靜動力題庫

編著者 邱 宣 哲

曉園出版社
世界圖书出版公司

靜動力題庫

編著者 邱 宣 哲

曉園出版社
世界图书出版公司
北京・广州・上海・西安
1992

内 容 简 介

本书是根据学生在学习力学时遇到的困难而编著的一本力学习题集，每道题都附有详细的解答并配合深入浅出的说明。

静动力题库

邱宣哲 著

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京重印

北京朝阳门内大街 137 号

新燕印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

1992 年 11 月第一版　　开本：850×1168　1/32

1992 年 11 月第一次印刷　　印张：27.25

印数：0001－1400

ISBN：7－5062－1370－2/O・59

定价：25.00 元（W_B9202/25）

序　　文

本書編輯目的

一般學生常發覺力學很難瞭解及學習。雖然在此方面有數以百計的教科書，但學生依然爲許多需要熟記的狀況及解題所要注意的相關條件所困惑。

經過多方研究後，美國教育研究協會發現造成學習力學困難的原因有五：

(A) 對於一般的問題，沒有一套有系統的法則，使學生能遵循一步一步地解答問題。

(B) 教科書中常以數頁的敍述來描述一個定理，但這些描述乃是對此定理有深刻了解的專家所寫，他的描述有時太抽象了使得初學的學生無法分享到其中的精義而對理論的應用感到困難及不知如何着手。

(C) 教科書中緊接在理論敍述後的例題通常太少也太簡單，使得學生無法領悟到理論與說明背後的涵義與應用。

(D) 除了課文及筆記的敍述之外，學生亦僅能透過做習題來學習，但是這是一項極爲費時的工作，況且除了力學之外學生仍有許多其他的科目要學習，因此花太多的時間在力學習題上，其“投資報酬率”又顯得太低了。

(E) 此外當在課堂上檢討時，學生又忙着將黑板抄入筆記而無法分心於眞正在式子之間的思維程序及用意。

本書即是爲了解決學生在學習力學時可能會遇到的上述困難而編著。本書將力學中各主題最典型也最常出現在測驗或作業中的題目，依照難易度順序排列，使讀者能由淺入深逐步漸進，且配合自己的速度來學習並瞭解某個觀念。此外每個題目都附有詳細的解答並配合深入淺出的說明，以此彌補許多習題解答中算式之間的空白與思維程序，因此節省下許多盲目嘗試的時間，使力學不再是一門困難的科目。

本書使用方法

本書將是學習力學者在教科書外的一本絕佳的參考書，它共分爲 26 章，內容由靜力學開始，包含摩擦、運動學、動量與衝量、質點系、剛體運動學、

振動、空間動力學、特殊相對論及變分學等課題，每章包含一個主題，並蒐集大量的題目，使學習者能從實地演算及瞭解每題的思維程序中，領悟到這個主題的精義及應用。

(1) 首先要閱讀教科書內有關這個主題的敍述，你應先熟悉其中所包含的原理、定義。

(2) 下一步由本書的目錄中找到相關的主題。

(3) 翻開本書找到相關主題的那頁，從第一題開始，依題目順序複習。在每個主題下，題目都是由易而難順序排列，有些題目可能初看類似，但它們都代表了另一種解題的方式，及不同的思考觀點。

最後經常的複習是獲得經驗及加深學習效果的不二法門。

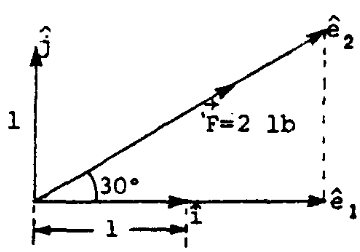
目　　錄

第 一 章

靜 力

力的向量表示

1-1 如圖所示分別以基準向量 $\hat{i}$ ，$\hat{j}$ 和 $\hat{e}_1$ ，$\hat{e}_2$ 表示力 $\vec{f}$ 。



解：向量 $\vec{f}$ 可寫成

$$\vec{f} = f_1\hat{i} + f_2\,\hat{j} \tag{1}$$

其中 f_1 和 f_2 爲 $\vec{f}$ 沿座標軸之分力。

假設 $\hat{i}$ 和 $\hat{j}$ 爲正交單位向量（orthogonal unit vectors）

$$\vec{f}_1 = \vec{f}\cdot\hat{i} = f\cos\theta \tag{2}$$

$$\vec{f}_2 = \vec{f}\cdot\hat{j} = f\sin\theta \tag{3}$$

其中 $f = \vec{f}$ 之大小，而 θ 爲 $\vec{f}$ 與 $\hat{i}$ 之夾角。（本題中 $\theta = 30°$）

$$\therefore\quad \vec{f} = (\sqrt{3}\,\hat{i} + \hat{j})\ \text{lbs}. \tag{4}$$

$\vec{f}$ 也可以基準向量（basis vector）$\hat{e}_1$ 與 $\hat{e}_2$ 來表示。但由於 $\hat{e}_1$ 和 $\hat{e}_2$ 並非一組正交單位向量，所以上面簡單求得分力的方法並不適用於一般情形。不過，因爲 $\vec{f}$ 是沿著其中一個基準向量（$\hat{e}_2$）的方向，所以由觀察可得結果，寫成

$$\vec{f} = m_1\,\hat{e}_1 + m_2\,\hat{e}_2\,, \tag{5}$$

我們可知 $m_1 = 0$ 而 $m_2 = \dfrac{f}{|\hat{e}_2|}$

$$\therefore \quad \vec{f} = \frac{f}{|\hat{e}_2|}\ \hat{e}_2 \tag{6}$$

由於 $\hat{e}_2$ 的長度並未標明，我們無法進一步求出 m_2。

1-2 力 $\vec{f}$ 以 $\hat{e}_1$，$\hat{e}_2$ 爲基準的表示法爲 $\vec{f} = 2(3\hat{e}_1 + 4\hat{e}_2)$ 磅，若如下圖所示已知 $\hat{e}_1$ 與 $\vec{f}$ 之方向，試求向量 $\hat{e}_2$。

解：向量 $\hat{e}_2$ 如圖 1 所示。

圖 1 是依據題目中所給予的公式及圖形所得。由 △ABC 之兩邊 BC 與 AC 相互垂直，得點 C。在小三角形 DBC 中，DC 之長度可由下式求得（圖 1 中所有的單位均是磅）。

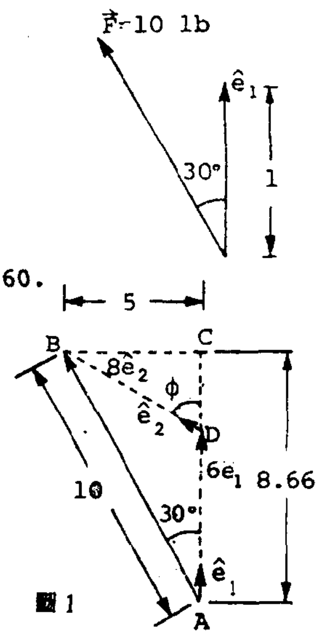


圖 1

$$DC = AC - 6 = 10\cos 30° - 6 = 2.660.$$

BC 長度可由

$$BC = 10\sin 30° = 5.$$ 求得。

DB 長度可由

$$DB = \sqrt{(BC)^2 + (DC)^2} = 5.664$$ 求得。

由於 $DB = 8\,|\hat{e}_2|$，我們可知

$$|\hat{e}_2| = \frac{5.664}{8} = 0.708$$

因此我們可以基準座標（$\hat{i}$，$\hat{j}$）（在圖 2 中定義）來表示 $\hat{e}_2$，

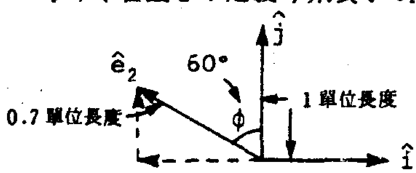


圖 2

$$\begin{aligned}
\hat{e}_2 &= m_1\,\hat{i} + m_2\,\hat{j} \\
&= -\,|\hat{e}_2|\sin\phi\,\hat{i} + |\hat{e}_2|\cos\phi\,\hat{j} \\
&= -\,(0.708)(0.883)\,\hat{i} + (0.708)(0.470)\,\hat{j}
\end{aligned}$$

$$\hat{e}_2 = -\,0.625\,\hat{i} + 0.333\,\hat{j}.$$

1-3 由計算合力的方向和大小，求出作用於點 0 之三力 P，Q，S 之合力。

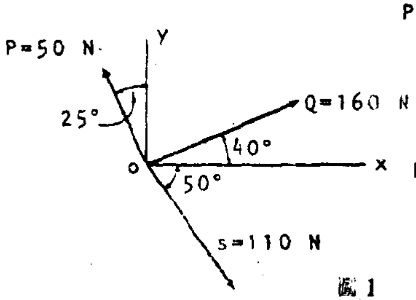


圖 1

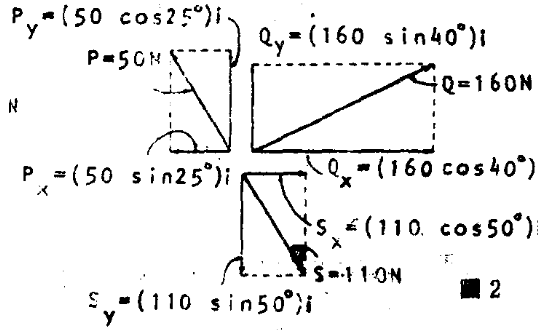


圖 2

解：P，Q，S 三力均可依圖 2 所示之方法分解爲 X，Y 方向之合力。

力 P 之 X，Y 分力可由下式求得：

$$P_x = -(50 \sin 25°)i = (-21.1N)i$$

$$P_y = (50 \cos 25°)j = (45.3N)j$$

力 Q：

$$Q_x = (160 \cos 40°)i = (122.6N)i$$

$$Q_y = (160 \sin 40°)j = (102.8N)j$$

力 S：

$$S_x = (110 \cos 50°)i = (70.7N)i$$

$$S_y = -(110 \sin 50°)j = -(84.3N)j$$

合力即是作用於點 0 各力 X，Y 方向分力之和。

所以 $R = R_x + R_y$

$$= (P_x + Q_x + S_x)i + (P_y + Q_y + S_y)j$$

$$= (-21.1 + 122.6 + 70.7)i + (45.3 + 102.8 - 84.3)j$$

$$= (172.2N)i + (63.8N)j$$

注意由於合力之 X，Y 方向上的分力均爲正，所以如圖 3 所示：R_x 作用向右，R_y 作用向上。

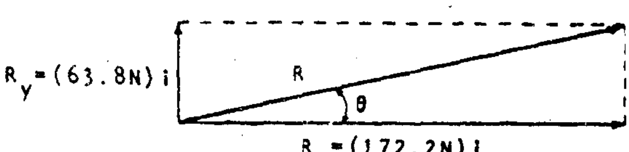


圖 3

由圖 3 我們可求得合力R之大小及方向。

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{63.8\text{N}}{172.2\text{N}} = 0.371 \Rightarrow \theta = 20.4°$$

$$\sin\theta = \frac{R_y}{R} \quad \text{所以} \quad R = \frac{R_y}{\sin\theta} = \frac{63.8\text{N}}{\sin 20.4}$$

所以

$$R = 184\text{N} \quad \measuredangle\ 20.4°$$

1-4 如圖 1 所示，桿之一端固定於點 S，另一端點 P 承受 200 磅之重量。
求：(A) 重量對點 S 之力矩。
(B) 作用於點 P 而對點 S 能產生相同力矩之最小力。
(C) 作用於點 P 而對點 S 能產生相同力矩之水平力的大小。

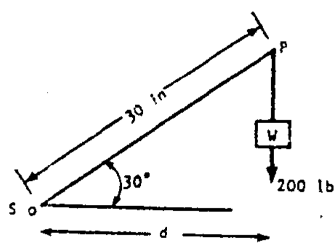


圖 1

解：

(A) 力對點 S 所產生之力矩 M_s 爲 $M_s = Fd$，其中 F 爲力的大小，d 爲由點 S 至 200 磅一力的作用線之垂直距離。

圖 1 中，d 可由三角幾何求得，

$$\cos 30° = \frac{d}{30\text{in}} \quad \text{和} \quad d = 30\cos 30° = 26.0\text{in}$$

所以

$$M_s = (200\ \text{lb})(26.0\text{in}) = 5200\ \text{lb}\cdot\text{in}\ (\text{順時針方向})$$

(B) 當垂直[illegible]，可以用最小之力產生與(A)中相同之力矩。

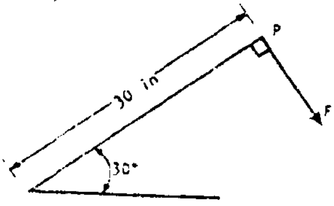


圖 2

參考圖 2 ，可得 d = 30 in

- F

$$F \ \ M_S \ \ = \frac{5.00\ \text{lb}\cdot\text{in}}{30\ \text{in}} = 173\ \text{lb}$$

(C) 由[illegible]求水平力之大小

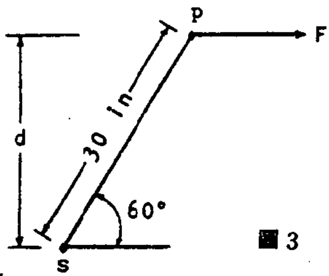


圖 3

[illegible]例中 $M_S = 5200$ lb·in

$$5200\ \text{lb}\cdot\text{in} = Fd$$

[illegible] 3 ， $\sin 30° = \dfrac{d}{30}$ ，所以 $d = 30\sin 30°$

或 $d = 15$in.

所以

$$F = \frac{5200\ \text{lb in}}{15\text{in}} = 347\ \text{lb}$$

1-5 如圖 1 所示，以向量代數求作用於點 P 之 1000N 力對點 O 之力矩。

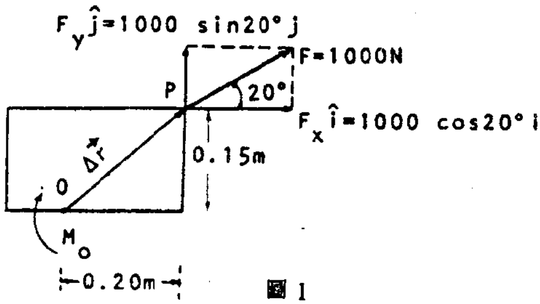


圖 1

解： 1000N 力對點 O 之力矩可由 $\Delta\vec{r}$ 與 $\vec{F}$ 之向量積求得。

所以
$$\vec{M}_O = \vec{\Delta} r \times \vec{F} \tag{1}$$

現在將位置向量和力分解爲X，Y，Z直角座標分量。

所以

$$\vec{\Delta r} = \Delta x\hat{\imath} + \Delta y\hat{\jmath} = (0.20\text{m})\hat{\imath} + (0.15\text{m})\hat{\jmath}$$

而

$$\vec{F} = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath} = (1000\text{N})\cos 20°\hat{\imath} + (1000\text{N})\sin 20°\hat{\jmath}$$

$$= (939.7\text{N})\hat{\imath} + (342\text{N})\hat{\jmath}$$

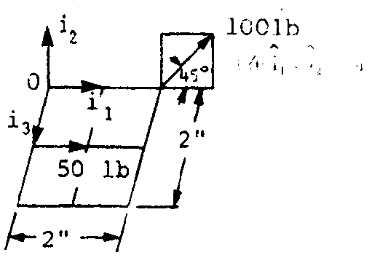
由(1)式可得

$$\vec{M}_O = [(0.20\text{m})\hat{\imath} + (0.15\text{m})\hat{\jmath}] \times [(939.7\text{N})\hat{\imath} + (342\text{N})\hat{\jmath}]$$

$$= (68.4\text{N.m})\hat{k} - (140.9\text{N.m})\hat{k} = -(72.5\text{N.m})\hat{k}$$

由於求得之 $\vec{M}_o$ 值爲負，所以 $\vec{M}_o$ 之方向爲指向紙面。

1-6 一塊正方形的水泥板塊，被[illegible]索纜[illegible]使用。如圖所示索纜各對板塊施予 100 磅和 50 磅[illegible]力，[illegible]二力對點O之力矩。



解：力矩是一種向量，對同一點的許多力矩向量之和可由向量加法求得。在此例中，

$$\vec{m}_0 = \vec{m}'_0 + \vec{m}''_0$$

其中 $\vec{M}'_0$ 爲 100 磅力的力矩，$\vec{M}''_0$ 爲 50 磅力的力矩（由定義可順利求得）。

50磅力作用在 $\hat{i}_1$ 方向，對點O的力矩為

$$1\hat{i}_3 \times 50\hat{i}_1 = 50\hat{i}_2 = \vec{m}_0'$$

力矩 $\vec{M}_0''$ 可由100磅力的分力求得

$\hat{i}_1$ 方向：

$$100 \text{ lb} (\cos 45°) = 70.7 \text{ lb}$$

$\hat{i}_2$ 方向：

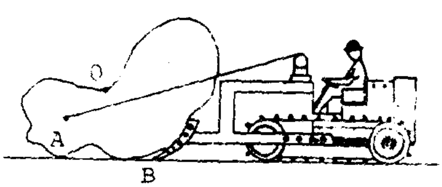
$$100 \text{ lb} (\sin 45°) = 70.7 \text{ lb.}$$

$$\vec{m}_0 = \begin{vmatrix} \hat{i}_1 & \hat{i}_2 & \hat{i}_3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 70.7 & 70.7 & 0 \end{vmatrix} + 50\hat{i}_2$$

$$= (141.4\hat{i}_3 + 50\hat{i}_2) \text{ in.-lb.}$$

1-7 一輛備有絞車的堆土機正試着由一堆廢鐵中將部分切屑舉起。堆土機以鏟尖將部分的切屑舉起，而用絞車拉起其餘廢鐵。若堆土機之負荷情況為圖2所示的理想狀況，試求此負荷對點O之力矩。

圖 1



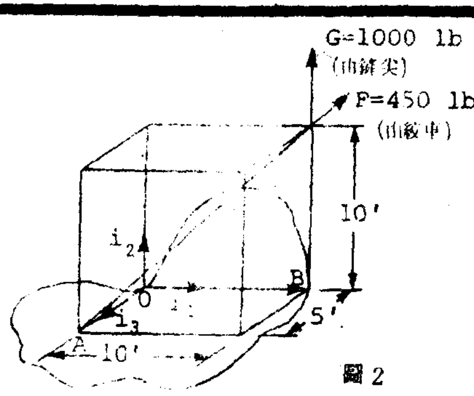


圖 2

解：

$$\vec{m}_0 = (\vec{a} \times \vec{f}) + (\vec{b} \times \vec{G})$$

其中 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 分別表示由點O至點A及點B的向量。

我們選擇右手正交標準座標來表示點O的力矩向量空間。任何指向力的向量均可用做位置向量，但我們選擇可輕易求得平行 $\hat{i}_1$、$\hat{i}_2$，$\hat{i}_3$ 方向分量的位置向量。

由圖 2，對 1000 磅之力：

$b_1 = 10$ ft, $\qquad G_1 = 0$

$b_2 = 0$, $\qquad G_2 = 1000$ lb

$b_3 = 0$, $\qquad G_3 = 0$.

對 450 磅之力

$a_1 = 0$, $\qquad f_1 = 300$ lb

$a_2 = 0$, $\qquad f_2 = 300$ lb

$a_3 = 5$ ft, $\qquad f_3 = -150$ lb.

所以 $$m_0 = \begin{vmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ 10 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ 0 & 0 & 5 \\ 300 & 300 & -150 \end{vmatrix}$$

$$= i_1(0) - i_2(0) + i_3(10{,}000) + i_1(-1500) - i_2(-1500) + i_3(0)$$

$$\overrightarrow{m_0} = (-1500 i_1 + 1500 i_2 + 10{,}000 i_3) \text{ ft-lb.}$$

質點平衡

1-8 用三角幾何法，求圖 1 中，作用於點 S 之二力 F_1，F_2 之合力的大小、方向。

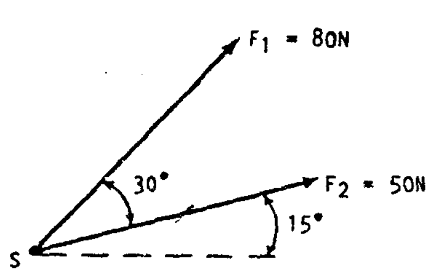


圖 1

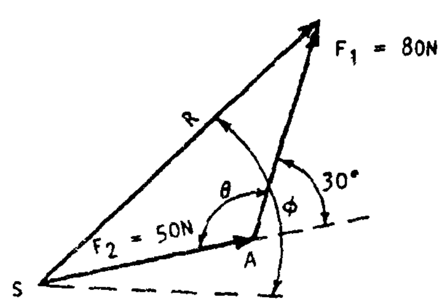


圖 2

解：如圖 2 所示，用餘弦定律畫出 F_1 與 F_2 之合力，合力大小可由下面的關係求得，

$$R^2 = F_1{}^2 + F_2{}^2 - 2F_1F_2 \cos\theta$$

由觀[illegible]可得，角[illegible] = 1[illegible]° - [illegible] = [illegible]50°

$$\therefore \quad R^2 = (80N)^2 + (50N)^2 - 2(80N)(50N)\cos 150°$$

$$R = 125.8N$$

由正弦定律，可求得合力的方向，

$$\frac{\sin S}{F_1} = \frac{\sin A}{R}$$

$$\frac{\sin S}{80N} = \frac{\sin 150°}{125.8N}$$

所以，

$$\sin S = \frac{(80N)\sin 150°}{125.8N} = 0.3179$$

因此

$$S = 18.5°.$$

角 ϕ 可求得爲 $15° + S$

所以

$$\phi = 33.5°.$$

結果合力爲 125.8N $\measuredangle$ 33.5°

1-9 圖 1 中需要 50 - N 之張力方能使方盒 B 與力 F 保持平衡，求 F 之大小。已知 d = 10 cm 和 r = 5 cm。

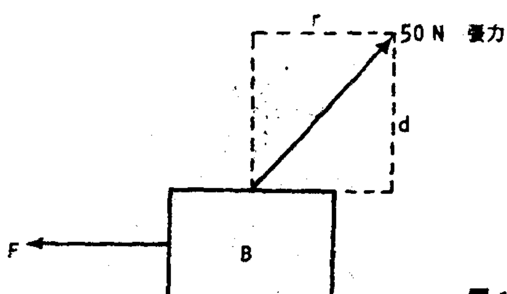


圖 1

解：圖 2 表示方盒的自由體圖（free body diagram）。它包括了所有作用於方盒之力。由於只求 F 之大小，我們只需考慮 X 一方向即可。因爲方盒處於平衡，所以 X 一方向上各力之和必須爲零。

$$-F + (50N)(\sin\theta) = 0 \qquad (1)$$

由三角幾何可得

$$\sin\theta = \frac{r}{\sqrt{10^2 + r^2}}$$

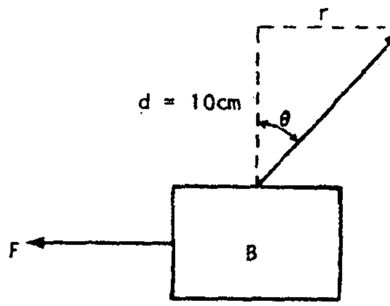


圖 2

代入(1)式中的 $\sin\theta$，得到

$$F = (50N) \times \frac{r}{\sqrt{10^2 + r^2}}$$

但已知

$$r = 5cm$$

$$\therefore \quad F = (50N)\left(\frac{5cm}{\sqrt{10^2 + 5^2}}\right) = (50N)\left(\frac{5}{\sqrt{100 + 25}}\right)$$

所以

$$F = 22.4N$$

1-10 一個污物處理箱（sewage tank）的圓蓋重 80 磅（圖 1），由三根索纜連接到一個堆高機（fork lift）的點 P。每一根索纜均長 5 ft，，而間隔以 $\theta_1 = 160°$，$\theta_2 = 110°$，$\theta_3 = 90°$ 的間隔角。求每一根索纜的張力。已知圓蓋的半徑為 3 ft。

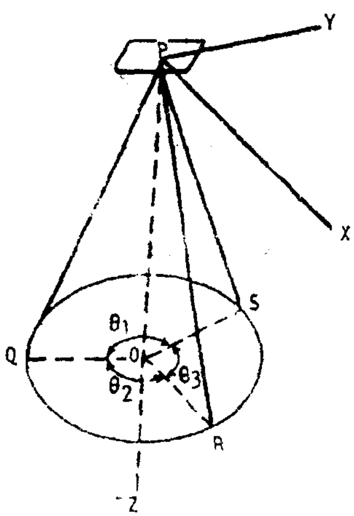


圖 1

解：此種三度空間的問題需要系統化的處理。

考慮上視圖，因為 OR 和 OS 之投影相互垂直，將 X，Y 軸之交點通過點 P 而分別與 OR，OS 平行。

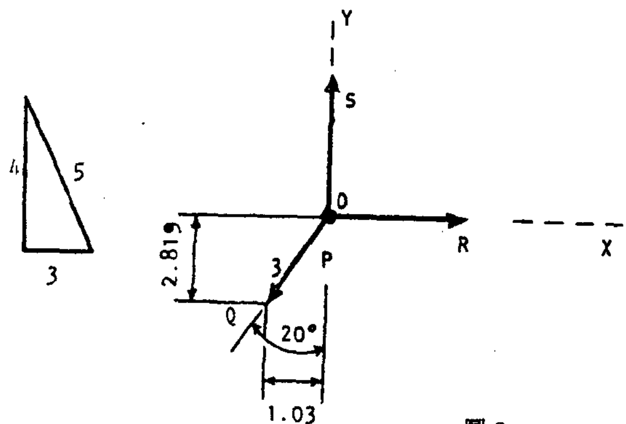


圖 2

圖 2 為三條索纜在頂端交點的自由體圖。實際上它是自由體圖的二度空間投影。每條索纜的垂直方位（vertical configuration）均相同，可以參考圖 3。

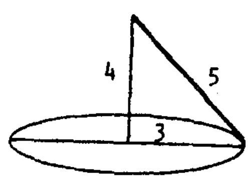


圖 3

向量 Q，R，S 的方向餘弦如下：

(向量)	$l = x/5$	$m = y/5$	$n = z/5$
Q	$-\frac{1.03}{5}$	$-\frac{2.819}{5}$	$-\frac{4}{5}$
S	0	$+\frac{3}{5}$	$-\frac{4}{5}$
R	$+\frac{3}{5}$	0	$-\frac{4}{5}$

上表中的方向餘弦是由圓盤邊緣 Q，R，S 三點相對於頂端之交點（原點）的