

# 各向异性材料与混凝土材料

## 断裂力学引论

叶志明 著

中国铁道出版社

Fracture Mechanics of Anisotropic and Concrete Materials

# 各向异性材料与混凝土材料 断裂力学引论

叶志明 著



中 国 铁 道 出 版 社

2000年·北京

**(京)新登字 063 号**

**图书在版编目(CIP)数据**

**各向异性材料与混凝土材料断裂力学引论/叶志明著.**

**—北京:中国铁道出版社,2000.3**

**ISBN 7-113-03574-4**

**I. 各… II. 叶… III. ①各向异性材料-断裂力学-研究  
②混凝土-断裂力学-研究 IV. TU528**

**中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 54168 号**

**书 名:各向异性材料与混凝土材料断裂力学引论**

**作 者:叶志明 著**

**出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街 8 号)**

**责任编辑:程东海**

**封面设计:陈东山**

**印 刷:中国铁道出版社印刷厂**

**开 本:787×1092 1/32 印张:5.5 字数:118 千**

**版 本:2000 年 3 月第 1 版 2000 年 3 月第 1 次印刷**

**印 数:1~1000 册**

**书 号:ISBN 7-113-03574-4/O·73**

**定 价:12.00 元**

**版权所有 盗印必究**

**凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。**

DM/3/242/

## 内 容 简 介

各向异性材料和混凝土材料断裂力学是近年来发展起来的断裂力学的一个新分支。本书对各向异性材料和混凝土材料的断裂力学理论、实验结果和相关的有限元方法作了较系统的介绍。内容包括各向异性材料弹性力学理论、各向异性材料断裂力学理论、混凝土材料的断裂模型、混凝土材料断裂力学性质、分形几何理论与断裂及尺寸效应、断裂力学中的有限元技术及混凝土材料裂纹问题的有限元方法等。书中包含了国外学者的最新研究成果,其中也包括了著者所做的研究成果以及对前人工作的补充和发展。

本书可供力学系、土木工程系等高年级大学生,研究生以及教学和科研人员参考。

# 序

上海大学教授叶志明博士撰写的《各向异性材料和混凝土材料断裂力学引论》一书是著者多年来在科研工作中积累的大量资料和经验的整理和总结,也是著者在该领域中研究成果的总结,以及对前人工作的补充与发展。纵观全书,该书内容精炼实用,具有较多的独到之处,例如:

1. 国内外尚无同类专著。随着新材料的发展,材料的各向异性特性已为人们愈来愈重视,对于各向异性材料断裂力学问题,一般或多或少零星地散落在一些文献中,据我所知,迄今还没有一本这样的学术专著。

2. 著者提出了各向异性材料断裂力学基本理论,介绍了著者在各向异性材料复合型裂纹扩展及其判据方面所作出的若干贡献,并首次给出了各向异性材料裂纹尖端塑性区特性及形状。

3. 在混凝土材料裂纹尖端的损伤特性方面,著者根据其在各向异性材料断裂方面的研究结果,给出了裂纹尖端损伤带的尺寸特性,分形几何与混凝土材料裂纹尺寸特性等。

4. 著者较为详细地介绍了断裂力学和混凝土材料断裂问题的有限元方法。

5. 著者提出了一种新的平面型有限元模式,利用这种新模式,可以非常有效地对某些三维问题进行有限元分析,尤其是对于像混凝土水坝等工程问题的分析等。

鉴于上述众多特点,我认为该书无疑是一本优秀的教科书和学术参考书,值得推荐出版。

钱伟长

于上海大学乐乎楼  
1999 年 10 月 31 日

## 作者简介



叶志明, 博士、教授、博士生导师、教务处处长、美国纽约科学院会员、国际计算力学协会会员、高等学校工科基础力学课程指导组特邀代表。1978年毕业于江苏理工大学汽车专业, 1982年在江苏理工大学获工学硕士, 1987年在兰州大学获理学博士, 1992~1995年期间, 获加拿大国家科学与工程基金会/加拿大国际发展署(NSERC/CIDA)奖学金在 University of Manitoba 做博士后研究。先后主持与完成“上海市青年科学基金项目”, “上海市科技结合生产攻关项目”, “加拿大国家科学与工程基金会项目(NSERC/CIDA)”, “加拿大 University of Manitoba/Manitoba Hydro 项目”, “国家科委中澳政府科技合作项目”等课题。曾出版专著《矩阵结构力学》(1993年), 先后在国内外学术杂志上发表论文 70 余篇, 涉及到非线性力学、有限元方法、各向异性材料和混凝土材料断裂力学、船舶下水动力学、碟形与膜片弹簧理论与应用、大型汽轮发电机强度与振动、加拿大 Long Spruce 1 200MW 水电站混凝土大坝裂纹扩展与渗漏修复、新型复合磁性材料研究等。曾获甘肃省教委“有突出贡献博士获得者称号”(1991年), “上海市科技振兴奖”(1992年), “上海市科技攻关先进工作者称号”(1992年), “上海市育才奖”(1997年), “上海市科技进步二等奖”(1999年)等。

Dr. Zhiming Ye is a Professor of Shanghai Institute of Applied Mathematics & Mechanics, Shanghai University, The member of IACM, The member of New York Academy of Sciences. He was a recipient of The 1991 Gansu Government Award for Exceptional Contribution to the Advancement of Applied Mechanics in Engineering and the 1992 Shanghai Personal Award for Exceptional Contribution to the Research of Large Turbo-Generators, and a Research Associate at University of Manitoba, Canada, in 1992-1995, awarded by NSERC/CIDA (National Science and Engineering Research Council of Canada/Canadian International Development Agency).

Dr. Ye has published a book entitled "Matrix Structural Mechanics" (1993) and more than 70 technical papers, which involved nonlinear mechanics, finite element method, fracture mechanics of anisotropy, dynamics of ships side launching, the theory and its application of Belleville and diaphragm springs, the strength and vibration of large turbo-generator, the cracking/leaking repair of dam at Long Spruce generating station in Canada, etc.



# 前 言

断裂力学经过 20 世纪 50 年代后期的初步形成和 60~70 年代的发展,已经成为力学一个专门研究的分支学科。从 70 年代开始,断裂力学主要发展方向是非线性问题、三维问题、动力学问题等等。80~90 年代,由于新材料和复合材料的广泛应用,各向异性材料的断裂力学问题也引起了人们的逐渐重视,并已开展了一些研究工作。对于混凝土的断裂问题,以往人们认为这种材料是脆性材料,用经典的线弹性断裂力学处理就行了。直到 80 年代,随着人们对混凝土材料的软化特性、断裂性质、断裂韧性以及分形几何理论的发展与裂纹面的关系等的新认识,使得混凝土材料断裂理论有了相当大的进步,使过去一些人们的错误认识得以纠正。因此,关于各向异性材料和混凝土材料的断裂力学,已是人们关心的课题。发达国家在这方面的研究工作起步比较早,他们进行了大量的理论与实验研究,并有相当数量的研究成果。所以,在这方面已逐步形成了一门新的学科。著者 1992~1995 年在加拿大曼尼托巴大学做博士后研究期间,与导师的合作下,接触并开展了这方面的研究工作,也了解了当前发展的最新动态。当然,这方面的发展还没达到完善的地步,还有许多领域有待进一步研究和发展,有的研究结果还有它们的局限性与不合理之处,所有这些都促使著者认为写本书是十分必要的。此外各向异性材料和混凝土材料的断裂力学除了与工程问题有关以外,也与材料科学、数学等自然科学密切相关,所以介绍这门新学科不仅会引起工程界,而且也会引起科学界同行的

兴趣。

1. 对各向异性材料和混凝土材料断裂力学研究的困难在于:(1)物理现象复杂,某些规律和机理还未弄清楚;(2)实验装置复杂,费用昂贵,实验结果也很少,很不完备;(3)缺乏严格的数学方法和分析结果,很多都是经验公式,等等。本书尽可能介绍现有的研究成果。但因篇幅的原因,经典弹性力学和断裂力学内容不再重复写入本书,在此,假定读者已经掌握这些知识。

2. 在介绍各向异性材料和混凝土材料的断裂力学基本理论时,著者针对问题的特殊性,花了一定的篇幅着重介绍了著者在各向异性材料复合型裂纹扩展及其判据,裂纹尖端塑性区特征,以及混凝土裂纹问题的断裂带模型等方面的最新研究成果。因为在各向异性材料的断裂问题中,裂纹的扩展即使在 I 型情形下也变得比较复杂,例如,简单的 I 型裂纹,在各向同性材料中,裂纹的扩展必然是沿着裂纹的延长线方向,但此结论对各向异性材料已不再成立,所以有必要建立起各向异性材料裂纹扩展的综合判据。同时,在各向异性材料中,材料的断裂韧性与材料性质的方向密切相关,在建立裂纹扩展判据时必须计入这种影响。对于各向异性材料裂纹尖端的塑性区情况,以及材料特性对塑性区形状的影响等,也是人们关心的问题。对于混凝土裂纹尖端的断裂带模型,我们也进行了详细地讨论。另外,我们还用了两章的篇幅介绍断裂力学方面的知识,尤其是混凝土断裂问题方面的有限元方法。因为在解决实际问题时,这是一个十分有效的计算与分析手段。

3. 著者的愿望是介绍各向异性材料和混凝土材料断裂力学的主要内容,由于著者水平有限,此书仅仅是一个引论而已。若读者希望了解更多的有关内容,可以通过本书最后所

列的文献,作进一步阅读与了解。

加拿大的 Dr. Ayari 对著者在加期间的工作曾给予多方面的帮助,并提供了大量的数值分析与实验研究报告,所有这些成果才构成了本书有关章节的内容。

著者感谢兰州大学俞焕然教授对本书的仔细审定,并提出许多宝贵的修改意见。

著者感谢本项研究工作所得到的中国教育部国家教育委员会回国留学人员科学研究基金,加拿大国家科学与工程研究基金会和加拿大国际发展署的资助。

由于著者水平有限,对于书中出现的错误和缺点,衷心地欢迎读者批评指正!

叶志明

1998 年 10 月于上海大学教务处  
上海市应用数学和力学研究所

## Preface

After the form at the end of fifties and the development during sixties-seventies, of fracture mechanics, it has become as a research field in mechanics science. The main advance of fracture mechanics was at nonlinear, three-dimension, and dynamical problems since the beginning of seventies. During eighties-nineties, due to the applications of new and composite materials, more attention was focused on the fracture mechanics of anisotropy. The research results have been obtained recently. For the fracture problem of concrete, someone considered that concrete was a brittle material, so that it was enough for practice to use classical linear fracture mechanics. Until eighties, with the recognition of the softening behavior and fracture toughness of concrete, and the development of fractal geometry theory, the fracture mechanics of concrete has been gotten much progress. Therefore, both of them recently become a new science and research field for many scientists.

From 1992 to 1995, the author was very pleased to be awarded by NSERC/CIDA research associationship and University of Manitoba/Manitoba Hydro visiting scholarship, to begin starting this research work, at University of Manitoba, and getting much more progress. Of course, it still doesn't reach to perfect. There are many opportunities for scientists to make new developments. All of those reasons make author to try to write this book.

Following explanations are given to the content of this book:

1. The difficulties met in fracture mechanics of anisotropic and concrete materials are that, (1) The complex phenomenon exists in practice, and some principles and laws are not clear now; (2) In experiments, the equipments are very expensive, and there were little data obtained; (3) There is the lack of mathematics methods and theories, etc. In this book, we try to introduce much more research results to readers. Of course, we assume that the readers have had the knowledge about the classical elasticity and fracture mechanics, which are not included in this book.

2. By introducing the basic theories of fracture mechanics of anisotropic and concrete materials, the author emphasizes to present the developments in the crack propagation criteria for mixed mode loadings, the plastic zone characteristics at crack tip, and the process zone length at crack tip of concrete. Those are very important in the fracture mechanics of anisotropic and concrete materials, because of the different signification, comparison with the classical theory. In addition, the author writes two chapters for finite element methods and their models, specially in fracture mechanics and the fracture problems for concrete crack problem.

3. It is expected that the author tries to present the whole basic theory of this research field. Because of the author's ability, this book is only an introduction. If the readers would like to know much more, the references at the end of the book would be prepared to.

The author would greatly like to thank for lots of documents, which were about the experimental and numerical results, given by Dr. Ayari, Associate Professor at University of Manitoba. All of them consist of some chapters in this book.

Thank for Prof. Yu Huan Ran, Lanzhou University, reviewing whole book and suggesting for revision.

Also, this project has received support from various sources, including the Returning Scholarship of National Education Department of China, Natural Science and Engineering Research Council of Canada and Canadian International Development Agency.

Zhiming Ye

Provost for Academic Teaching, Shanghai University,  
Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics  
in October, 1998

# 目 录

绪 论	1
第一章 各向异性材料弹性力学基础	7
1.1 符号与复变量函数	7
1.2 坐标变换	9
1.3 应力函数	10
1.4 应力场与位移场	11
1.5 结 论	15
第二章 各向异性材料断裂力学	16
2.1 引 论	16
2.2 复函数中的 Riemann-Hilbert 问题	16
2.3 应力场与位移场	26
2.4 能量计算	31
2.5 最大应力方向	33
2.6 复合型裂纹扩展问题	35
2.7 最大周向拉应力理论	39
2.8 最小应变能密度理论	40
2.9 最大周向拉应变理论	41
2.10 特例与参数研究	43
2.11 裂纹尖端塑性区尺寸及其特性	49

<b>第三章 混凝土材料断裂模型</b>	55
3.1 引 论	55
3.2 现象观察	55
3.3 非线性断裂模型	59
3.4 线弹性断裂模型	62
3.5 Jeng-Shah 双参数模型	63
3.6 Bazant 尺寸效应律	63
3.7 各断裂模型的比较	67
3.8 裂纹尖端的断裂带模型	70
3.9 模型选择与材料特性	80
<b>第四章 混凝土材料断裂力学性质</b>	82
4.1 引 论	82
4.2 实 验	83
4.3 断裂韧性结果	84
4.4 特殊断裂能量结果	86
4.5 尺寸效应律评价	86
4.6 结 论	87
<b>第五章 分形、断裂与尺寸效应</b>	89
5.1 引 论	89
5.2 实验程序	94
5.3 分形与断裂	95
5.4 分形与尺寸效应、结论	98
<b>第六章 断裂力学中的有限元技术</b>	101
6.1 引 论	101



6.2 奇异元模式 .....	101
6.3 能量释放率模式 .....	110
6.4 有限元程序的实施 .....	114
6.5 一种新的平面分析有限元模式 .....	114
<b>第七章 混凝土材料裂纹分析的有限元方法.....</b>	<b>131</b>
7.1 引 论 .....	131
7.2 裂纹离散 .....	131
7.3 裂纹扩展准则 .....	136
7.4 虚裂纹模型的数值实现 .....	136
<b>附录 每章英语摘要.....</b>	<b>148</b>
<b>参考文献.....</b>	<b>153</b>