

320

蔡 伯 濂

大学物理 力学教学研究

北京 大学 出版 社

52.1
724

大学物理 力学教学研究

蔡伯谦



北京大学出版社

√ 100940

2F64/2

大学物理力学教学研究

北京大学出版社出版

(北京大学校内)

新华书店北京发行所发行

北京市通县向阳印刷厂印刷

850×1168 毫米 32 开本 5.25 印张 125 千字

1982 年 11 月第一版 1982 年 11 月第一次印刷

印数 1—13,500 册

统一书号: 13209·60 定价: 0.65 元

前 言

一九八〇年二月，广西物理学会和广西大学在南宁举办了“力学讲习班”；一九八一年八月，北京物理学会和北京高校物理教学研究会在北京也举办了一次“力学讲习班”；一九八二年一月在广州华南师范学院再一次举办了“力学讲习班”。这三次讲习班都是为了交流教学经验和提高高等院校普通物理力学教学水平而举办的，先后有近五百位从事普通物理教学的教师参加了讲习班。本书就是这三次讲习班的讲稿并进一步补充、整理而成。

本书的内容反映作者近年来在北京大学物理专业讲授普通物理力学课程的一些教学心得和体会。近年来，刚进入大学的学生，虽然在高中阶段已经演算过相当数量的力学题目，有些甚至还是比较难的题目，但是，大多数学生对物理概念和物理规律的理解还是初步的。因此，在大学物理教学中，帮助学生加深对物理概念和物理规律的理解，并逐步培养学生分析问题的能力，是十分必要的。本书结合学生在学习力学课程中，在理解某些物理概念和物理规律时容易产生的问题作了详细的分析。例如，功的计算与参照系的选择有关；作用力的功与反作用力的功的讨论；物体系的概念；“变质量”问题是否遵从特殊的规律；力矩和角动量是对轴的物理量还是对点的物理量；为什么没有必要引入角加速度矢量；等等。这些问题都是概念性较强的问题，弄清楚这些问题会有助于加深对牛顿定律、动量规律、能量规律和角动量规律的理解。

本书在编写上保留讲座形式分成六个题目，在每个题目中只着重讨论一些概念性较强的问题，这些问题不是全部教学内容。其中有些问题，例如，刚体力学中瞬时转动中心和瞬时轴的讨论，

振动中阻尼振动的傅里叶分析等问题的讨论，甚至也不是教学要求。在讲座中进行分析主要是提供教学背景。因此，整理出版这本书的目的不是提供教材，也不是提出教学要求，只是提供一些多年教学中积累的经验，供从事大学物理力学教学的同事们参考，也可供学生学习普通物理力学课程时参考。有不妥之处请批评指正。

蔡 伯 濂

一九八二年二月于北京大学物理系

目 录

第一部分 功和能

一、做功和质点的动能定理	1
二、功的计算与选取的参照系有关	2
三、作用力的功与反作用力的功	5
四、物体系的势能	8
五、物体系的机械能定理	10
六、关于功的定义	17
七、几句话	19

第二部分 动量 质心

一、冲量、动量、质点的动量定理	21
二、质点组的动量定理	25
三、质心、质心定理	29
四、火箭发射	34
五、关于 $m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ 、 $\mathbf{v} \frac{dm}{dt}$ 和 $\frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$ 的讨论	39
六、质心动能和质心系的动能	42

第三部分 角动量

一、力矩、角动量、质点的角动量定理	49
二、质点组的角动量定理	53
三、角动量定理沿固定的直角坐标系的分量表示式	57
四、角动量定理在转动坐标系的表示式	60
五、质心系的角动量定理	69

第四部分 刚体力学

一、平动和转动	73
---------------	----

二、刚体绕固定轴转动·····	77
三、刚体的平面平行运动·····	80
四、对瞬心的分析·····	89

第五部分 振动

一、简谐振动 ·····	100
二、阻尼振动 ·····	108
三、受迫振动 ·····	117

第六部分 波动

一、简谐波的运动学方程 ·····	128
二、对弹性介质中某一质元的运动分析 ·····	130
三、弦的波动方程 ·····	132
四、波的能量 ·····	137
五、驻波 ·····	141
六、波的阻抗、反射系数与透射系数 ·····	147
七、群速 ·····	153

第一部分 功 和 能

本讲讨论以下几个问题：做功依赖于参照系的选择；作用力做功与反作用力做功；势能为什么总是指物体系的势能；从力学角度怎样分析机械能与其他形式能量之间的相互转化。最后，谈谈对功的定义的各种叙述的看法。

一、做功和质点的动能定理

在牛顿力学范围内，做功与质点的动能增量之间的关系（质点的动能定理）可以由牛顿第二定律直接导出。对于选定的惯性参照系，牛顿第二定律可以表示成下面的形式：

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \quad (1.1)$$

这里， $\mathbf{F}$ 表示作用在质点上的合力， m 是质点的质量， $\mathbf{v}$ 则表示质点的运动速度。

把(1.1)式的两边同时点乘(标量积)质点在空间的微分位移 $d\mathbf{r}$ ，则有

$$\begin{aligned} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} &= m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{r} \\ &= m \frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot d\mathbf{v} \\ &= m \mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}, \end{aligned}$$

积分可得

$$\int_0^s \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2. \quad (1.2)$$

(1.2) 式即质点的动能定理的数学表示。等式的左方表示作用在

质点上合力的功，右方表示质点动能的增量。

(1.2) 式表明，作功是用作用在质点上的力与质点位移的标量积来定义的。这里，强调质点位移是因为有些教科书说“力的作用点的位移”，而有的教科书则说“物体的位移”，关于对功的定义的不同说法，本讲的后面还要仔细讨论。

当然，有关功的计算及(1.2)式所表示的质点的动能定理的应用是力学教学的基本要求，需要重点讲授和反复应用的。下面，我们只着重讨论几个容易产生误解或忽略的问题。

二、功的计算与选取的参照系有关

据前所述，功的定义是作用在质点上的力 $\mathbf{F}$ 与质点的位移 $d\mathbf{r}$ 的标量积。以 A 表示力 $\mathbf{F}$ 对质点所作的功则有

$$A = \int_0^s \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}. \quad (1.3)$$

对于功的计算，学生常常提出“是否一定要在惯性参照系中计算力对质点所作的功呢？”的问题。根据功的定义，并没有提出有关参照系的选择的限制，我们可以在任何一个确定的参照系去计算功，而不论所选择的参照系是惯性参照系或非惯性参照系。只不过在不同的参照系中计算的功有不同的结果而已。但是，由(1.2)式所表示的质点的动能定理中力 $\mathbf{F}$ 对质点所作的功却必须在惯性参照系中进行计算。这是因为我们在推导(1.2)式时应用了只能在惯性参照系中适用的牛顿第二定律的缘故。因此，在应用质点的动能定理讨论问题时，只能也必需在同一惯性参照系中去计算该定理涉及的作功和质点动能增量。而对于不同的惯性参照系，虽然力 $\mathbf{F}$ 对质点所作的功、质点的动能及动能增量都不相同，但是，质点的动能定理做为一个规律，在不同的惯性参照系中仍然成立。即，不论从哪一个惯性参照系去计算，力对质点所做的功总是等于质点动能的增量，这正是力学相对性原理在质

点的动能定理中的体现。在非惯性参照系中，作为出发点的牛顿第二定律还要加上相应的惯性力，才能保持其原来的形式。这时，在非惯性参照系中运用质点的动能定理去计算力对质点所作的功时，需要计算惯性力所作的功。

从不同的参照系计算摩擦力做功往往引起一些争论。

当一个物体在地面上滑动时，地面上的观察者认为，摩擦力对物体作了负功。而相对于物体静止的车上的观察者则认为，物体虽受地面摩擦力的作用，但物体没有位移，摩擦力不作功(图 1-1)。

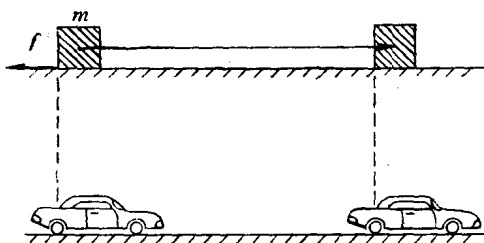


图 1-1

两个不同的观察者(参照系)对摩擦力对物体所作的功有不同的结论，从他们不同的参照系上看，自然都是正确的。但是，当我们从“摩擦生热”这个角度去分析这个例子时，发现出现了矛盾。

所谓“摩擦生热”是指由于摩擦力作了负功，有等量的机械能转化为热运动能量，物体的温度上升了。那么，按照上述的两个不同的观察者的观察是否能得出下面的结论呢？即，对地面上的观察者来讲，由于摩擦力对物体作负功，而使物体的温度上升；对车上的观察者来讲，由于摩擦力对物体不作功，物体的温度不变。这样的结论任何人都会明确是荒谬的。经验告诉我们，物体温度上升这个结果对任何观察者(不论他是处在惯性参照系还是

处在非惯性参照系)都是一样的。

功的定义规定了功的计算在不同的参照系中有不同的结果,即功的计算依赖于参照系的选择。“摩擦生热”现象告诉我们摩擦力做功不应该依赖于参照系的选择,两者是怎样统一起来的呢?

这个问题提出后,引起了学生的很大兴趣。

这个问题没有深奥的理论,也没有复杂的数学运算,但却使人感到这是一个值得深思且确信有能力去解决的问题。有些学生认为问题是从参照系变换引起的,应该从参照系的变换中去寻求答案,因此,试图去分析惯性力做功;有些学生认为不能单纯考虑摩擦力做功,还要考虑质点的动能变化;也有些学生认为,应该从肯定“摩擦生热”这个客观事实出发,对功的定义提出了质疑。各种看法都把功和动能的概念以及它们所遵从的规律逐个地加以审查。当这些看法都被否定后,有人干脆地认为:“摩擦生热”现象中摩擦力做功必须在地面参照系中计算(这正是朝着正确解决问题迈出的一步)。但是,反对的人针锋相对地反驳:“为什么不能在车上分析摩擦力对物体做功?”

当然允许在车上分析摩擦力对物体做功。但是,当参照系变换到车上以后,摩擦力对物体虽不做功,而作用在地面上的摩擦力的反作用力却由于地面相对于车有位移,摩擦力的反作用力对地面要做功。这个反作用力的功往往容易被忽略。问题的关键在于讨论“摩擦生热”现象时,必须同时考虑摩擦力做功和摩擦力的反作用力做功之和,是以这一对作用力和反作用力做功之和去量度有多少机械能转化为热运动能量。

由此可见,上面讨论的摩擦力做功包含两个不同方面的问题:就作用在物体上的摩擦力做功来说,由功的定义决定,这个功依赖于参照系的选择;对于“摩擦生热”现象来说,转化为热运动能量的机械能是用摩擦力和摩擦力的反作用力做功之和来量度的。前面提到的认为“摩擦生热”中的摩擦力做功“必须”在地面参照系中计算’之所以包含着某种真理,就因为这样算得的摩擦力对

物体所作的功事实上等于一对摩擦力做功之和。

有些学生常常认为摩擦力作了功物体温度一定升高。这是一种误解。我们乘坐汽车时，正是靠汽车底板的静摩擦力带动我们随同汽车一起前进的。地面的观察者看来，人受汽车底板静摩擦力作用，人随汽车一起位移，静摩擦力对人作了正功。这里，并没有发生热运动能量与机械能之间的转化。这是因为这个静摩擦力的反作用力对汽车底板作了负功，这一对静摩擦力做功之和为零。因此，静摩擦力做功不发生“摩擦生热”现象。对于滑动摩擦，由于相互作用的两个物体有相对位移，这样，这一对滑动摩擦力做功之和不为零。可以证明，一对滑动摩擦力做功之和是不随参照系变换(不论变换到惯性参照系或是非惯性参照系)而变动的不变量。从物理学上看，这种不变性正是普遍能量转化与守恒定律的一种表现：机械能与热运动能量之间的转化与守恒是不依赖于参照系的选择的。

其实，不仅一对摩擦力及其反作用力做功之和与参照系的选择无关，而且可以普遍地证明，凡遵从牛顿第三定律的作用力与反作用力做功之和均与参照系的选择无关。不论选取的参照系是惯性参照系还是非惯性参照系，也不论所讨论的是摩擦力还是其他性质的相互作用力，这个结论都是成立的。显然，这是一个很重要的结论。

三、作用力的功与反作用力的功

现在，我们来证明不论参照系做什么样的变换，作用力做功与反作用力做功之和与参照系的选择无关。

为简单起见，考虑由 m_1 和 m_2 两个质点组成的系统(图 1-2)，它们之间的相互作用力分别为 f_1 和 f_2 ，在某参照系 S 中，在 t 时刻，两质点的矢径分别为 r_1 和 r_2 ，在 dt 时间内，两质点的位移分别为 dr_1 和 dr_2 。作用力的功 A_1 和反作用力的功

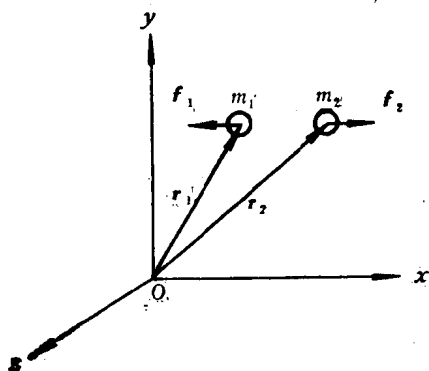


图 1-2

A_2 之和为

$$A_1 + A_2 = \int \mathbf{f}_1 \cdot d\mathbf{r}_1 + \int \mathbf{f}_2 \cdot d\mathbf{r}_2.$$

若考虑有另一参照系 S' (图中未标出), 在 t 时刻, S' 相对于 S 的速度为 $\mathbf{v}$. 对于 S' 参照系, 在 dt 时间内, 质点 m_1 的位移除了 $d\mathbf{r}_1$ 以外, 还应考虑由于参照系运动对 m_1 所引起的附加位移 $-\mathbf{v}dt$. 因此, m_1 相对于 S' 参照系的位移 $d\mathbf{r}'_1$ 为

$$d\mathbf{r}'_1 = d\mathbf{r}_1 - \mathbf{v}dt.$$

以 A'_1 表示相对于 S' 进行计算的作用在 m_1 上的力 $\mathbf{f}_1$ 所作的功, 则有

$$A'_1 = \int \mathbf{f}_1 \cdot d\mathbf{r}'_1 = \int \mathbf{f}_1 \cdot d\mathbf{r}_1 - \int \mathbf{f}_1 \cdot \mathbf{v}dt.$$

同理, m_2 相对于 S' 的位移 $d\mathbf{r}'_2$ 为

$$d\mathbf{r}'_2 = d\mathbf{r}_2 - \mathbf{v}dt,$$

反作用力 $\mathbf{f}_2$ 对 m_2 所作的功 A'_2 为

$$A'_2 = \int \mathbf{f}_2 \cdot d\mathbf{r}'_2 = \int \mathbf{f}_2 \cdot d\mathbf{r}_2 - \int \mathbf{f}_2 \cdot \mathbf{v}dt.$$

相对于 S' , 作用力做功与反作用力做功之和为

$$A'_1 + A'_2 = \int \mathbf{f}_1 \cdot d\mathbf{r}_1 + \int \mathbf{f}_2 \cdot d\mathbf{r}_2 - \int (\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2) \cdot \mathbf{v} dt,$$

根据牛顿第三定律, $\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 = 0$, 故有

$$A'_1 + A'_2 = \int \mathbf{f}_1 \cdot d\mathbf{r}_1 + \int \mathbf{f}_2 \cdot d\mathbf{r}_2 = A_1 + A_2. \quad (1.4)$$

由于参照系 S 和 S' 是任意选取的, 它们之间的相对运动速度可取任意的值。所以, (1.4) 式表明, 在任何参照系里 (不论这个参照系是惯性参照系还是非惯性参照系), 当我们计算一对作用力做功与反作用力做功之和时, 这个和的结果都相同。这个结果也很容易理解, 当参照系从 S 变换到 S' 时, m_1 和 m_2 都有相同的附加位移 $-\mathbf{v}dt$, 作用力 $\mathbf{f}_1$ 和反作用力 $\mathbf{f}_2$ 对这个相同的附加位移做功之和必然为零。

既然一对作用力做功与反作用力做功之和与参照系的选择无关。因此, 计算这对力做功的最简单办法是选取一个相对于其中一个质点 (或物体) 为静止的参照系, 任何力对该质点 (或物体) 的功一定为零, 我们只需计算反作用力对另外一个质点 (或物体) 的功就可以了。例如, 选取相对于 m_2 为静止的参照系, 我们只需要计算作用在 m_1 上的力 $\mathbf{f}_1$ 与 m_1 相对于 m_2 的位移 $d(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ 的标量积, 这个标量积就代表了一对作用力 $\mathbf{f}_1$ 和反作用力 $\mathbf{f}_2$ 对 m_1 及 m_2 做功之和, 即

$$A'_1 + A'_2 = A_1 + A_2 = \int \mathbf{f}_1 \cdot d(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (1.5)$$

前面关于摩擦力做功的例子中, 当我们从地面参照系去计算摩擦力对物体做功时, 这个功具有双重性质, 一方面它代表了摩擦力对物体所作的功, 这个功是随参照系的变换而改变; 另一方面, 它又代表了一对摩擦力做功之和, 当参照系变换时, 作用力做功和反作用力做功都随参照系变换而改变, 但两者之和却是不变的。由这一对力做功之和所量度的转化为热运动能量的机械能, 对任何参照系来说都是一样的。所以, 不会出现不同参照系观察

到同一物体温度不同这种不可思议的结果。

上述讨论不仅对理解“摩擦生热”是重要的，对于正确理解物体系的势能也同样是重要的。

四、物体系的势能

在讲授势能时，按常见的教科书的讲法，虽然也强调了势能是属于物体系的概念，但是，学生总觉得比较突然，觉得势能属于物体系这种说法比较牵强。学生有这种感觉是自然的。

让我们以重力为例，分析重力势能的概念的建立过程。

质量为 m 的质点，沿任意路径由 a 运动到 b (图 1-3)，作用在质点上的重力 P 对质点位移 $d\mathbf{r}$ 所作的功 dA 为

$$\begin{aligned} dA &= \mathbf{P} \cdot d\mathbf{r} \\ &= -mgdz, \end{aligned}$$

积分可得

$$A = -(mgz - mgz_0). \quad (1.6)$$

由于重力做功与做功的路径无关，重力是保守力，因此，引出重力势能的概念，用保守力做功的负值来定义势能的增量，

$$A_{保} = -(E_p - E_{p_0}). \quad (1.7)$$

对于重力势能，则有

$$E_p - E_{p_0} = mgz - mgz_0. \quad (1.8)$$

这就是重力势能的建立过程。有关势能零点选择等问题就不在这里讨论了。

我们用上述方式建立了重力势能概念，并同时强调重力势能

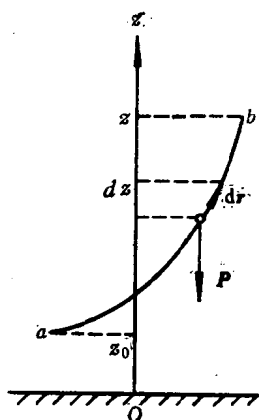


图 1-3

属于地球和质点所组成的系统所具有。可是，学生对重力势能“属于系统”的说法感到难以信服。他们认为， mg 是作用在质点 m 上的重力，这里并没有分析地球的受力和运动，怎么突然又把地球也认为是我们的研究对象呢？再者，在讨论中，质点和地球处在不同的地位，质点是研究的对象，地球是作为参照系出现的，两者本来地位不同，又有什么根据把作为参照系的地球变成研究对象呢？此外，如果用作用在质点上的重力对质点做功的负值来定义重力势能的增量，重力对质点做功是随参照系的不同选取而变的。例如，以地面为参照系，重力对质点做功为 $-(mgz - mgz_0)$ ，重力势能的增量为 $(mgz - mgz_0)$ ，如果选取相对于 m 为静止的参照系，重力对质点不作功，这岂不是得出重力势能的增量为零的结论了吗？这个结论显然是不合理的。

应该说，学生提出的这些疑问是合理的，上述的势能建立过程实际上是有漏洞的，不严密的。在引入保守力这一概念时，不应当说一个力做功与路径无关，而应当说一对作用力与反作用力做功之和与路径无关，只决定于初态和终态的相对位置，具有这种性质的作用力才是保守力。谈论保守力时，有意义的只是保守力作的功，而保守力的功总是指一对作用力做功和反作用力做功之和，这个做功之和的负值等于势能的增量。

既然保守力做功已经计算了一对相互作用的力的功之和，因此，相互作用的物体都是我们的研究对象。在引入重力势能时，我们已经考虑了地球对质点作用力的功以及质点对地球反作用力的功，仅仅因为这对相互作用的力的功之和与参照系的选择无关，我们在计算这一对相互作用力的功之和时，选用了最方便的办法，即索性选取地球为参照系（这是我们最习惯且经常选取的办法），这一对相互作用的力的功之和同时也表现为重力对质点做功了。即使我们不以地球为参照系，而以任何其他物体为参照系，计算这一对相互作用力的功的和，其结果都是相同的。

因此，(1.6)式和(1.7)式中的保守力做功都应该理解为一对

作用力做功与反作用力做功之和，而 z_0 和 z 也应该理解为质点与地球(表面某一高度)之间的相对初态和终态位置。当参照系变换时，重力对质点做功随之而变，但一对作用力做功与反作用力做功之和仍然不变，重力势能的增量仍然由相对位置 z 和 z_0 决定，即， $E_p - E_{p0} = (mgz - mgz_0)$ 对所有参照系都相同。

在以上讨论中，当我们同时分析一对摩擦力做功以及一对重力做功之和时，具有相互作用的两个物体都是我们的研究对象。今后，只要所讨论的问题涉及到需要分析作用力与反作用力以及它们的作用效果，例如，作用力的冲量与反作用力的冲量，作用力的功与反作用力的功，作用力的力矩与反作用力的力矩等等，这时，我们的研究对象已属于质点组(或物体系)的问题了。

关于质点组(物体系)的机械能规律，除了要分析质点组内部成对作用力的功和反作用力的功以外，还要分析作用在各质点上的外力对各质点位移所作的功，以及质点组动能的变化。反映外力做功、质点组内部成对内力做功之和以及质点组动能的变化之间的规律，就是下面要讨论的质点组(或物体系)机械能定理。质点组机械能定理不同于质点的动能定理，后者所分析的对象是一个质点，作用在质点上的力都是外力，不存在需要分析成对作用力做功之和的问题，因此也不存在诸如势能以及“摩擦生热”这类问题。

五、物体系的机械能定理

把物体系看成是由许多质点所组成，分析其中第 i 个质点，质点的动能定理可以表示为

$$\int \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 - \frac{1}{2} m_i v_{i0}^2, \quad (1.9)$$

式中 $\mathbf{F}_i$ 是作用在质点 m_i 上的所有作用力，这些作用力按来自系统外部和内部又可区分为外力 $\mathbf{F}_{i\text{外}}$ 和内力 $\mathbf{F}_{i\text{内}}$ 。于是上式又