

高等学校教学用书

# 建筑力学教程

第二卷 第一分册

И. М. 拉宾諾維奇著

高等教育出版社

# 建筑力学教程

第二版 第一册  
理论力学与材料力学

清华大学出版社

高等学校教学用書



# 建筑力学教程

第二卷 第一分册

И. М. 拉宾諾維奇著  
天津大学結構力学教研室譯

高教出版社

本書系根据苏联國立建築書籍出版社 (Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре) 出版的拉宾諾維奇 (И. М. Рабинович) 著“桿件体系建筑力学教程”第二卷 (Курс строительной механики стержневых систем часть II) 1954年第二版修訂版譯出。原書經苏联高等教育部審定为土建高等学校教科書。

原書第二卷共二十章，論述超靜解体系。中譯本分为二个分冊出版。第一分冊包括前七章，第二分冊包括后十三章。第一分冊的內容为：超靜解体系的計算問題，彈性体系的基本定理，桿件体系位移的确定，力法原理，連續梁的計算，用力法計算簡單剛架及超靜解拱，超靜解桁架的計算。第二分冊的內容包括土建高等学校建筑力学(超靜解体系)課程教学大綱所規定的材料，同时也包括教學大綱中沒有規定的，而对学生深入鑽研這門課程有所帮助的建筑力学上的某些問題。除了桿件体系的計算之外，也敘述了樁土牆的計算原理。在大多数的章节中，包含有歷史性質的概述和書刊介紹。

本書第一分冊由天津大学土木系結構力学教研室集体翻譯。參加的同志有吳健生(第一、四兩章)、楊緒強(第二章)、趙祖武(第三章)、楊天祥(第五章)、王振常(第六章)、劉昭培(第七章)；並由吳健生、趙祖武、楊天祥、王振常四位同志担任校訂工作。

## 建筑力学教程

### 第二卷 第一分冊

И. М. 拉宾諾維奇著

天津大学結構力学教研室譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

上海市印刷三廠印刷 新華書店總經售

書號 15010·241 開本 850×1168 1/32 印張 10 2/16 檢頁 1 字數 260,000

一九五六年十一月上海第一版

一九五六年十一月上海第一次印刷

印數 1—7,000

定價(10) ￥ 1.50

# 序

本教程第二卷第二版，与 1940 年出版的第一版相比，有了許多的修改。几乎所有各章都有所精簡。同时在某些章中做了补充(对于一端具有已知位移的杆件体系的位移公式，桁架位移多边形的繪作新法，具有無限剛勁部件的剛架的計算，在确定梁承载能力时剪应力的計算，按散体極限应力状态的理論計算擡土牆，在計算結構时应用統計学原理的概念等等)。

所有歷史的概述，都已徹底改寫；它們扼要地反映出俄國学者在發展建筑力学中所起的作用。我們指出苏联建筑力学的十分完整的歷史還沒有寫出；填补這項空白仍旧是当前重要的任务。

加入了一些新的章節：按形变圖計算結構的概念，在連續彈性地基上梁及剛架的計算，等截面剛架的計算（用 B. 3. 伏拉索夫教授的方法），具有單向联系的超靜解体系的計算原理。此外，在这一版中还包括两章关于穩定的計算和荷載的动力作用的計算，本書第一版中沒有这两章，但在 1946 年出版的作者所著“建筑力学”一卷的教程中就有了<sup>⊖</sup>。它們經過一些修改和补充后寫入本書。

作者在本書中加入了新的材料，其中一部份超出了高等建筑学校現行教学大綱的范围，这是由于作者認為：建筑力学教程应包括教学大綱所要求的全部材料，但不必只限于此。大綱在变动着，生活在前進着，教科書就必须促進其發展。

建筑力学教科書的补充材料应当鼓勵深入研究建筑力学中的各項

---

<sup>⊖</sup> 譯者註：此書已由上海同濟大學譯出，書名为“杆件系統結構力学”，高等教育出版社出版。

問題并展望問題的進一步發展。在最近數十年蘇聯建築力學發展史中，有不少的例子證明這種看法是正確的，正如尚未跨出高等學校的青年的巨大創造性成就的例子。

當然，在教科書中不應以補充材料（在書中用小方框標出的）為主；規定的大綱內的問題組成書的基本內容。少數的補充問題是選自廣泛而有趣的材料，這些材料豐富了蘇聯的建築力學，並保證着其進一步的發展。儘管有補充材料，讀者應當認為本書是研究這門廣闊學科的重要的但畢竟還是入門的一本書。書中基本材料和補充材料的劃分，在某種程度上是有條件的，因為各種建築專業的課程大綱並不完全相同。

第十九次黨代表大會在基本建設方面所提出的巨大任務鼓勵着建築力學的發展，要求它來滿足在國內所進行的大規模和各種各樣建設的日益擴大的一切需要。我們這裡，建築力學新問題的研究是與建設中的問題緊密地聯繫着，伴隨研究的還有廣泛大規模的實驗研究和試驗以檢查理論上的假設。協助去順利地研究這些問題也是本書的任務之一。

作者對於審閱本書原稿並提出許多已被採用的寶貴意見的 H. I. 別素荷夫教授和 B. A. 契希列夫教授，以及 A. A. 烏滿斯基、A. Φ. 斯未爾諾夫、I. B. 烏爾班、B. B. 西尼力尼科夫等教授和 I. K. 斯尼科副教授表示感謝。

如承讀者指出書中的錯誤及缺点，作者將甚感激。

## 第二卷 第一分冊 目 錄

### 序

第一 章 超靜解体系的計算問題 .....	1
§ 1.1. 什么是超靜解杆件体系 .....	1
§ 2.1. 計算多余联系数目的公式 .....	3
§ 3.1. 有多余联系体系的特性 .....	6
§ 4.1. 介于靜解、超靜解和几何可变之間的体系 .....	9
§ 5.1. 計算方法的分类 .....	10
§ 6.1. 应用超靜解体系的歷史 .....	11
第二 章 彈性体系的基本定理 .....	13
§ 1.2. 基本概念 .....	13
§ 2.2. 廣义力与廣义位移 .....	15
§ 3.2. 关于“靜力式”加置外力所作功的理論 .....	17
§ 4.2. 例題 .....	20
§ 5.2. 平面彈性杆件体系的內力功 .....	21
§ 6.2. 关于外力功和內力功的一些意見 .....	25
§ 7.2. 可能位移原理在彈性体系中的应用 .....	27
§ 8.2. 可能位移原理对于实际位移的应用。位能 .....	29
§ 9.2. 功的互等定理 .....	32
§ 10.2. 例題及習題 .....	33
§ 11.2. 用于不遵循廣义虎克定律体系的功之互等定理的变体 .....	35
§ 12.2. 位移互等定理 .....	36
§ 13.2. 例題及習題 .....	37
§ 14.2. 关于位移因次的意見 .....	39
§ 15.2. 以挠曲线作为位移的影响線 .....	40
§ 16.2. 关于位移的某些性质 .....	42
§ 17.2. 反力互等定理 .....	44
§ 18.2. 反力和位移的相互性 .....	46

§ 19.2. 位能公式的其他形式.....	49
§ 20.2. 位能的偏微商.....	52
§ 21.2. 最小功原理.....	55
§ 22.2. 关于基本定理的歷史.....	57
<b>第三章 杆件体系位移之确定 .....</b>	<b>63</b>
§ 1.3. 总論 .....	63
§ 2.3. 超靜解体系的量佈圖的繪制 .....	63
§ 3.3. 外部影响:荷載,联系的位移及温度 .....	66
§ 4.3. 平面杆件体系位移的一般性公式 .....	68
§ 5.3. 选择單位力的例 .....	73
§ 6.3. 靜解体系因外部荷載而生之位移 .....	74
§ 7.3. 弯曲杆件之較精确的位移公式 .....	75
§ 8.3. 例題 .....	77
§ 9.3. 在量佈圖之一為直線情形下計算積分的規則 .....	79
§ 10.3. 具有彈性支座及其他彈性联系的杆件体系位移公式 .....	83
§ 11.3. 关于公式 (4.3)–(13.3) 中計算積分的一些意見 .....	86
§ 12.3. 超靜解体系由外部荷載引起的位移 .....	88
§ 13.3. 靜解及超靜解体系的溫度位移 .....	90
§ 14.3. 習題 .....	93
§ 15.3. 支座或其他联系位移所引起的位移 .....	94
§ 16.3. 折杆結点挠度多邊形的繪制 .....	99
§ 17.3. 位移的影响線 .....	101
§ 18.3. 位移的校核 .....	103
§ 19.3. 求位移之一般性方法的歷史 .....	105
<b>第四章 力法原理 .....</b>	<b>108</b>
§ 1.4. 一般說明 .....	108
§ 2.4. 基本体系 .....	108
§ 3.4. 基本(多余)未知量 .....	110
§ 4.4. 受外部荷載作用时力法計算的典型方程組 .....	111
§ 5.4. 典型方程的其他意义 .....	113
§ 6.4. 自形变功微商的定理得出典型方程 .....	113
§ 7.4. 計算溫度作用的典型方程 .....	114
§ 8.4. 已給支座或其他联系位移情形的典型方程 .....	115
§ 9.4. 計算荷載、溫度和支座位移联合作用的典型方程 .....	117

## 目 錄

---

§ 10.4. 典型方程組的特性.....	117
§ 11.4. 典型方程組的一般解.....	121
§ 12.4. 关于得自力法典型方程的一个超靜解体系的性质.....	123
§ 13.4. 力法的歷史.....	125
<b>第五章 連續梁的計算 .....</b>	<b>127</b>
§ 1.5. 关于連續梁的概念.....	127
§ 2.5. 多余联系的数目. 基本体系的选择.....	129
§ 3.5. 連續梁在外部荷載作用下的計算三矩方程.....	130
§ 4.5. 例題和習題.....	139
§ 5.5. 力矩定点比和力矩定點.....	143
§ 6.5. 求定點的圖解法.....	149
§ 7.5. 应用力矩定點比作撓矩圖.....	151
§ 8.5. 例題.....	157
§ 9.5. 应用有限差分理論求解三矩方程組.....	158
§ 10.5. 撓矩影响線的繪制.....	160
§ 11.5. 剪力影响線的繪制.....	166
§ 12.5. 支座反力影响線的繪制.....	167
§ 13.5. 像繪制撓曲線來繪製影响線.....	168
§ 14.5. 最不利的荷載.....	175
§ 15.5. 对支座移动的計算.....	179
§ 16.5. 对非均匀受热的計算.....	184
§ 17.5. 关于利用預設撓矩法或預設應力法計算連續梁的概念.....	186
§ 18.5. 具有彈性移动支座的連續梁.....	188
§ 19.5. 彈性移动支座上連續梁的量佈圖和影响線.....	193
§ 20.5. 例題.....	196
§ 21.5. 連續梁理論的歷史.....	198
<b>第六章 用方法計算簡單剛架及超靜解拱 .....</b>	<b>207</b>
§ 1.6. 基本概念.....	207
§ 2.6. 有一个多余未知量的剛架的計算.....	209
§ 3.6. 关于对称体系典型方程的簡化. 有三個多余联系的剛架的計算.....	217
§ 4.6. 借引用剛臂以進一步簡化同一剛架的計算.....	222
§ 5.6. 具有彈性柔韌支座和結點的剛架的計算 .....	225
§ 6.6. 帶系杆的双铰拱的計算.....	226
§ 7.6. 系杆柔度的影响. $M$ , $Q$ , $N$ 圖. 壓力線.....	232

---

§ 8.6. 影響線的繪制.....	237
§ 9.6. 溫度影響的計算.....	241
§ 10.6. 利用系杆以調整拱中的內力.....	243
§ 11.6. 無鉸拱、基本體系的選擇、確定系數的數解法和圖解法.....	244
§ 12.6. 量佈圖的繪制、壓力線.....	253
§ 13.6. 關於拱軸輪廓的選擇.....	255
§ 14.6. 影響線的繪制.....	258
§ 15.6. 在靜水荷載下圓拱的計算.....	264
§ 16.6. 在溫度和收縮作用下的計算.....	266
§ 17.6. 在支座位移作用下的計算.....	268
§ 18.6. 在施工過程中，拱內應力的人工調整.....	269
§ 19.6. 具有彈性支座的對稱拱之計算.....	271
§ 20.6. 拱的理論的歷史.....	275
<b>第七章 超靜解析架的計算 .....</b>	<b>280</b>
§ 1.7. 關於超靜解析架的總論.....	280
§ 2.7. 截面的選擇.....	281
§ 3.7. 具有一個冗杆的桁架的計算.....	283
§ 4.7. 超靜解析架豎向位移(撓度)曲線的繪制.....	285
§ 5.7. 繪制結點位移多邊形之圖解法的簡化.....	287
§ 6.7. 具有一個冗杆的桁架影響線之繪制.....	288
§ 7.7. 具有數個冗杆的桁架的計算.....	289
§ 8.7. 超靜解析架計算的檢查.....	292
§ 9.7. 關於超靜解析架的一些特性.....	293
§ 10.7. 用預設應力法計算桁架.....	298
§ 11.7. 用預設應力法計算桁架的例.....	302
§ 12.7. 關於預設應力法的一些意見.....	305
§ 13.7. 關於桁架的理論重量.....	307
§ 14.7. 超靜解析架的理論的歷史.....	309
<b>華俄名詞對照表 .....</b>	<b>311</b>

# 第一章 超靜解体系的計算問題

## § 1.1. 什么是超靜解杆件体系

在本教程的第一部份，研究了那些叫做靜解的結構。

現在要开始研究另外的，更廣泛的一种几何不变杆件体系，即超靜解体系，我們應該首先明确屬於这个名詞的內容。

應該把以下的特征作为几何不变体系分类的根据：标誌任何整个截面工作的那些力，即任何截面內元素面積上的內力的合力，是靜解的抑或超靜解的。

今后我們將称下述的体系为超靜解杆件体系，即体系上作用有任意荷载时，不是所有的軸力、剪力和力矩全能夠自剛体或剛体体系的平衡方程式求得。

如果可以自一体系去掉某些联系而不致破坏这体系的几何不变性与不动性，我們說这体系有多余的或剩余的<sup>①</sup>联系。

在上述条件下可以同时去掉的联系的最大数目，被称为多余联系数目。例如，可以同时去掉圖 1 内五个支杆中的两个，但不得多于两个，因为要保証梁的不动性，就需要保留不少于三个支杆。

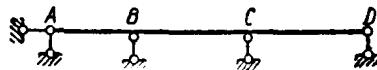


圖 1.

也可以不去掉支杆而去掉任何其他联系，例如在梁的任何截面内放入鉸。無論如何所去掉的联系不能多于二，否则这体系將失去几何不变性。因此，这体系有两个多余的联系。

<sup>①</sup> “剩余的”(избыточная)較“多余的”(лишняя)更为恰当，后者会被联想为不需要这联系。可惜，在我們的文献中“多余的”一詞很久以來就已經獲得公認。

可以依照本書著者所建議的名詞<sup>①</sup> 把必要联系的概念与多余联系的概念相对照。可以区别联系为有条件的必要联系和無条件(絕對)的必要联系。例如圖 1 中任何一个豎向的支杆都是有条件的必要的，因为当保留另外两个豎向的和一个水平的支杆时才可以去掉其中的每一

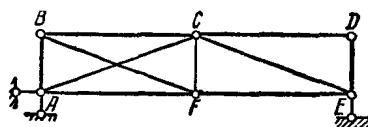


圖 2.

根。也可以称有条件的必要杆件为有条件的多余的。圖 2 中有一个多余联系，左方節間的任一杆件如  $AB$ ,  $BC$ ,  $CF$ ,  $FA$ ,  $AC$  和  $BF$  是有条件的必要的。相反地，杆件  $CD$ ,  $DE$ ,  $EF$ ,  $CE$  中的任一个，以及三根支杆中的任一个都是絕對必要的，因为如果去掉它就会使体系变为几何可变或可动的了。

从机动的观点上看，多余联系的存在与否說明体系的特性。同时它說明体系在靜力方面的特性。实际上，在本教程的第一卷 (§ 3.5) 我們已經知道沒有多余联系的几何不变和不动体系永远是靜解的，反过来，靜解体系不能有多余的联系。在几何不变体系中多余联系的存在是超靜解性的必要和充分的特征。

若体系有  $n$  个多余联系，则在去掉同样数目的联系以后可以得到靜解体系。因此，体系可被看做是由靜解体系加上  $n$  个补充联系所組成的复雜体系。

超靜解体系具有某些特殊的，只为它所固有的性質，这些性質与多余联系的数目有直接的关系。因此，数目  $n$  是体系的重要的和深刻的特征，并且可以作为所有超靜解体系分类的根据<sup>②</sup>。

今后我們將称多余联系数目为体系的超靜解度。

① И. М. 拉宾諾維奇：“超靜解桁架理論”，鐵路運輸出版局，1933，第 9 頁。

② 这里我們有意識地只提多余联系的数量，暂且不談所謂“多余未知量”的数量問題，因为关于它的概念是与計算方法的問題相联系着的，并有更受条件約束的特征。

### § 2.1. 計算多余联系数目的公式

这里再给出在本教程的第一卷已经导出的计算多余联系数目的公式，并且用一些例子来说明。

由各别的刚片互相铰接并支承于某些支柱上所组成的平面体系有下述的多余联系数目：

$$J = C_0 + 2III - 3\mathcal{A}, \quad (1.1)$$

式中  $C_0$  是支柱数；  $III$  是联结刚片的简单铰的换算数目；  $\mathcal{A}$  是刚片的数目。

只有在任何一个刚片本身不是具有多余联系的体系时，这公式才是正确的。

假若体系是有中间铰的多跨梁，则也可用下式代替公式(1.1)

$$J = C_0 - 3 - III. \quad (2.1)$$

实际上，当没有铰时连续梁的多余杆数是  $C_0 - 3$ ，而每加一铰会使梁增加一个自由度。

刚架体系 (圖 3)

是有 10 个支柱的刚片。因为要保证它的不动性只需三个支柱就够了，所以多余联系数等于  $10 - 3 = 7$ 。

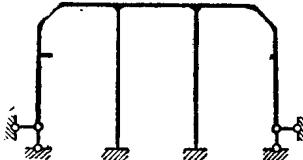


圖 3.

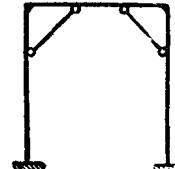


圖 4.

在这样的情况下我们可以按下式计算

$$J = C_0 - 3. \quad (3.1)$$

对于联合的刚架体系 (圖 4) 可以写成

$$\mathcal{A} = 3; III = 4; C_0 = 6; J = 6 + 2 \times 4 - 3 \times 3 = 5.$$

可以用不同的方法来计算同一体系内多余联系的数目。

例如，可以认为圖 5, a 的闭合刚架是由四个刚片用十二个联结杆

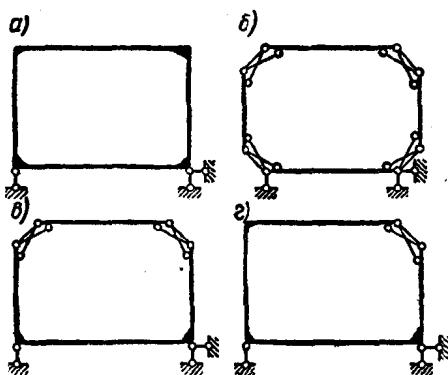


圖 5.

形  $\Delta = 1 + 3 = 4$ ;  $C_0 = 3$ ;  $III = 6$ ;  $J = 3 + 2 \times 6 - 3 \times 4 = 3$ 。顯然，第三種計算方法是最簡單的。

由所舉的例子看到，中間沒有鉸且其軸線形成一個閉合的單循環輪廓線的杆件有三個多余聯繫。簡言之，平面內無鉸的閉合輪廓線有三個多余聯繫。

實際中，常會遇到圖形為多循環輪廓線的剛架結構。計算單獨閉合的又不與其他輪廓線互相遮蓋的輪廓線數目，並將這數目乘以三就可以了；這乘積就是多余聯繫的數目。例如圖 6, a。彼此不遮蓋的輪廓線數是 6，所以  $J = 3 \times 6 = 18$ 。圖 6, b 示同一体系，但被切成完全沒有閉合的輪廓線，同時保持其幾何不變性。切口數目等於 6；每一切口都使體系減少 3 個聯繫。因此我們可以不必計算輪廓線的數目而只

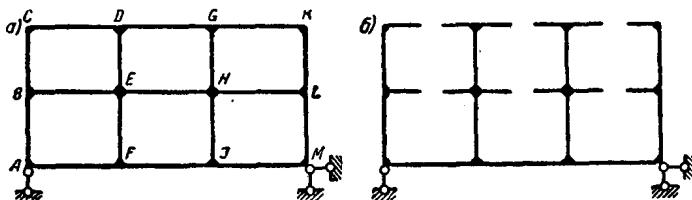


圖 6.

件聯成的（圖 5, b），或是由兩個剛片用六個聯結杆件聯成的（圖 5, c），或是由一個剛片帶有三個聯結杆件形成（圖 5, d）。在第一種情形  $\Delta = 4 + 12 = 16$ ;  $C_0 = 3$ ;  $III = 24$ ;  $J = 3 + 2 \times 24 - 3 \times 16 = 3$ 。在第二種情形  $\Delta = 2 + 6 = 8$ ;  $C_0 = 3$ ;  $III = 12$ ;  $J = 3 + 2 \times 12 - 3 \times 8 = 3$ 。在第三種情

計算切口的數目再乘以三。

剛一看圖 7, a 似乎只有三個閉合輪廓線, 但是因為截面 A, B, C, D 屬於基礎, 所以圖 7, a 可被看成如圖 7, b; 這樣就清楚地看出它有 6 個閉合輪廓線, 因而有 18 個多余聯繫。切斷體系如圖 7, c 也可以得到同樣結論。如利用公式(1.1)將是很麻煩的。

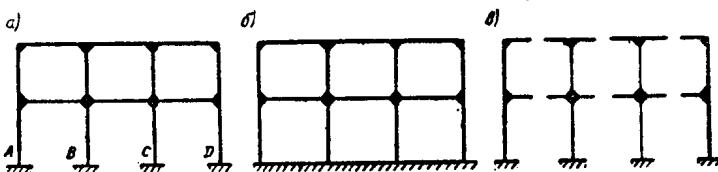


圖 7.

假若體系是鉸接杆件的桁架, 那麼不用公式(1.1)而用公式

$$J = C + C_0 - 2Y \quad (4.1)$$

是較為便利的, 式中  $C$  是除支杆以外的桁架杆件數目;  $Y$  是結點數。

例如圖 8,  $C = 29$ ;  $C_0 = 4$ ;  $Y = 14$ ;  $J = 29 + 4 - 2 \times 14 = 5$ 。

假若注意到去掉四個斜杆和一個支杆後桁架變成靜解, 那末就可以較快地得到上述結果。

放在連續的彈性地基



圖 9.

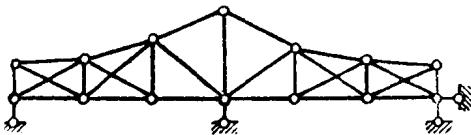


圖 8.

上的梁(圖 9)具有無數个多餘聯繫, 因為它可以被認為是具有彈性支杆多跨連續梁的極限情形。特

征為: 這些多餘聯繫組成連續體, 即它們是連續分佈的。由於這個緣故, 梁的跨度可以分成段。使每一段長內所有彈性地基的基本反力將是滿足某一微分方程式的某一函數的特別值。這在很大程度上簡化了這種體系的計算(見第 14 章)。

### § 3.1. 有多余联系体系的特性

我們列舉以下特性：

1. 設結構受某一已給荷載。去掉多余联系，使体系变成靜解。給所去联系的反力以任何数值  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 。可以認為这些反力是外力，它們和已給荷載一起組成靜解結構的全部荷載。顯然，無論力  $X_1, X_2, \dots, X_n$  的数值为何，体系將保持平衡（假若材料的強度未被破壞）。

例如，若去掉圖 10, a 連續桁架的中間支杆并代以力  $X$ （圖 10, b），則無論这力为任何可能的数值，桁架將保持平衡。換句話說，只是自平衡条件以确定力  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，是不可能的；有多余联系的体系是超靜解的。

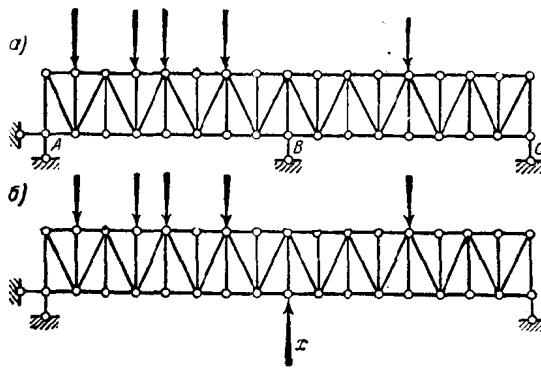


圖 10.

今后我們對有多余联系的体系和超靜解体系可以不加區別。

但是不應該認為在超靜解体系內所有內力必定是超靜解的；有时也會遇到內力是靜解的部份。可以證明下述定理：絕對必要的联系（假若有这样的联系）中的內力永远是超靜解的。

利用可能位移原理。若任一联系是絕對必要的，則不管多余联系的存在，去掉这必要的联系会使体系变成机构。給这机构以可能的無限小位移，并使所有外力做的功之和等于零（代替所去联系的反力也算做外力），得一方程式，由它可以确定一个未知值，就是所去联系的內力。例如圖 2 的桁架中，支座反力以及  $CD, DE, EF, CE$  各杆內力都是靜解的。

2. 我們已經看到，在已給外界影响下的靜解体系只有一个能夠滿足全部体系和它个别部份平衡条件的可能解答。相反的，超靜解体系却可以有無数个能够滿足平衡条件的解答，但是其中只有一个能够也满足問題的其他条件。例如圖 11,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\sigma$  和  $\tau$  表示双铰剛架受力  $P$  的作用，在假設橫力  $H$  以不同的数值时，所得到的各种不同的撓矩圖。其

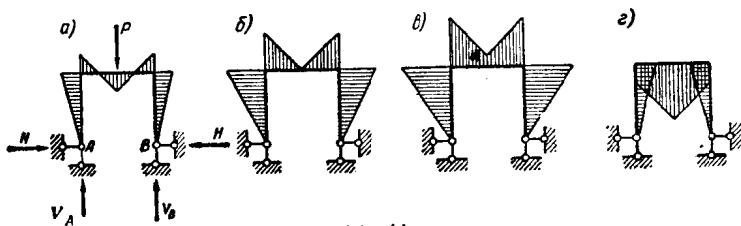


圖 11.

中沒有一个圖是与靜力学相矛盾的。但是这些圖經過分析会指出，每个圖各相当于剛架支座处截面  $A$  与  $B$  的一定的相互靠近或远离。假若这一位移是已給的（例如等于零），則無數可能的圖中即只有一个正确的。

3. 在靜解杆件体系中支座移动，温度影响和裝配不准确都不会引起内力。与此相反，在有多余联系体系中，任何以上的原因，一般說來，都会引起不同于零的內力。例如，圖 12,  $\delta$  及  $\sigma$  表示由于連續梁中間支座移动所引起的形变和撓矩圖。

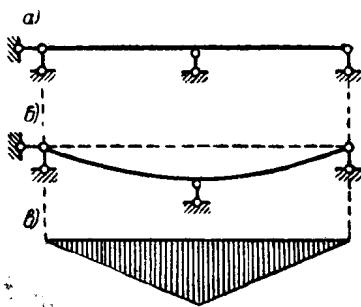


圖 12.

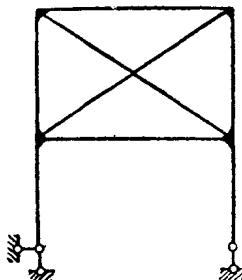


圖 13.