

线性系统·傅里叶变换·光学

J. D. 加斯基尔 著

封开印 译 李景镇 校

人民教育出版社

5/6.23.2

5

线性系统·傅里叶变换·光学

J. D. 加斯基尔 著

封开印 译 李景镇 校

人民教育出版社

本书是作者根据他在亚利桑那大学为攻读光学工程师的研究生开设的基础课程(应用数学课)发展而来。本书详细地讨论了线性系统和傅里叶变换等近代光学研究中的数学方法。可供我国高等院校光学类专业师生、研究生及有关科技工作者参考。

中译本责任编辑:曹建庭

Linear Systems,
Fourier Transforms,
and Optics
JACK D. Gaskill
Professor of Optical Sciences
Optical Sciences Center
University of Arizona
John Wiley & Sons, Inc. 1978

2006/10

线性系统·傅里叶变换·光学

J. D. 加斯基尔 著

封开印 译 李景镇 校

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 18 字数 420,000

1981年12月第1版 1983年1月第1次印刷

印数 00,001—6,700

书号 13012·0710 定价 2.30 元

前 言

自从一九六〇年激光器问世以来，将通信理论应用于光学系统的分析和综合已非常普及。通信理论的核心是法国数学家傅里叶所发展的那部分数学。傅里叶第一个系统地研究了现在以他的名字命名的这种级数和积分展开。线性系统的概念以及用数学算符表征这种系统，对通信理论也很重要。虽然已有若干书籍分别对这些课题作了很好的处理，但我感到，还不曾有一本书妥善地将所有这些课题完整而有条理地融合起来。比方说，讨论傅里叶分析的大部分好书很少包含有关光学的内容，而大多数专门讨论通信理论应用于光学的书，又都假定读者预先熟悉了傅里叶分析和线性系统。

为了改变上述情况，在写本书时，我对于诸如一般谐波分析、线性系统、卷积、以及傅里叶变换等重要课题（首先对一维信号，然后对二维信号）作了完满的讨论。从这些材料构成本书内容的百分之六十就显见对它们的重视。在奠定了这个强有力的数学基础之后，接着就以相当的深度研究衍射现象，其中包括菲涅耳衍射与夫琅和费衍射、透镜的衍射效应、高斯光束的传播等，并特别注意了理论成立所要求的条件。最后，将线性系统的概念和傅里叶分析同衍射理论结合起来，借助于相干和非相干成象的线性滤波运算来描写成象过程。有了傅里叶光学中的这方面基础之后，读者就能够进一步钻研诸如全息术以及光学数据处理这样一些课题，这方面已有了若干好书和大量技术论文。

本书是由在亚利桑那大学 (University of Arizona) 为半年课程所拟的一套讲学笔记发展而来的。从一个攻读光学的工程

师的观点来看,这基本上是一门应用数学课程,主要是为光学研究生一年级设置的。学习这门课程仅仅需要事先具备微积分运算的坚实基础;光学基础虽然是有益的,但并非必须。(为了有助于未学过光学的读者,收进了几何光学一节作为附录二。)因此,本书也将适用于其他非光学专业的课程(比如物理专业和电气工程专业等)。此外,如果内容进行削减、改变各课题的授课时间、以及/或者改变这个课程的实施标准,则本书也可用于大学生的课程。比如,作为大学生的课程,可删去本书中关于极坐标中二维函数的描写(3-4节)、极坐标中的卷积(9-2节)、以及汉克变换(9-5节)。衍射和成象的内容仍可比较详细地钻研,但只要求学生解那些能够在直角坐标中描述的问题。另外,全部删去有关衍射和成象的章节后,本书也可用作线性系统与傅里叶分析的一学期(四分之一学年)课程。

每章末有精心拟定的习题,以引导读者循序渐进地学习。其中,有些习题之各部分彼此完全独立,而其他习题之各部分则密切相关。靠精心选择练习(或练习的组合),教员可将某一特定课题强调到任何所希望的程度。比如,如果仅仅要求学生熟悉某一特定运算,则可选适当习题的某一部分作为练习;而如果要求学生对所选运算高度熟练,则可将相应习题的全部都留作练习。许多习题要求画出各种函数的图形,学生们往往抱怨这个工作不仅乏味,且其价值也可疑。然而,一个简单的草图可能是解题过程的重要因素,正如两句名言所说:如果你不能画出,那你就没有理解,而一个词只不过相当于一幅草图的很小部分。由于习题的数量远多于一门课程通常所要求的那样,所以每当开这门课程时,可选留一组不同的习题——至少可以这样做几次。关于习题,最后要说明的是,能够完成全部习题的读者,就可以认为已经很好地掌握了本课程的内容。

因为本书讨论应用数学,所以我认为,没有必要把诸如收敛性和存在条件这样的论题强调到纯数学家所作的那种程度。另外,对某些其他课题(比如 δ -函数,我的工程方式的处理很可能会使在坟墓中的一些数学家——如果在天有灵——产生些许不安。虽然如此,但在无碍于本书主旨的前提下,我仍然力图数学上的严格性。只要实际可能,我就把一个过程的物理本质与描写它的数学联系起来,并给出说明这些关系的例子。虽然本书是作为一本教科书而写的,但对那些已经精通傅里叶分析、衍射以及成象理论的读者,它也是一本有益的参考书。对这些读者,下述各项内容特别有用:详尽的傅里叶变换与汉克变换的性质及对偶表;透镜衍射效应的普遍公式;高斯光束传播的某些新奇特征(虽然已经完全认识但未被广泛了解的那些);以及相干和非相干成象的普遍公式。

我衷心感谢在本书形成过程中曾经作出贡献的许多人。这里不可能把这些人的名字全部列出来,但我愿意举出几个使我受惠甚深的人。大体按其作出贡献的先后次序,他们是:吉姆·奥姆拉(Jim Omura),他作为斯坦福(Stanford)大学的研究生助教,第一个激发了我对通信理论的兴趣;乔·古德曼(Joe Goodman),他使我晓得将通信理论应用于光学领域所获得的收益;R·沙克(Roland Shack),他耐心地教我有关光学领域的某些知识,从而我才能够把通信理论应用于光学;H·莫楼(Howard Morrow),他在课堂上的许多探索性问题,曾对我的教学起了推动作用,并促使我花费更多的时间准备我的讲义;M·考克斯和R·佩恩(Mary Cox and Roland Payne),他们阅读了最初的部分手稿,并对内容的组织和术语提了许多有益的建议;V·马哈珍和J·格雷芬坎姆(Vini Mahajan and John Greivenkamp),他们细心地阅读了部分原始文稿,并使最后的文稿避免了许多实质性的错误;J·罗和M·斯托

克顿 (Janet Rowe and Martha Stockton), 他们打印了手稿, 并每每使我避开不良文法; D·考恩 (Don Cowen), 他非常出色地准备了插图; 以及我的妻子玛乔丽 (Marjorie), 她不辞劳苦地细心校阅了最后的印稿。最后, 我愿意向所有其他作出贡献的人们表示谢意, 他们的名字虽未在上面列出, 但他们在本书告成中所作的努力是不可低估的。

杰克·D·加斯基尔

目 录

第一章 导言	1
1-1 本书的组织.....	2
1-2 本书的内容.....	3
参考文献.....	4
第二章 用数学函数表示物理量	5
2-1 函数的种类和性质.....	5
2-2 复数和相矢量.....	18
2-3 物理量的表示.....	29
参考文献.....	38
习题.....	39
第三章 特殊函数	41
3-1 一维函数.....	42
3-2 脉冲函数.....	51
3-3 脉冲函数的亲属.....	59
3-4 二维函数.....	69
3-5 形式为 $f[w_1(x, y), w_2(x, y)]$ 的二维函数.....	79
参考文献.....	97
习题.....	98
第四章 谐波分析	100
4-1 正交展开.....	100
4-2 傅里叶级数.....	108
4-3 傅里叶积分.....	112
4-4 某些简单函数的频谱.....	115
4-5 二维函数的频谱.....	130
参考文献.....	135
习题.....	135
第五章 数学算符与物理系统	137

5-1	用数学算符表示系统	137
5-2	某些重要类型的系统	139
5-3	脉冲响应	145
5-4	复指数函数: 线性平移不变系统的本征函数	146
	参考文献	150
	习题	150
第六章	卷积	152
6-1	卷积运算	152
6-2	存在条件	158
6-3	卷积的性质	160
6-4	卷积与线性平移不变系统	170
6-5	互相关和自相关	174
	参考文献	178
	习题	179
第七章	傅里叶变换	182
7-1	傅里叶变换引论	182
7-2	傅里叶变换的解释	189
7-3	傅里叶变换的性质	196
7-4	基本傅里叶变换对	204
7-5	傅里叶变换与线性平移不变系统	211
7-6	有关的课题	214
	参考文献	219
	习题	220
第八章	线性滤波器的特征和应用	226
8-1	线性系统作为滤波器	226
8-2	振幅滤波器	228
8-3	相位滤波器	238
8-4	级联系统	245
8-5	振幅滤波器和相位滤波器的组合	247
8-6	用线性滤波器作信号处理	252
8-7	信号的抽样与还原	270
	参考文献	289

习题.....	290
第九章 二维卷积与傅里叶变换.....	295
9-1 直角坐标中的卷积.....	295
9-2 极坐标中的卷积.....	302
9-3 直角坐标中的傅里叶变换.....	310
9-4 汉克变换.....	320
9-5 确定变换的数值方法.....	334
9-6 二维线性平移不变系统.....	335
参考文献.....	346
习题.....	347
第十章 光波场的传播和衍射.....	350
10-1 光波场的数学描述.....	350
10-2 衍射的标量理论.....	361
10-3 菲涅耳区域中的衍射.....	365
10-4 夫琅和费区域中的衍射.....	375
10-5 标量衍射理论的一个更普遍的公式.....	384
10-6 透镜的衍射效应.....	390
10-7 高斯光束的传播.....	419
参考文献.....	440
习题.....	441
第十一章 成象系统.....	447
11-1 用相干光成象.....	447
11-2 相干成象的线性滤波器解释.....	452
11-3 相干成象的特殊装置.....	468
11-4 滤波解释的实验证明.....	475
11-5 用非相干光成象.....	479
11-6 非相干成象的线性滤波器解释.....	486
11-7 非相干成象的特殊装置.....	500
11-8 相干成象与非相干成象: 相似性和差别.....	502
参考文献.....	511
习题.....	512

附录 1 特殊函数	516
表 A1-1 特殊函数	516
参考文献	517
表 A1-2 不同 r 、 a 值的 $\gamma_c y_1(r, a)$ 值	518
附录 2 初等几何光学	519
A2-1 简单透镜	519
A2-2 透镜的基点	521
A2-3 透镜的焦距	522
A2-4 基本成象系统	524
A2-5 象的特征	527
A2-6 光阑和光瞳	529
A2-7 主光线与边缘光线	531
A2-8 象差及其效应	532
参考文献	537
内容索引	538
人名索引	565

第一章 导 言

本书主要是作为一本教科书而写的，并且专门为了帮助读者掌握线性系统、傅里叶分析、衍射理论，以及成象的基本概念。既不应把它视为一篇关于通信理论与傅里叶光学的高深论著，也不要把它看作是这些领域中新近报导结果的一个汇编。对上述处理有兴趣的读者，已有一些优秀著作（比如，见参考文献 1-1 到 1-3）。不过应提醒一句，许多这类书都假定读者已经很好地理解了线性系统和傅里叶分析，否则，这些书将很少价值。一旦很好地懂得了所要求的必备知识，这些书就能够更容易地理解。

考虑到中等程度的学生，目前这本书采取了家庭教师的性质；那些发现书中的每个概念都很平凡，所有结果都显而易见的读者，无疑会感到这本书有些初等和乏味（不过，反正这本书不是为他们而写的）。所依循的原则基本上是：最好先学会走，然后再试图跑。为此，每一章或每一节都有意提供出以后章节所需要的基础知识。此外，每章末所给的习题，都是为了补充该章的讨论以及加强该章的重要结果的。

书中，不时地采用了理想化手法以简化内容的发展。每当由于这种理想化而出现了物理上站不住脚的情况时，就试图解释这种理想化的理由及其后果。如果全部问题都不用简化近似或简化假设而径直去硬攻，往往很难达到任何相当的结论。先观察怎样处理一个理想化问题，学生们往往就能够比较容易地得到非理想化问题的解。实际上，有时可以把非理想条件的作用简单地看作对理想解的一个扰动。

1-1 本书的组织

组织一本书的任务可能相当困难, 并且常常似乎是没有安排材料的最佳方式. 比如, 考虑傅里叶变换的卷积定理. 这个定理极大地简化了某些卷积积分的计算, 但要理解这个定理, 读者不仅必须知道什么是傅里叶变换, 而且还必须知道什么是卷积积分. 但如果不用卷积定理, 卷积积分的计算往往很困难, 所以看来, 在没有理解卷积定理之前, 对卷积积分的任何详细探讨都将徒劳无益. 而另一方面, 在没有理解卷积积分之前, 就不能够理解卷积定理, 如此等等. 结果就搞不清楚, 学习傅里叶分析究竟应该在学习卷积之前还是以后. 解脱这种困境的方法之一是, 把两个论题都略而不谈, 但在此, 采用这种战术又将无济于本书的目的.

确定材料的最终安排是基于若干因素的, 包括, 作者的课堂经验(作为学生和作为导师两方面的经验)、熟悉这些内容的学生们的建议、加上一些教育学上的推测. 解决上面提到的难题所选用的方法是: 在第四章中扼要地介绍傅里叶变换, 接着, 在第六章详细地讨论卷积运算, 最后在第七章, 集中地研究傅里叶变换, 其中包括卷积定理. 从而, 通过在所述两个主要论题之间的交互讲述而达到预期的效果.

对于表述傅里叶级数与傅里叶积分的先后次序问题, 也发生类似的情况. 因为前者只是后者的一个特殊情况, 故似乎应当首先讨论较普遍的傅里叶积分. 然而, 对于初学者, 当基本函数组是分立的具有调和相关的正、余弦函数组时的分解过程, 似乎比基本函数组是连续的有非调和相关的正、余弦函数组时的分解过程更容易想象, 因此又觉得应当从傅里叶级数开始. 在确定其他材料的最合适安排时, 也作了这类推敲.

1-2 本书的内容

在第二章中, 我们对于数学函数的各种类型和各种性质作一个初等复习, 并描述怎样用这些函数去表示物理量. 预料对大部分读者, 第二章只要粗读即可, 但对于数学基础薄弱的读者, 则希望稍微多花一些时间. 第三章中, 我们介绍一些对以后各章极为有用的特殊函数. 尤其我们将发现, 矩形函数、 sinc 函数、 δ -函数, 以及梳状函数, 是非常有用的. 此外, 还描述了若干两个变数的特殊函数. 作为建议, 在未接触到第九章的二维运算以前, 可以略去(或只稍微提一下)关于坐标变换一节(3-5节).

其次在第四章, 探讨谐波分析基础, 并学习怎样用更基本的函数的线性组合来表示各种任意函数. 然后在第五章, 研究用数学算符描述物理系统, 并介绍线性与平移不变性的概念. 随后, 讨论脉冲响应函数、传递函数、以及线性平移不变系统的本征函数. 第六章用于研究卷积、互相关、以及自相关等运算, 并以相当的深度讨论这些运算的性质. 此外, 对线性平移不变系统, 将推导出下述基本结果: 系统的输出由其输入与脉冲响应的卷积给定.

第七章, 研究傅里叶变换的性质, 并学习它在分析线性平移不变系统中的重要性. 关于此, 我们发现, 这样一个系统的输出频谱系由其输入频谱与系统传递函数之积给出, 这是傅里叶变换卷积定理的一个重要结果. 然后在第八章, 描述各种形式线性滤波器的特性, 并讨论它们在信号处理与还原中的应用. 还讨论了所谓匹配滤波器的问题, 并研究了抽样定理的各种解释.

第九章的内容是用以把学生们以前对于一维信号和一维系统的知识推广到二维. 特别引导学生对二维卷积和二维傅里叶变换的研究, 并讨论汉克变换及其性质. 此外, 还介绍了线响应函数和边缘响应函数. 第十章, 讨论光波场在菲涅耳区和夫琅和费区中

的传播和衍射,并研究透镜对衍射过程的作用。本章最后一节,对高斯光束的新奇性质给予了特别的注意。

最后,在第十一章中,将线性系统与傅里叶分析的概念同衍射理论结合起来,借助于线性滤波运算描写成象过程。既讨论了相干成象,也讨论了非相干成象,并详细地研究了相应的脉冲响应函数与传递函数。

若干特殊函数列表在附录一中,并且,对于那些很少或者没有学过光学的读者,附录二给出几何成象和象差的基础知识。

参 考 文 献

- 1-1 J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- 1-2 R. J. Collier, C. B. Burckhardt, and L. H. Lin, *Optical Holography*, Academic Press, New York, 1971.
- 1-3 W. T. Cathey, *Optical Information Processing and Holography*, Wiley, New York, 1974.

第二章 用数学函数表示物理量

为了简化各种工程与科学问题的分析,几乎总是需要用这种或那种数学函数来表示所遇到的物理量。函数有多种,对于一个具体情况,适当函数的选择在很大程度上依赖于所述问题的性质以及所表示量的特征。本章,我们讨论函数的一些重要性质和类型,以及怎样用这些函数表示物理量。此外,再复习一下复数和相矢量。所涉及的某些问题,对于本书看来或许太简单了,但我们强调指出,读者应当在很好地理解了这些内容之后,再去对付以后各章中较困难的内容。还有,我们感到,将所有这些内容收拢在一处供参考,对大家将是有益的。

2-1 函数的种类和性质

将函数分类的方法很多,而为简洁起见,我们将只注意在以后各章中我们所关心的那些类,即对我们研究线性系统和光学重要的那些类。

概述

在讨论物理现象的数学表示时,或许要作的最基本区别是把决定性的现象与无规(或随机)现象区分开来。决定性现象的行为是完全能够预言的,而随机现象的性态则具有某种程度的不确定性。为了把这种区别弄得稍微明确一些,我们来考虑与一个特定现象相联系的随时间变化的量的观测。假定所述量已被观察了很长时间并详细记录了它过去的行为。如果由已知其过去的行为而能精确地预言其未来的行为,我们就说这个量是决定性的。反之,如果不能精确地预言其未来的行为,则说它是无规的。

实际上，并不象我们刚才所作的那样能够在这两类现象之间划一个严格的界线。并没有真正决定性的现象，也没有完全无规的现象，只是程度大小而已。也是观察者对所述现象了解得多少的问题。对于支配一个特定现象行为的因素知道得越多，我们就越可能认为它是决定性的。反之，对这些因素知道得越少，就越可能把它说成是无规的。由此可见，用“决定性的”和“无规的”这种语汇来区分物理现象并不十分恰当。尽管如此，由于这种用法在工程和科学工作者中已很普遍，因此在我们的讨论中仍将采用这些术语。

常常用数学函数来表示与所研究现象相联系的各种物理量。当处理决定性现象时，往往能够用明显的数学公式表示这些函数。比如，单摆的运动是高度决定性的，并且能够按照一个明显的公式描写为一个时间的函数。反之，海洋上的波浪运动，其性质是十分无规的，所以不能如此描写。

关于决定性量与无规量之间的区别，还有一点要考虑，为了具体说明，我们考虑一个典型的电话传送。在呼唤者实际送话之前，接收者并不准确地知道消息将是什么（如果知道，就没有理由呼唤）。因此，就收听者而言，在电话传送之前，消息具有某种程度的不确定性，从而要求他作为无规消息处理。然而一旦收到了消息，就不再有任何不确定性，因此，收听者现在认为它是决定性的。所以，决定性和无规性之间的区别还必须考虑到作出这种区别的时期。

因为无规现象的处理超出了本书的范围，所以我们只讨论可视为决定性的现象。

许多物理量能够用标量函数表示，而另外一些则必须用向量函数表示。比如，封闭气体的压强 P 是依赖于另一标量——气体温度 T ——的标量，所以， P 可用一个标变量 T 的标量函数来描