，在这期间，声学理论和实践变化很大，本书内容虽只限于基本材料，但也有不少部分需要几次修改补充，甚至需要重写，编著者在这方面作了努力，但遗漏、误谬依然难免，也请读者指正。

关于书中采用的国际单位制，这里再作一点补充说明，按照国际单位制规定，一个单位只有名称和符号，例如，安培，A；米每秒，m/s等，安培可简称为安，米实际也是简称，但这不是符号，符号则仍是A，m。名称和符号不能混用，例如用立方米，不用米³，如果用符号，就写成m³。关于倍数和分数，中文只有名称，如千，兆等（相当于 thousand, million 等），没有词冠（相当于 kilo, mega 等），符号为k, M。复合词如毫微(m μ)等在国际单位制中已取消。单位如何使用，哪种用法已取消，都已在第二章中详细说明。有些单位名称如啞耳，瑞利等虽已在某些范围内使用，但未经国际承认，因此本书内均未采用，仅收入附录内的英汉声学词汇中。

本书第一、二、三、四、九、~~十~~、~~十一~~、~~十二~~、~~十三~~、~~十四~~、~~十八~~、二十、二十四章和附录是马大猷写的，第十九章是由张家騄写的，其余各章是由沈燮写的。本书承华南工学院副院长冯秉铨教授耐心细致、严肃认真地校阅了部分稿件，谨以此作为对冯教授的纪念。

编著者

段。

虽然现代谱分析的研究成果大量涌现,一些论述现代谱分析的论文集、专题集在国际上相继问世,但系统论述现代谱分析的专著尚不多见。美国谱分析专家凯依(S. M. Kay)的《现代谱估计 (Modern Spectral Estimation, 1988)》一书填补了该方面的空白,是目前从理论上系统总结和论述现代谱分析这一新兴学科的优秀专著。

凯依为美国罗得岛大学 (University of Rhode Island) 电机系教授,长期从事信号处理,尤其是现代谱分析方面的研究,发表过大量很有影响的文章。早在 1981 年他就与马布尔 (Marple) 发表了有关现代谱分析的长篇综述论文“现代谱分析综述 (Spectrum Analysis—A Modern Perspective)”,首次归纳并分析比较了当时散见于不同论文中的各种谱估计方法,推动了现代谱分析的发展。该论文至今仍被人们广泛引用。

本书是作者系统地总结了 20 多年来在现代谱分析这一领域中的研究成果,在多方面的支持协助下,用了四年多时间写成的。初稿完成后,根据使用效果,又作过多次修改。本书从最佳谱估计入手,系统地归纳、总结了各类谱估计方法的基本原理,综合分析、比较了各种方法的统计性能,并对其优缺点、使用条件进行了深入的论述,还给出了大量的计算机仿真结果。全书内容系统,论述严谨。除第十六章外,每章末都附有精选的习题,书中还附有许多现代谱分析方面的 FORTRAN 应用程序。本书译者黄建国曾在罗得岛大学与凯依教授一起工作,共同研究现代谱分析的有关问题。原书首批发行时,凯依教授欣然表示,大力支持将该书译成中文,最近还寄来原版书的勘误表。我国有关现代谱分析的研究工作正在迅速开展,该书中译本的出版无疑会对我国广大读者有所裨益。该书不但可作为该学术领域有关研究生和大学高年级学生的教材或教学参考书,而且对通信、雷达、声纳、航空航天、机械工程、地质、天文、海洋开发、生物医学等众多科学领域的广大科技工作者均有重要的参考价值。

译文省略了原书前言中有关所附磁盘的少量说明文字,以及书末的两个附录。

本书在翻译出版过程中曾得到西北工业大学有关领导和许多同志的热情支持和帮助,郑家梅和赵琪同志在本书的翻译过程中作了大量工作,在此表示深切的谢意。

由于译者水平所限,加之某些专业术语尚统未有统一订名,译文中的不当之处在所难免,恳切希望广大读者批评指正。

为了适应我国科技工作者研究、使用和学习现代谱分析方法的需要,我们研制了现代谱分析图形软件系统。并于 1992 年通过了国家自然科学基金委员会主持的技术鉴定,鉴定认为,该软件系统有创造性,跟踪了国际现代谱分析技术的发展水平,开创了谱分析图形软件研制的新途径,有重要的科学意义与工程应用价值。该软件包括 30 多种谱分析方法,可给出各种分析的图形结果,功能强,使用方便。有关该软件的问题,读者可与西北工业大学航海工程学院联系,邮政编码: 710072。

中译本前言

现代信号处理系统对于把一个时间序列分解为它的谱分量（即谱估计问题）的依赖程度与日俱增。本书力图把当今所使用的主要谱估计方法统一在一个条理清晰的系统内。我希望中译本的出版将会使原书中的内容为更多的科技工作者和工程技术人员所利用。我十分感谢本书的译者。早在1987年当黄建国教授作为一名访问学者在美国罗得岛大学工作时，就曾有过将该书译成中文的想法。当时我们都认为把该书译成中文对中国的科技工作者是十分有益的。这一努力始自1988年，最终的成果是完成了《现代谱估计》的中译本。对于我的朋友和同事黄教授等在使该项计划成为现实的工作中所付出的时间、精力和热情深表谢意。

斯蒂温·凯伊
1992年于美国罗得岛大学

前　　言

功率谱密度估计传统上是以傅里叶变换和滤波理论为基础的。在过去的 10 多年中，对各种谱估计方法进行系统阐述和相互比较的研究活动十分活跃。这些“现代”方法所表现出的高分辨的优点是开展上述研究活动的重要推动力，它们以时间序列分析和近似理论等已经确立起来的领域为基础。然而，随着数字计算机计算能力的飞速增长，昔日曾为纯理论的方法现今已可在实际中得以应用，各领域的研究人员都为此作出了贡献，建造了一个人为设想出的名称、术语和符号的“通天塔”。本书的主要目的就是用一种统一的方式来论述已有的方法，并用适当的观点来评价为数众多的算法。

近年来对这些“现代”方法产生兴趣的一个主要原因是它们在短记录数据情况下具有改善了的性能。因此，本书着重介绍既重要且难度很大的短记录数据情况。对于较长的记录数据，则可用傅里叶方法。为此，首先要对各种谱估计方法作一明确的比较，但是每种方法的优点均与应用场合有关，其工作性能基本上取决于数据类型，所以本书没有给出对它们的统一评价。为了说明各种谱估计方法的特性，书中还给出了大量的计算机仿真结果，我希望它们能成为一个指南，以帮助读者在实际应用中作出明智的选择。实现本书中所论述的各种谱估计方法的计算机程序为作出这种选择提供了工具。这些计算机程序用简单明了的形式写成，易于理解。但是却在某些场合牺牲了一些计算上的有效性。全部程序均使用标准的 FORTRAN 77 语言。为了确认每个程序是否运行正确，在程序文件中都列出了检验示例以及应当得到的输出结果。在总附录 1 中还对可供使用的程序作了简要说明。我觉得“传授”有关各种谱估计方法的经验对于了解每种方法的要点和局限性也是至关重要的。

对于谱估计问题所采用的自然科学研究观点是以经典统计学为基础的。本书强调极大似然估计，因为它是获得良好估计器的主要可行方法。书中还包括了一些重要的统计分析结果，虽然对其中的大部分分析结果没有给出证明，但是对于有关的进一步细节，读者可参阅丰富的统计学文献。统计理论的一个缺点就是它只限于长记录数据（渐近结果）和实数据，但是，可供利用的统计理论已经为从概念上理解谱估计方法打下了坚实的基础。

要在一本书中全面论述现代谱估计这一浩瀚的领域是一项极为困难的任务，所以不得不删去一些重要的方面。考虑到数字计算机是实现各种方法的主要工具，因此这里只讨论离散数据的情况，而且只研究广义平稳离散随机过程（包括正弦过程这种退化的情况）。对于像噪声中衰减的指数信号等瞬态过程的谱估计问题本书中没有涉及，而且只把少量的注意力投向如何实现各种方法方面，因此省略了许多计算上十分有效的或“快速”的算法。类似地，也没有论述像 LMS 算法或梯度格型算法之类的梯度法，因为许多其它著作中已对这些方面作了专门的论述。如果读者十分关心如何实现的问题以及一些本书中省略了的专题，可参阅 S. L. Marple, Jr. 所著《数字谱分析 (Digital Spectral Analysis)》一书。该书为了使读者基本了解各种方法，只给出了基本的定理证明和算法推导，省

略了冗长的证明或推导过程，而用指出适当的参考文献的方式来代替。

本书在罗得岛大学是作为一学期研究生课程的教材使用的，因此书中有大量的练习题，这些练习题不仅有助于说明某些理论问题，给出在书中省略了的性质的推导或定理的证明，而且还得出一些附加的结果。为了加深理解和便于使用谱估计方法，每一章的第一节均为内容摘要，它提醒读者应当注意哪些重要的结果和专门的算法。本书的程度适用于一年级研究生，并假定他们已学过“数字信号处理”和“概率论与随机过程”方面的课程。虽然书中已经汇总了线性代数和统计学的必要概念，但若能对这方面有更多的了解无疑是有益的。我相信，本书对从事实际工作的工程技术人员和高年级学生也同样是十分有益的。

本书分为两大部分。第一部分论述谱估计的基本方法，并给出了许多计算机程序；第二部分讨论较高级的谱估计理论，由于这些理论仍处于初步研究阶段，因而没有提供计算机程序。全书结构如下：第一章介绍谱估计的基本概念。第二、三章提供学习谱估计必需的基础知识。第四章总结经典傅里叶方法。第五章介绍参数建模，它将用于第六、七章的自回归谱估计，第八章的滑动平均谱估计和第九、十章的自回归滑动平均谱估计。第十一章讨论极小方差谱估计（卡朋方法）。第十二章是第一部分的最后一章，它总结了常用的各种谱估计器。第二部分包括：第十三章的正弦信号参数估计，第十四章的多通道谱估计，第十五章的二维谱估计，以及第十六章，这一章向读者介绍了一些大量使用现代谱估计理论的应用领域。

作者向在本书编写过程中作出了贡献的人们表示感谢。在本书初稿的写作过程中，与 S. L. 马布尔 (S. L. Marple) 进行了密切的合作，书中采用了他所提供的计算机程序，从而使本书的质量显著提高。他还在使用 TEX 排版程序方面给予了大力支持，这对于提高手稿的可读性是很重要的。与罗得岛大学 L. 杰克逊 (L. Jackson), R. 库麦雷桑 (R. Kumaresan), L. 帕库拉 (L. Pakula) 和 D. 塔夫茨 (D. Tufts) 以及科罗拉多大学的 L. 夏尔夫 (L. Scharf) 所进行的有关本书取材的研讨也是非常有益的。许多人对本书初稿提出了宝贵的意见，进一步完善了有关内容的表述。他们是加利福尼亚大学的 W. 加德纳 (W. Gardner)，明尼苏达大学的 M. 凯伍 (M. Kaveh)、J. 马克霍尔 (J. Makhoul)、S. L. - 马布尔，东北大学的 C. 尼基阿斯 (C. Nikias)、L. 夏尔夫，以及罗得岛大学的 D. 森古普塔 (D. Sengupta)。许多计算机仿真都是由罗得岛大学的研究生，特别是 D. 森古普塔所完成的。最后，还要感谢海军科研局，由于他们对科研工作持续不断的 support 使我能够涉足现代谱估计这一领域。

S. M. 凯依
罗得岛州 金斯顿

目 录

译者的话

中译本前言

前言

第一部分 基本谱估计方法

第一章 绪论	1
1.1 谱估计及其应用	1
1.2 谱估计的使用问题	3
1.3 谱估计的主要方法	4
1.4 谱估计器的比较	5
1.5 检验示例	7
参考文献.....	9
习题.....	9
附录 1A 检验示例用的数据组	10
第二章 线性代数和矩阵论	11
2.1 引言	11
2.2 定义	11
2.3 特殊矩阵	12
2.4 矩阵变换及其公式	16
2.5 重要定理	17
2.6 矩阵的特征分解	18
2.7 线性方程组的解	19
2.8 二次函数和埃尔米特函数的极小化	22
参考文献.....	24
习题.....	24
附录 2A FFT 的计算机程序	26
附录 2B 联立线性方程组的乔里斯基解的计算机程序	28
第三章 概率、统计和随机过程	31
3.1 引言	31
3.2 一些有用的概率密度函数	31
3.3 估计理论	33
3.4 随机过程的特征	38
3.5 一些重要的随机过程	40

3.6 自相关函数的各态历经性	43
3.7 功率谱密度的另一个定义	44
参考文献	44
习题	45
第四章 经典谱估计	47
4.1 引言	47
4.2 摘要	47
4.3 周期图	48
4.4 平均周期图	53
4.5 BT 谱估计	58
4.6 计算机仿真举例	61
参考文献	70
习题	71
附录 4A 周期图的偏差和方差	72
附录 4B BT 谱估计器的偏差和方差	73
附录 4C 周期图的计算机程序	74
附录 4D 相关估计的计算机程序	76
附录 4E BT 谱估计器的计算机程序	78
第五章 参数建模	81
5.1 引言	81
5.2 摘要	82
5.3 有理传递函数模型	83
5.4 模型参数与自相关的关系	87
5.5 ARMA, AR 和 MA 过程举例	90
5.6 模型拟合	100
5.7 MA 建模和 BT 谱估计器	109
5.8 根据 PSD 或 ACF 确定模型参数	109
参考文献	111
习题	111
附录 5A 产生实高斯白噪声的计算机程序	112
附录 5B 产生时间序列的计算机程序	114
附录 5C 计算 PSD 值的计算机程序	117
第六章 自回归谱估计：概述	120
6.1 引言	120
6.2 摘要	120
6.3 AR 过程的特性	122
6.4 AR 谱估计器的特性	139
6.5 AR 参数和反射系数的估计	145
6.6 AR 功率谱密度的估计	151

6.7 噪声对 AR 谱估计器的影响.....	152
6.8 模型阶次选择的考虑	161
参考文献.....	162
习题.....	163
附录 6A AR 参数估计器的克拉美-罗界的推导.....	164
附录 6B 列文森递推的计算机程序	166
附录 6C 步降法的计算机程序	167
第七章 自回归谱估计：方法.....	170
7.1 引言	170
7.2 摘要	170
7.3 自相关法	172
7.4 协方差法	174
7.5 修正协方差法	176
7.6 伯格法	178
7.7 递推极大似然估计器	181
7.8 模型阶次的选择	183
7.9 噪声 AR 过程的谱估计	186
7.10 计算机仿真举例	188
参考文献.....	200
习题.....	202
附录 7A 阿凯克信息论准则的推导	203
附录 7B 自相关法的计算机程序	205
附录 7C 协方差法和修正协方差法的计算机程序	207
附录 7D 伯格法的计算机程序	210
附录 7E 递推极大似然估计器的计算机程序	212
第八章 滑动平均谱估计.....	217
8.1 引言	217
8.2 摘要	217
8.3 MA 谱估计器	218
8.4 极大似然估计：德宾法	219
8.5 MA 参数和谱估计器的统计特性	222
8.6 模型阶次的选择	223
8.7 其它 MA 估计器	224
8.8 计算机仿真举例	225
参考文献.....	228
习题.....	229
附录 8A 德宾法的计算机程序	230
第九章 自回归滑动平均谱估计：概述.....	232
9.1 引言	232

9.2 摘要	232
9.3 极大似然估计	232
9.4 极大似然估计器的统计特性	234
9.5 已知自回归参数时分子式的确定	236
9.6 模型阶次的选择	237
9.7 特殊的 ARMA 模型	238
参考文献	239
习题	240
附录 9A ARMA 参数估计器的克拉美-罗界的推导	241
第十章 自回归滑动平均谱估计：方法	244
10.1 引言	244
10.2 摘要	244
10.3 阿凯克近似极大似然估计器	246
10.4 修正尤拉-沃克方程	249
10.5 最小二乘修正尤拉-沃克方程	252
10.6 输入-输出辨识方法	253
10.7 计算机仿真举例	256
参考文献	268
习题	270
附录 10A 阿凯克极大似然估计器中偏导数的计算	271
附录 10B 近似海赛矩阵的正定特性	274
附录 10C 阿凯克极大似然估计器的计算机程序	275
附录 10D 修正尤拉-沃克方程法的计算机程序	282
附录 10E 最小二乘修正尤拉-沃克方程法的计算机程序	286
附录 10F 梅恩-法鲁赞法的计算机程序	289
第十一章 极小方差谱估计	295
11.1 引言	295
11.2 摘要	295
11.3 信号振幅的极大似然估计	296
11.4 线性极小方差无偏估计器的滤波解释	298
11.5 极小方差谱估计器	301
11.6 MVSE 和 AR 谱估计器的比较	303
11.7 计算机仿真举例	306
参考文献	312
习题	312
附录 11A 极小方差谱估计器的计算机程序	313
第十二章 谱估计方法总结	317
12.1 引言	317
12.2 使用检验示例数据的比较	317

12.3 一般性比较	321
参考文献	322
习题	322

第二部分 高级谱估计原理

第十三章 正弦信号的参数估计	325
13.1 引言	325
13.2 摘要	325
13.3 极大似然估计	326
13.4 克拉美-罗界	330
13.5 近似极大似然估计法	332
13.6 用谱估计方法估计频率	335
13.7 自相关矩阵的性质	337
13.8 主分量频率估计	339
13.9 噪声子空间频率估计	343
13.10 模型阶次的选择	347
13.11 计算机仿真举例	348
参考文献	350
习题	351
附录 13A 主特征矢量空间生成特性的证明	353
附录 13B 皮萨年科法性质的证明	354
第十四章 多通道谱估计	356
14.1 引言	356
14.2 摘要	356
14.3 线性系统和傅里叶变换	357
14.4 随机过程	361
14.5 经典谱估计	363
14.6 有理传递函数模型	365
14.7 自回归谱估计	367
14.8 自回归滑动平均谱估计	371
14.9 极小方差谱估计	373
14.10 计算机仿真举例	375
参考文献	376
习题	377
附录 14A 用于解多通道尤拉-沃克方程的列文森算法的推导	378
第十五章 二维谱估计	382
15.1 引言	382
15.2 摘要	382

15.3 线性系统和傅里叶变换	383
15.4 随机过程	387
15.5 经典谱估计	389
15.6 自回归谱估计	391
15.7 最大熵谱估计	401
15.8 极小方差谱估计	402
15.9 正弦信号的参数估计	404
15.10 计算机仿真举例	404
参考文献	407
习题	409
第十六章 谱估计方法的应用	412
16.1 引言	412
16.2 时间序列的外推和内插	412
16.3 信号检测	413
16.4 带宽压缩	413
16.5 谱平滑和建模	414
16.6 波束形成和测向	415
16.7 格型滤波器	416
16.8 其它的应用	416
参考文献	417
总附录 1 计算机程序汇总	419
总附录 2 符号和缩写	425
总附录 3 人名译音对照表	428
总附录 4 主要名词汉英对照表	429

第一部分 基本谱估计方法

第一章 绪 论

1.1 谱估计及其应用

通常的谱估计问题就是根据随机过程的一组有限观测值来确定该过程谱的内容。严格讲，复广义平稳（WSS）随机过程的功率谱密度（PSD） $P_{xx}(f)$ 定义为

$$P_{xx}(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{xx}[k] \exp(-j2\pi fk), -\frac{1}{2} \leq f \leq \frac{1}{2} \quad (1.1)$$

式中 $r_{xx}[k]$ 是 $x[n]$ 的自相关函数（ACF），定义为

$$r_{xx}[k] = \mathcal{E}(x^*[n]x[n+k]) \quad (1.2)$$

其中 \mathcal{E} 是数学期望运算。频率 f 既可以表示为由连续随机过程得到数据样本时所用采样频率的分数，也可以用周/样本为单位表示。PSD 函数描述随机过程的功率随频率变化的分布。实际上，我们可以用带通滤波器对随机过程进行滤波，再测量滤波器输出的功率，从而确定出这种分布，其中带通滤波器的中心频率在 $f = f_0$ 处，并且带宽充分窄。然后把测得的功率除以滤波器带宽。对于所有的中心频率 $-\frac{1}{2} \leq f_0 \leq \frac{1}{2}$ 都重复这个步骤。

然而，这种方法事先假定被观测的随机过程有足够的持续时间，从而使滤波器的暂态过程得以消失。滤波器的带宽越窄，观测的时间就越长。谱估计的傅里叶方法就包含着使用这种方法（见第四章）。对于许多实际应用问题，观测时间可能很短。一般说来，我们有一组依次得到的用以确定 PSD 的观测值 $\{x[0], x[1], \dots, x[N-1]\}$ 。由(1.1)式可知，因为 PSD 取决于无限多个 ACF 值，所以通常要确定 PSD 是不可能的。这样做的任何尝试都注定要失败。比较合理的目标是得出一个好的 PSD 的估计值。后一个问题就是本书的主题。我们可以把谱估计问题概括为：根据依次得到的广义平稳随机过程单次现实的 N 点观测值 $\{x[0], x[1], \dots, x[N-1]\}$ ，估计出当 $-\frac{1}{2} \leq f \leq \frac{1}{2}$ 时的 PSD。

限制观测区间内只有 N 个数据点是由于受到实际问题的制约。由实际装置所产生的许多随机过程都不能看作是 WSS 过程，因为自相关函数 $\mathcal{E}(x^*[n]x[n+k])$ 不仅取决于样本间的滞后 k ，而且还取决于 n 值，所以无法定义 PSD。在许多情况下非平稳性不是很突出，因此可以将随机过程看作是局部 WSS 过程。在观测区间内这类随机过程的自相关函数 $\mathcal{E}(x^*[n]x[n+k])$ 随 n 变化很小。如果包含 N 点数据样本的观测区间充分小，就可以将这一过程看作是局部 WSS 过程。举一个语音问题的例子，说话声音或音素

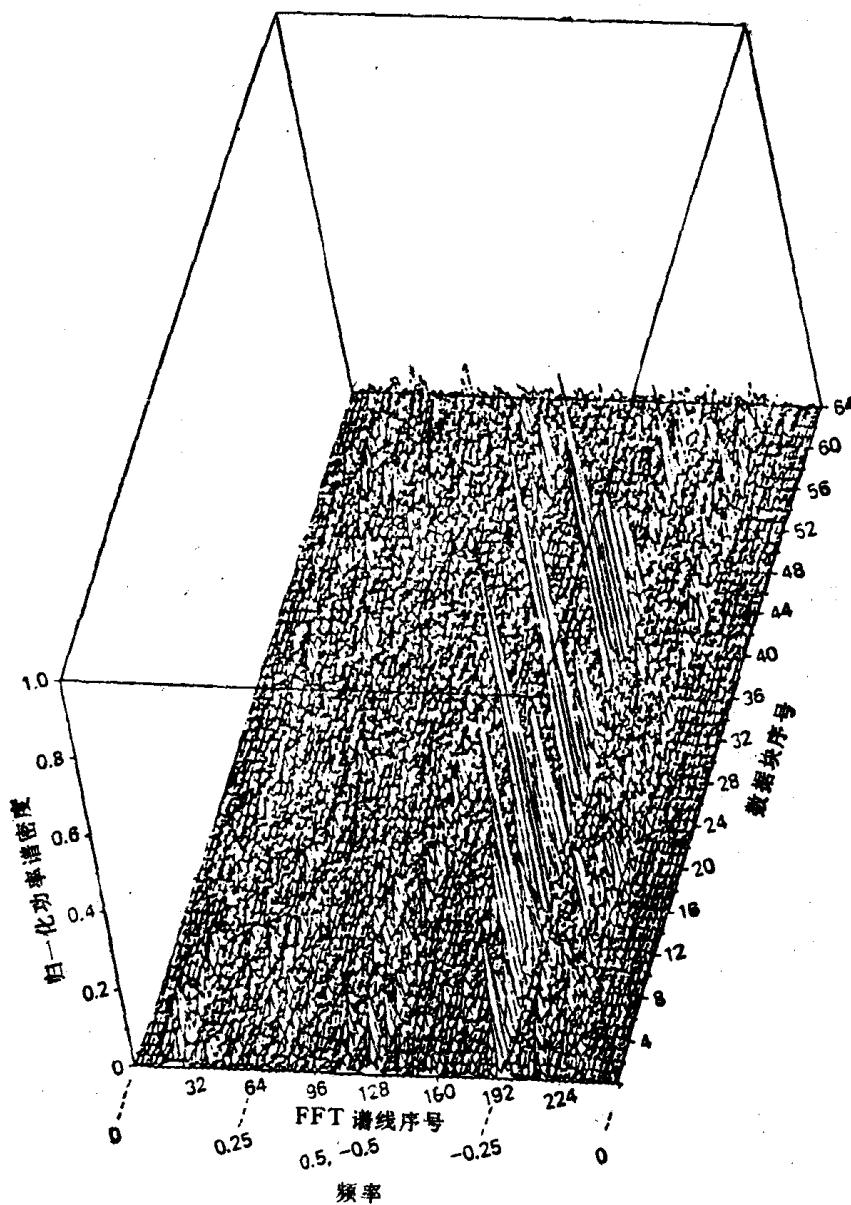


图 1.1 被动声纳数据的谱图, 它表示出正弦信号的非平稳性

在大约 20 至 80ms 内是 WSS 过程, 这与具体的音素有关 [Makhoul et al. 1974]. 在雷达和声纳中也有这样的例子, 例如雷达和声纳接收到的随机过程通常由埋在背景噪声中的信号组成. 由于多普勒效应, 目标辐射信号的中心频率将随着目标的运动而变化 [Knight et al., 1981]. 另外, 介质的传播特性也能随时间而变化, 并引起附加的非平稳性. 这种现象的一个示例在图 1.1 中给出, 图中画出了被动声纳接收到的声波的谱图 [Kay, 1980], 该图是通过对连续得到的依次重叠 50% 的数据组作 256 点 FFT 而画出的*. 从图中可以看出, 存在一个强正弦分量, 但振幅似乎有衰落, 反映出海洋中时变多途传播的影响. 很明显, 数据表现出中等程度的非平稳性. 但是, 在短时间范围内所估计的 PSD 的变化很小, 因此该过程可以看作是局部 WSS 过程. 所以, 人们应当限制数据

* 此图即为著名的 LOFAR 图, 是近年来发展起来的被动声纳信号处理方法之一. ——译者注

分析窗,使之短一些,以避免在时变 PSD 估计中出现固有的平滑或偏差问题。使用短记录数据并不是没有问题,因为任何根据有限数据而得出的谱估计值由于缺少平均都将表现出较大的变异性。这种在**偏差与方差**之间进行折衷是所有谱估计器的显著特点。在其它一些应用场合,短记录数据是由于本来就缺乏数据而造成的。在经济领域中观测数据受到所研究的或人们已认识到的具体经济现象的时间长度的限制 [Box and Jenkins, 1970]。地震数据往往是瞬时的,因为像火山爆发或地震这类事件只能持续很短的时间 [Landers and Lacoss, 1977]。还有一些应用场合,要获得大量数据耗资之巨大令人望而生畏。例如在光学干涉测量中每个数据样本的获得都需要用机械设备把镜子移动到不同的位置上 [Chamberlain, 1979]; 在空间阵列中每个数据样本都分别来自如像雷达天线振子之类的不同传感器件 [Monzingo and Miller, 1980]。很明显,这就迫使我们在研究谱估计时应当以尽可能少的数据点为基础。

因为受到实际问题的限制,谱估计方法应当以有限长数据并且常常是短记录数据为基础。这种情况也正是人们最感兴趣的。应当指出,除了上面提到的应用领域外,在生物医学 [Gersch, 1970]、振动分析 [Bendat and Piersol, 1971]、图像处理 [Jain, 1981]、射电天文学 [Wernecke, 1977]、海洋学 [Holm and Hovem, 1979], 以及生态系统 [Hacker, 1978] 等领域中,谱估计都发挥着重要作用。

1.2 谱估计的使用问题

谱估计是一种**初步的数据分析工具**。谱估计不能用以回答是否存在谐振之类的特定问题,只能提出可能的假设,然后在统计学的范围内用公式将这些假设表示出来,再利用已有的假设检验方法选择出最有可能成立的假设 [Kendall and Stuart, 1979]。例如,检测噪声 PSD 未知的有色高斯噪声中的正直流信号问题,可能就把谱估计作为设计一个实际检测器最初的一步。如果只有一段噪声可供利用,谱估计值可能揭示出在 $f = 0$ 处 PSD 近似为平坦的。根据这一信息,较好的检测方法是,将样本平均并与一个门限进行比较,因为这一步骤近似为最佳匹配滤波 [Van Trees, 1968]。另一方面,若谱估计值揭示出在 $f = 0$ 附近有一个较强的窄带分量,我们应当在匹配滤波之前使用预白化处理。

以上举例意味着可用谱估计方法建立模型。其主要用途是设定模型,这些模型可将数据描述为宽带的或窄带的,平稳的或非平稳的,低通的或高通的,等等。一旦模型选定,并通过人为的判断或通过对数据进一步的统计检验加以证实,就可以由此给出新的认识。这样,解决原先问题的新方法就可能由它们自身提出。

在许多场合中,人们对所感兴趣的问题往往都加以充分的限制,从而使谱估计初始的工作完全可以省略。例如,若我们知道或愿意假设数据包括高斯白噪声中的两个正弦信号,则频率估计问题就会变为**参数估计**问题(见第十三章)。对后一种问题用统计估计理论来处理是比较合适的 [Kendall and Stuart, 1979]。这并不是说谱估计问题与参数估计问题互相排斥。如果正弦信号的频率之间相差足够大,使得人们可以很好地对正弦信号加以“分辨”,则极大似然估计器就是由周期图中两个最大峰的位置来估计频率(见第十三章)。但是,若噪声是有色的,则周期图就不能够给出最佳的频率估计值。在这种情况下,极大似然估计将需要有关噪声 PSD 的知识,而这种知识在实际中常常是不知道的。因