

线性电路分析

钟声淦 姚德生

水利电力出版社

线性电路分析

钟声注 姚德生

★

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

★

787×1092毫米 32开本 18印张 397千字

1987年5月第一版 1987年5月北京第一次印刷

印数0001—5570册 定价3.65元

书号 15148·6153

目 录

前 言

第一章 电路的基本概念与定律	1
第一节 概述	1
第二节 欧姆定律 电阻与电导 开路与短路	5
第三节 有源元件与无源元件	7
第四节 基尔霍夫定律	16
习题	24
第二章 电阻网络	27
第一节 电阻器的串联与分压	27
第二节 电阻器的并联与分流	31
第三节 电阻器的混联	35
第四节 电压源与电流源的等效变换	42
第五节 电阻的 $Y-\Delta$ 变换	45
习题	48
第三章 受控电源	53
第一节 定义	53
第二节 受控电源电路	54
第三节 运算放大器	58
习题	66
第四章 线性网络分析法	68
第一节 节点分析法	68
第二节 网孔分析法	78
第三节 网络拓扑	83
习题	99

第五章 网络理论与等效电路	105
第一节 线性电路的比例性	106
第二节 叠加原理	109
第三节 对称电路	113
第四节 戴维南定理与诺顿定理	118
第五节 电源支路的移动	131
第六节 最大功率传输	138
习题	140
第六章 简单的 RC 与 RL 电路	145
第一节 电路的暂态	145
第二节 换路定律	148
第三节 自由源 RC 与 RL 电路	150
第四节 含有强制函数的 RC 与 RL 电路	162
第五节 阶跃函数与阶跃响应	174
第六节 叠加原理的应用	184
习题	190
第七章 二阶电路	196
第一节 二阶电路	196
第二节 有恒定激励的二阶电路	211
第三节 小结	218
习题	222
第八章 交流正弦稳态电路与相量	228
第一节 交流正弦电路的性质	228
第二节 复数与相量	234
第三节 电阻器、电感器与电容器的电压与电 流的相量关系式	239
第四节 阻抗与导纳	252
第五节 基尔霍夫定律的相量形式及简单电路的分析与 计算	255

第六节 功率	270
第七节 最大功率传输	277
第八节 交流正弦电路的稳态分析	281
习题	297
第九章 三相交流电路	306
第一节 三相电压的产生与三相电源的连接	306
第二节 三相负载	311
第三节 三相功率	318
习题	322
第十章 复频率、网络函数与滤波器	324
第一节 复频率	324
第二节 阻抗与导纳	331
第三节 网络函数及其特性	336
第四节 网络函数的应用	347
第五节 滤波器的输入与输出的关系	354
第六节 低通滤波器	356
第七节 高通滤波器	362
第八节 带通滤波器	367
第九节 带阻滤波器	375
第十节 滤波器的计算机辅助设计简介	379
习题	384
第十一章 双口网络	394
第一节 概述	394
第二节 短路导纳参数与等效网络	396
第三节 开路阻抗参数	406
第四节 混合参数	409
第五节 传输参数	413
第六节 双口网络的相互连接	418
习题	425

第十二章	磁耦合电路	431
第一节	互感与互感电压	431
第二节	简单的磁耦合电路	438
第三节	两个耦合线圈的串联、并联与耦合系数	441
第四节	空芯变压器电路	447
第五节	理想变压器	452
	习题	480
第十三章	傅里叶分析法	463
第一节	周期函数与傅里叶级数	463
第二节	周期函数的激励与响应、有效值与功率	477
第三节	傅里叶变换及其运算	481
	习题	491
第十四章	拉普拉斯变换	494
第一节	定义	494
第二节	一些简单时间函数的拉普拉斯变换	498
第三节	线性定理与拉普拉斯反变换	500
第四节	运算的拉普拉斯变换	510
第五节	卷积定理	516
第六节	位移定理、闸门函数与周期函数的拉普拉斯变换	522
第七节	变换电路法	530
	习题	534
	习题答案	540

第一章 电路的基本概念与定律

第一节 概 述

人类在遥远的古代就发现了磁与电的现象，总结出了一些规律。如今，在利用电磁能量时，我们的一个重要任务就是要研究分析各种电路的性能。这时，我们常常遇到各种电路元件，如各种电源、电阻器、电感器、电容器以及运算放大器等。这些元件有它们的主要物理性质，也有它们的次要物理性质。例如电压源（象发电机）有内阻，在运行时端电压不是恒定的；一根导线除了具有电阻外，还有电感，而且在电流流过时，还会在它的周围产生磁场等。这样，分析电路就比较复杂了。但是，在一定的条件下，我们可以对电路元件进行科学的抽象，用理想化元件来代替实际的元件。在电路理论里，我们研究的是由理想化元件所构成的电路，一般我们只考虑它们的主要物理性质，略去其次要方面，这对分析电路，并没有什么影响。例如电阻器的主要物理性质是具有一定电阻值的元件，它的电感很小，可以忽略不计，在电路分析中，就将电阻器视作理想化的电阻元件或纯电阻元件。本书讨论的电路元件，都是一些具有精确的表征特性的模型，这些特性是实际使用的元件物理特性的理想化。

电路是由电路元件按一定要求连接而成的道路，如图1-1所示。网络通常是指比较复杂的电路，所以电路与网络这两个术语，有时可以交换使用。

随着电气技术特别是电子技术的发展，电路的形式与性

能是多种多样的。以电路为主要组成部分的电气系统或电子系统也相应发展起来。如无线电收音机是由高频放大器、本机振荡器、混频器、中频放

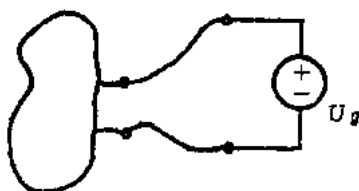


图 1-1 电路

大器、检波器、低频放大器及电源等组成的简单电子系统。电子数字计算机是由成千上万个具有加法、乘法及其他各种功能的电路组成的复杂系统。电力系统也可视

作大型电路，它由发电机、输电线、变压器及许多用电负荷组成的系统。

我们在分析与计算电路之前，首先简要介绍电路里的几个基本物理量：

一、电流

带电质点的定向运动称为电流。当我们观察电流通过导体会产生热效应、光效应及化学效应等现象时可以证实带电质点有宏观的定向运动，而产生定向运动的原因是由于导体中有电场存在。

常见的电流波形有图1-2所示的几种。

习惯上，我们规定正电荷在导体里运动的方向为电流的实际方向。在分析与计算电路时，有时由于电路复杂难于标出电流的实际方向，但我们可以任意选定某一方向为该段电流的参考方向（或称正方向）。当所选定的电流参考方向与实际方向相同时，则电流为正值，如图1-3(a)所示；当所选定的电流参考方向与实际方向相反时，则电流为负值，如图1-3(b)所示。

电工中采用国际单位制：电量以库仑为单位（C），电

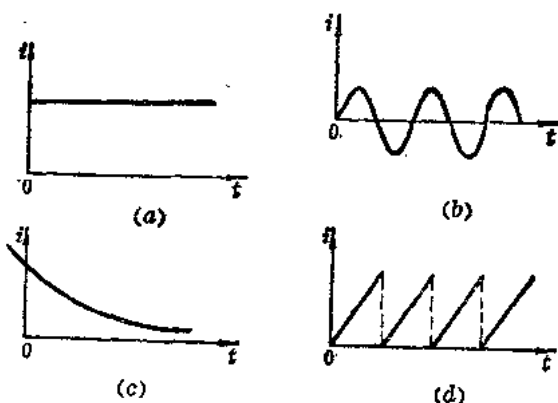


图 1-2 几种常见电流的波形图

(a) 恒定直流; (b) 正弦交流; (c) 指数波形电流; (d) 锯齿波形电流

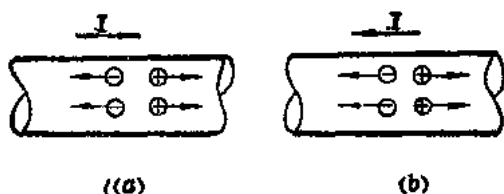


图 1-3 在一段电路的电流参考方向

(a) 电流为正值; (b) 电流为负值

流以安培为单位 (A)。1A 电流相当于每秒内导体某截面通过 1C (即 6.25×10^{18} 个电子的电量总和) 的电量。

二、电压

单位正电荷在电场中某一点 a 所具有的电位能就称电场中该点的电位 V_a 。电路中任意两点 a 、 b 的电位差就是通常所说的电压 U_{ab} ，电压的国际单位是伏特 (V)。

$$U_{ab} = V_a - V_b \quad (1-1-1)$$

因为电位（或电位能）只有相对的意义，所以参考点的选择是任意的，参考点不同，电位的数值也就不同。在工程中常选大地作为参考点。从安全考虑电气设备和仪器外壳使用时都应接地。

电路中也需为电压规定参考方向。一般选正极表示高电位端，负极表示低电位端，电压真实极性与所选参考方向的极性相同时，电压为正，反之为负。如图1-4所示的电路中，电流方向与电压参考极性一致。如图1-5(a)所示的电池电压为45V，当电池的负极b点接地时，则 $V_b=0$ ，而a点的电位 $V_a=45\text{V}$ 。同理可知，在图1-5(b)中，a点接地时， $V_a=0$ ，而b点电位 $V_b=-45\text{V}$ 。

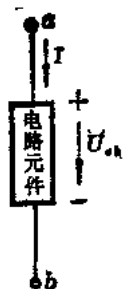


图 1-4 电流方向与电压参考方向一致的电路

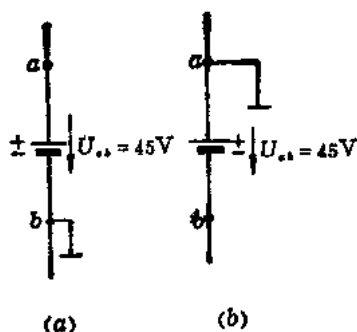


图 1-5 在一段电路中，参考点不同，同一点的电位也就不同

三、功率

在图1-4所示的电路中，若将电量 q 在时间 t 内由 a 点移到 b 点，其电压降为 U_{ab} ，电场力对 ab 段内运动的电荷所作的功为 W ，即

$$W = (V_a - V_b)q = U_{ab}q = U_{ab}It \quad (1-1-2)$$

这就是电路 ab 段在时间 t 里所吸取的电能。上式中, U_{ab} 的单位为伏(V), I 的单位为安(A), 时间的单位为秒(s), 则能量的单位为焦耳(J)。

工程上所用的“功率”这一个术语指的是在单位时间内电路(或电路的各部分)所吸收或发出的电能, 也就是能量的转换率, 即

$$P = \frac{W}{t} = U_{ab}I \quad (1-1-3)$$

在国际单位制中, 功率的单位为瓦特, 用 W 表示。

第二节 欧姆定律 电阻与电导

开路与短路

一、欧姆定律

为了描述电路中电阻元件的特性, 德国物理学家欧姆发现: 流过电阻器的电流 I 与电阻器的两端电压 U 成正比, 如图1-6所示, 即有

$$U = RI \quad \text{或} \quad I = \frac{U}{R} \quad (1-2-1)$$

这就是欧姆定律。(1-2-1)

式中 R 是比例常数, 称为电阻。

它可作为电流 I 与端电压 U 相联系的一个参数。

二、电阻与电导

对于材料均匀、截面相同的导线在一定温度下电阻值 R 可表达为

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (1-2-2)$$

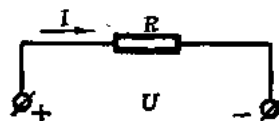


图 1-6 描述欧姆定律的一段电路

式中电阻 R 的单位为欧姆(Ω)； l 为导线的长度，单位为米(m)； S 为导线的截面积，单位为平方米(m^2)； ρ 为导线材料的电阻率，单位为 $\Omega \cdot m$ 。如果温度发生变化，金属导线的电阻随温度变化有一定的规律，任意温度 t 时的电阻 R_t 为

$$R_t = R_0 [1 + \alpha(t - t_0)] \quad (1-2-3)$$

式中 α 为电阻温度系数， R_0 为原来某一温度 t_0 时的电阻值。由实验证明绝大多数导体材料的电阻温度系数为正值，而半导体、石墨和碳的电阻温度系数是负的。

必须指出，电阻元件的端电压与电流总是同时并存的，在任何时刻其电流（或电压）由同一时刻的电压（或电流）所决定，也就是说，以前电阻上的电压或电流的数值对现在的数值没有什么影响，故称电阻元件是一个“无记忆元件”。如果电阻是常数，电阻元件的电压与电流成正比，这种电阻元件称为线性电阻，如碳膜电阻、绕线电阻等。只有线性电阻上的电压与电流关系才是符合欧姆定律的。

电阻 R 是个电路参数，电阻的倒数称为电导，用 G 表示写成

$$G = \frac{1}{R} \quad (1-2-4)$$

G 的单位为西门子(S)。

电阻是个耗能元件，电阻上所消耗的功率为

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R} = UI \quad (1-2-5)$$

电阻上吸收的电能 $W = Pt = I^2 R t$ 将全部转换为热能 Q ，这就是焦耳-楞次定律，表达式为

$$Q = I^2 R t (J) \quad (1-2-6)$$

三、开路与短路

开路与短路是电路运行时的两种特殊状态。当电源与负载断开时,电路中没有电流,即 $I=0$,电源处于开路状态。此状态下电源端电压 U 等于理想电压源的电压 U_g 。如果电路中电位差较大的两点被导体直接联接,电路端电压 $U=0$,这种现象称为短路状态。此状态下短路电流为 $I_{sc}=\frac{U_g}{R_g}$,式中 R_g 为电压源内阻,其值甚小。当 U_g 为一定值时, I_{sc} 会达到很大的值。因此,应当在电源的输出端接上熔断器,那么在发生短路事故时,熔丝会因通过的电流过大而被熔断,切断电源与负载间的联系,使电源得到保护。

第三节 有源元件与无源元件

在分析理想电路元件时,根据元件在电路里是输出能量还是吸收能量,将元件分为有源元件与无源元件两大类。

一、有源元件

有源元件在电路里是输出能量的元件,它又分为独立电源与受控电源两种。而独立电源包括电压源与电流源。它们输出的电压或电流不受电路其他部分的影响,而受控电源所输出的电压或电流则要受电路其他部分的电压或电流的控制。下面我们只讨论独立电源,关于受控电源留在第三章专门讨论。

1. 电压源

理想电压源的内阻为零,其端电压与流过它的内部的电流大小无关,此电压为恒定值或为某种确定的时间函数关系 $u(t)$,流过理想电压源的电流由与它连接的外电路的参数来

确定。当电压源有内阻 R_g 存在时，在 R_g 上会产生电压降，端电压便不能保持恒定。我们可用一个没有内阻 R_g 的理想电压源 U_g 与内阻 R_g 相串联来描述实际的电压源，如图1-7所示。

根据图1-7所示电路的端电压与输出电流的参考方向，由欧姆定律有

$$U = U_g - R_g I \quad (1-3-1)$$

本书后面在分析与计算电路时所提到的电压源除特殊注明以外，都是用理想电压源（ $R_g = 0$ ）。

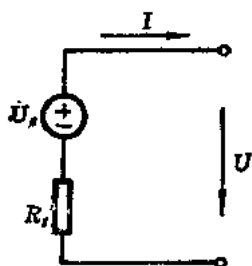


图 1-7 实际的电压源

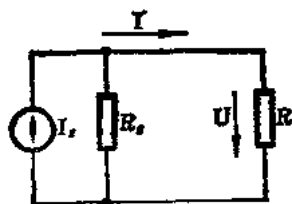


图 1-8 电流源与外接电路

2. 电流源

理想的电流源对外电路输出的电流为恒定值或为某种确定的时间函数 $i_g(t)$ ，而输出的电流与元件两端电压无关。理想电流源的端电压由与它相连的外电路参数来确定。

在实际电路中并找不到理想电流源，因为电流源产生的电流不会全部流出，有一小部分在它的内部流动。光电管与晶体三极管工作时的特性可近似地视作理想电流源。实际的电流源可用一个理想电流源 I_g 与一个内阻 R_g 并联的电路描述，如图1-8所示。这时电流源向外输送的电流为

$$I = I_g - \frac{U}{R_g} \quad (1-3-2)$$

在任一瞬时，有源元件输出的功率可用下式表示，即

$$p = \pm ui \quad (1-3-3)$$

式中 p 、 u 、 i 分别为输出功率、电压与电流的瞬时值。对于直流电源有

$$P = \pm UI$$

在有源元件内部，当电压与电流的参考方向相反时，输出功率为正值；当电压与电流的参考方向相同时，输出功率为负值。

二、无源元件

无源元件是吸收能量的元件。有些无源元件还能储存一定的能量或与其他元件进行能量交换。常见的无源元件有电阻器、电容器、电感器和运算放大器等。在任一瞬时，元件吸收的功率可用下式表示，即

$$p = \pm ui \quad (1-3-4)$$

式中 p 、 u 与 i 分别为功率、电压与电流的瞬时值。

在一段电路中，当 u 与 i 的参考方向相同时，则这段电路里的元件是吸收功率的，元件所吸收的功率为正值；当 u 与 i 的参考方向相反时，元件吸收功率为负值（即输出功率）。

1. 电阻器

电阻器是由具有一定电阻值的导体构成的器件，它能吸收能量并转换为其他能量（如热能）消耗掉。在讨论电阻器的特性时，略去其可能存在的电感与电容等因素。当电阻器的电阻值不随其两端的电压及通过的电流变化，总是为一恒定值时，它便是线性电阻元件。

2. 电容器

电容器是由中间有电介质的两个金属板所组成的器件。电容器能吸收所在电路里电源的能量变为电场能量储存起来，所以电容器是一种储能元件。在适当的场合，它可以将

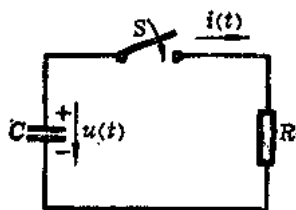


图 1-9 两端有一定电压的电容器对电阻器放电

储存的能量输出，例如电容器充电后与电阻器相接，电容器对电阻放电，将能量供给电阻器（见图1-9）。它也可与电感器连接，进行能量交换，这是储能元件的特性。在理想的情况下，电流通过电容器时是没有损耗的，也就是略去其本身电阻，对于电容器可能存在的电感，也不计及。

当电容器两端的电压有变化时，才有电流通过。通过电容器的电流为

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (1-3-5)$$

式中 C 为电容器的电容量，单位为法拉（F）。

根据（1-3-5）式，我们可以看出：

（1）通过电容器的电流 i 与它的端电压变化率 $\frac{du}{dt}$ 呈线性关系。电容器的端电压 u 发生变化时，才有电流 i 通过电容器，当它的端电压为恒定值（直流电压）时，就没有电流通过。这与电阻器不同，只要在电阻器两端加有电压，无论电压变化与否，均有电流通过。

（2）（1-3-5）式为电容器端电压 u 与电流 i 的参考方向相同时（如图1-10所示）， i 与 $\frac{du}{dt}$ 的关系表达式；当

u 与 i 的参考方向相反时, 电流 $i = -C \frac{du}{dt}$ 。

(3) 由于通过电容器的电流 i 为有限量, 那么, 电容器两端电压变化率 $\frac{du}{dt}$ 也是一个有限量, 这说明电容器端电压不能突变, 只能是连续变化的。

(4) 电容器是一个“记忆元件”。因为电容器的端电压 u 为电流 i 的函数, 将 (1-3-5) 式变换后积分, 若我们只认为某一任意选定的初始时刻 t_0 以后电

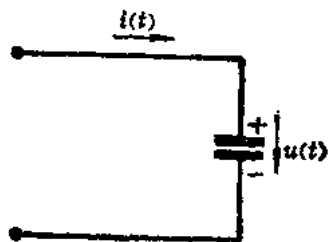


图 1-10 电容器充电时, 端电压 u 与电流 i 的参考方向相同

容的情况有用, 而且任一时刻 t_1 电容器的端电压 u 并不是只由同一时刻的电流值来确定的, 而是由 t 为 $-\infty$ 至 t_1 的时间内所有时刻的电流值来确定的, 因此, 应该有

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt \\ &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(t) dt + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt \\ &= u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt \end{aligned} \quad (1-3-6)$$

由 (1-3-6) 式可知, 初始时刻 t_0 以前的全部情况对 $t_1 > t_0$ 产生什么效果都可由电容的初始电压 $u(t_0)$ 反映。因此电容器是一个“记忆元件”。