

国家“九五”重点图书

高科技与工程计算丛书

# 反应堆物理 数值计算方法

胡永明 编著



国防科技大学出版社

- ★ 国家“九五”重点图书
- ★ 高科技与工程计算丛书

# 反应堆物理数值计算方法

胡永明 编著

国防科技大学出版社  
· 湖南长沙 ·

## 图书在版编目(CIP)数据

反应堆物理数值计算方法/胡永明编著. —长沙: 国防科技大学出版社, 2000. 3

(高科技与工程计算丛书)

ISBN 7-81024-604-6

I. 反… II. 胡… III. 反应堆物理学—数值计算—计算方法 IV. TL329

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 57546 号

国防科技大学出版社出版发行  
电话:(0731)4555681 邮政编码:410073  
E-mail:gfkdcbs@public.cs.hn.cn  
责任编辑:何晋 责任校对:黄八一  
新华书店总店北京发行所经销  
国防科技大学印刷厂印装

\*

开本:850×1168 1/32 印张:7.5 字数:188千  
2000年3月第1版第1次印刷 印数:1—1000册

\*

定价:20.00元

# 前 言

反应堆物理设计是反应堆工程设计的核心。反应堆物理设计和堆芯燃料管理中最经常的计算是根据工程设计任务计算堆芯中子通量和功率分布,在此基础上从寿期初到寿期末来进行燃耗计算。以上内容主要涉及静态反应堆物理计算。反应堆安全分析与空间相关的反应堆动力学问题,空间处理上实际上也是以静态反应堆物理计算为基础。本书主要讨论静态反应堆物理数值计算方法。

随着电子计算机和计算方法的飞速发展,反应堆物理数值计算方法已逐步发展为反应堆物理设计的主要手段。20多年以来发展了许多有效的数值计算方法,在计算精度和速度上都达到了较为满意的水平,因而在反应堆工程核设计中得到了广泛的应用。然而这些数值方法多数见于杂志、特刊和会议纪录上,系统和深入讨论这些反应堆物理数值计算方法的书籍则比较少。本书主要介绍反应堆物理数值计算的基本处理方法和近年来发展的一些实用的数值计算方法,同时也包括了作者本人多年来在反应堆物理数值计算方面的工作成果和经验。本书注重实用性,对涉及的一些基本方法都给出了推导。本书是在本人多年讲授研究生专业课教材的基础上完成的。本书可作为研究生专业课教材,同时可供反应堆物理设计人员参考。

阅读本书的读者应具备初等反应堆物理、数学物理方程等方面的知识。

本书的内容安排如下:

第一章系统介绍了中子输运方程和有关的基本概念,是全书的理论基础。

第二章和第三章介绍求解中子输运方程的离散纵标法和离散节块法。离散纵标法是求解输运方程的最主要方法之一,因此具有极为广泛的应用。

第四章介绍积分输运方程与碰撞几率法,重点介绍穿透几率法,此方法在组件计算中有广泛的应用。

第五章介绍在反应堆空间计算中广泛应用的扩散方程现代粗网节块法。

由于许多数值方法都在不断发展,同时限于编者水平,谬误和不妥之处在所难免,望学者、专家和读者批评指正。

胡永明

1999年10月于清华园

# 目 录

|                         |    |
|-------------------------|----|
| 第一章 中子输运方程              | 1  |
| 1.1 基本概念与基本物理量          | 1  |
| 1.1.1 中子密度、中子通量和中子流     | 1  |
| 1.1.2 中子截面和反应率          | 2  |
| 1.1.3 多群截面库             | 4  |
| 1.2 中子输运方程              | 5  |
| 1.2.1 中子输运方程的建立、线性方程    | 5  |
| 1.2.2 曲线坐标下的输运算符        | 9  |
| 1.2.3 散射源的球谐函数展开        | 21 |
| 1.2.4 分群输运方程            | 27 |
| 1.2.5 散射源的处理与输运近似       | 28 |
| 1.2.6 $P_n$ 方程与扩散方程     | 36 |
| 1.2.7 积分输运方程与输运近似       | 48 |
| 1.2.8 体源格林函数与边界源格林函数    | 53 |
| 1.2.9 能量、角度、空间, 计算流程图   | 54 |
| 参考文献                    | 59 |
| 第二章 输运方程的离散纵标( $S_N$ )法 | 60 |
| 2.1 输运算符的守恒形式           | 61 |
| 2.1.1 输运算符的守恒形式         | 61 |
| 2.1.2 实例                | 64 |
| 2.2 一维离散纵标法             | 66 |
| 2.2.1 一维平板离散 $S_N$ 方法   | 67 |
| 2.2.2 一维球几何离散 $S_N$ 方法  | 85 |
| 2.3 二维离散纵标法             | 97 |
| 2.3.1 方向球面离散化           | 97 |

|            |                           |            |
|------------|---------------------------|------------|
| 2.3.2      | 二维离散纵标差分方程 .....          | 104        |
| 2.3.3      | 差分方程解法 .....              | 107        |
| 2.3.4      | 射线效应 .....                | 112        |
| 2.3.5      | 迭代加速收敛方法 .....            | 117        |
|            | 参考文献 .....                | 127        |
| <b>第三章</b> | <b>输运方程的离散节块法 .....</b>   | <b>129</b> |
| 3.1        | 一维离散节块法 .....             | 129        |
| 3.1.1      | 基本方程 .....                | 129        |
| 3.1.2      | 角度离散化 .....               | 131        |
| 3.1.3      | 节块积分方程 .....              | 132        |
| 3.1.4      | 空间展开近似 .....              | 133        |
| 3.2        | 二维离散节块法 .....             | 134        |
| 3.2.1      | 基本方程 .....                | 134        |
| 3.2.2      | 节块积分方程 .....              | 137        |
| 3.2.3      | 空间展开近似 .....              | 139        |
| 3.2.4      | 泄漏项的处理 .....              | 141        |
| 3.2.5      | 源项的处理 .....               | 141        |
| 3.2.6      | 平均通量的计算 .....             | 142        |
| 3.2.7      | 角度边界方向处理 .....            | 143        |
| 3.2.8      | 中子平衡方程 .....              | 143        |
| 3.2.9      | 计算过程 .....                | 145        |
|            | 附录 1 平板输运方程的格林函数 .....    | 146        |
|            | 附录 2 基本方程组系数矩阵元表达式 .....  | 148        |
|            | 参考文献 .....                | 150        |
| <b>第四章</b> | <b>积分输运方程与碰撞几率法 .....</b> | <b>152</b> |
| 4.1        | 离散积分输运方程与碰撞几率法 .....      | 152        |
| 4.2        | 第二类碰撞几率——穿透几率法 .....      | 154        |
| 4.2.1      | 基本理论 .....                | 155        |

|            |                                 |            |
|------------|---------------------------------|------------|
| 4.2.2      | 近似处理 .....                      | 158        |
| 4.2.3      | 界面通量、界面流方程.....                 | 160        |
| 4.2.4      | 求解方法 .....                      | 163        |
| 4.3        | $P_1$ 界面流穿透几率法 .....            | 165        |
| 4.3.1      | 基本方程 .....                      | 165        |
| 4.3.2      | 近似处理 .....                      | 168        |
| 4.3.3      | 方程的求解 .....                     | 170        |
|            | 参考文献.....                       | 171        |
| <b>第五章</b> | <b>现代粗网格方法.....</b>             | <b>172</b> |
| 5.1        | 粗网格展开法 .....                    | 172        |
| 5.1.1      | 二次多项式粗网格展开 .....                | 173        |
| 5.1.2      | 高阶多项式粗网格展开 .....                | 175        |
| 5.2        | 节块展开法 .....                     | 179        |
| 5.2.1      | 节块法的基本方程 .....                  | 179        |
| 5.2.2      | 低阶节块展开法 .....                   | 181        |
| 5.2.3      | 高阶近似 .....                      | 184        |
| 5.3        | 格林函数节块法 .....                   | 187        |
| 5.3.1      | 格林函数节块法 .....                   | 187        |
| 5.3.2      | 格林函数节块法的改进 .....                | 195        |
| 5.3.3      | 格林函数表达式 .....                   | 199        |
| 5.3.4      | 节块内功率和通量的重构 .....               | 201        |
| 5.4        | 圆柱几何格林函数节块法 .....               | 208        |
| 5.4.1      | 平面几何格林函数节块法推广到三维<br>圆柱几何 .....  | 209        |
| 5.4.2      | 以贝塞尔函数为基础的圆柱几何格林<br>函数节块法 ..... | 218        |
| 5.5        | 粗网格方法的比较 .....                  | 224        |
|            | 参考文献.....                       | 228        |



# 第一章 中子输运方程

反应堆物理数值计算的主要任务就是数值求解核反应堆内的中子输运方程,给出堆内的中子密度和功率分布。为此,本章给出中子输运方程的推导和普遍几何下的形式。并讨论近似求解中子输运方程的基本方法。本章是以后各章讨论各种数值计算方法的基础。

## 1.1 基本概念与基本物理量<sup>[1]</sup>

### 1.1.1 中子密度、中子通量和中子流

#### 1.1.1a 中子角密度与中子密度

中子角密度  $N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t)$  —— 在  $t$  时刻,空间点  $\bar{r}$  附近单位体积内,立体角  $\bar{\Omega}$  附近单位立体角内,能量在  $E$  附近单位能量间隔内的平均中子数目。

中子密度  $n(\bar{r}, E, t)$  —— 在  $t$  时刻,空间点  $\bar{r}$  附近单位体积内,能量在  $E$  附近单位能量间隔内的平均中子数目,

$$n(\bar{r}, E, t) = \int_{4\pi} N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) d\bar{\Omega} \quad (1.1)$$

#### 1.1.1b 中子角通量与中子通量

中子角通量为

$$\Phi(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) = vN(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) \quad (1.2)$$

其中  $v$  是中子速率。

中子通量为

$$\Phi(\vec{r}, E, t) = v n(\vec{r}, E, t) \quad (1.3)$$

1.1.1c 中子角流、中子流与分中子流

中子角流为如下矢量

$$\begin{aligned} \vec{J}(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) &= \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \\ &= \vec{\Omega} v N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \end{aligned} \quad (1.4)$$

中子流为如下矢量

$$\begin{aligned} \vec{J}(\vec{r}, E, t) &= \int \vec{J}(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) d\Omega \\ &= \int \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) d\Omega \end{aligned} \quad (1.5)$$

穿过法线为  $\vec{n}$  的平面的净中子流为

$$J_n(\vec{r}, E, t) = \vec{J}(\vec{r}, E, t) \cdot \vec{n} \quad (1.6)$$

沿法线  $\vec{n}$  正向与反向的分(偏)中子流为

$$J_{n\pm}(\vec{r}, E, t) = \int_{n \cdot \vec{n} \gtrless 0} \vec{J}(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \cdot \vec{n} d\Omega \quad (1.7)$$

净中子流与分中子流间满足如下关系:

$$J_n(\vec{r}, E, t) = J_{n+}(\vec{r}, E, t) - J_{n-}(\vec{r}, E, t) \quad (1.8)$$

## 1.1.2 中子截面和反应率

### 1.1.2a 微观截面

强度为  $I$  的单能中子束均匀垂直入射到薄靶上, 设  $\Delta N$  为单位面积上的原子核数, 则单位面积上产生的反应率为:

$$R = \sigma I \Delta N \quad (1.9)$$

$$\left[ \frac{\text{反应数}}{\text{厘米}^2 \cdot \text{秒}} \right] \quad \left[ \text{厘米}^2 \right] \left[ \frac{\text{中子数}}{\text{厘米}^2 \cdot \text{秒}} \right] \left[ \frac{\text{原子核数}}{\text{厘米}^2} \right]$$

$$\frac{\Delta R}{I} = \sigma \Delta N \quad (1.10)$$

即

$$\frac{\text{反应数}}{\text{入射中子数}} = \frac{\Delta N \text{ 个核的(反应) 横截面积}}{\text{厘米}^2}$$

若  $\sigma \Delta N = 1$ , 则意味着薄靶全部面积被核的横截面所充满。 $\sigma$  相当于每个靶核对于入射中子束的投影横截面积, 因此  $\sigma$  称为微观截面。

### 1. 1. 2b 宏观截面

中子束入射到一厚靶上, 考虑在  $dx$  厚度内发生的碰撞数, 有

$$dR = I\sigma dx = I\sigma_0 N dx \quad (1.11)$$

它应等于中子强度的减弱, 即有

$$-dI(x) = -[I(x+dx) - I(x)] = I\sigma_0 N dx$$

$$\frac{dI(x)}{dx} = -N\sigma_0 I \quad (1.12)$$

$$\Sigma_0 \equiv N \cdot \sigma = -\frac{dI}{I} \quad (1.13)$$

[1/厘米]  $\times$  [原子核数/厘米<sup>3</sup>]  $\times$  [厘米<sup>2</sup>]

$\Sigma_0$  是中子在单位穿行长度上与样品发生碰撞的几率, 量纲为 [1/厘米], 称为宏观截面。

### 1. 1. 2c 反应率

依照角通的量定义,  $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) d^3v d\Omega dE dt$  可理解为  $t$  时刻出现在体元  $dv$ , 方向在立体角元  $d\Omega$ , 能量在  $E$  到  $E + dE$  的中子, 在时间  $dt$  内穿行总距离。 $\Sigma_\chi$  是中子在单位穿行长度上与样品发生  $\chi$  反应的几率, 由此得知相空间元  $dv d\Omega dE dt$  内中子发生  $\chi$  反应的数目为

$$\Sigma_\chi(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) dv d\Omega dE dt, \quad (1.14)$$

在  $(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$  每秒每立方厘米每立体角每单位能量(eV)内发生的反应数为

$$\Sigma_\chi(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad (1.15)$$

这就是反应率。

类似地,依照通量定义,  $\Phi(\vec{r}, E, t) dv dE dt$  是  $t$  时刻出现在体元  $dv$  能量在  $E$  至  $E + dE$  的中子在时间  $dt$  内穿行的总距离。因此每立方厘米每单位能量(eV)内发生的反应率为

$$\Sigma_x(\vec{r}, E)\Phi(\vec{r}, E, t) \quad (1.16)$$

宏观截面  $\Sigma_x$  与(角)通量乘积直接给出(角)反应率。这就是在反应堆物理中常常用中子(角)通量代替中子(角)密度的原因。

### 1.1.3 多群截面库

一个便于反应堆设计计算用的核数据集合叫做多群截面库。通常能量在 0 至 10MeV,被离散化为多群,并给出多群平均截面。群截面加工程序以 ENDF/B 作为输入文件产生多群截面库,如 CASMO70 群库、WIMS69 群库等,这些截面库可广泛地用于燃料组件燃耗程序产生少群平均截面。

$x$  类反应  $g$  群群平均截面为

$$\sigma_{xg} = \frac{\int_{\Delta E_g} \sigma_x(E)\Phi(E)dE}{\int_{\Delta E_g} \Phi(E)dE} \quad (1.17)$$

其中  $\Phi(E)$  在 高能区近似取为裂变谱,中能区近似取  $\frac{1}{E}$  (Fermi) 谱,在热能区近似取 Maxwellian 谱,并假设热吸收截面服从  $\frac{1}{V}$  变化规律(共振除外)。在超热区当离开共振区时吸收截面很小。

合理地选择多群结构,多群截面库可用于各种不同的堆型,如 CASMO 可用于压水堆和沸水堆, WIMS 可用于轻水堆、重水堆、气冷快堆等。在特定堆型设计中不需要这样的多样性,且设计计算的效率与能群数目有关,为此需要通过压缩能群数目构造群截面库。并群所需的权重通量可通过一系列典型栅元上的多群计算而得出。这个系列中包括引起多群能谱较大变化的条件,如运行温度下与冷态下需单独计算,运行温度下无氙与有氙也需分别计算。并

群截面的公式为

$$\sigma_{XG} = \frac{\sum_{g \in G} \sigma_{Xg} \Phi_g}{\sum_{g \in G} \Phi_g} \quad (1.18)$$

## 1.2 中子输运方程

### 1.2.1 中子输运方程的建立、线性方程

#### 1.2.1a 中子输运方程的建立

中子输运方程是反应堆物理的基本方程,它描述给定截面的一个系统内中子分布是如何建立的。在推导中只需考虑中子与介质材料的作用,中子与中子的相互作用完全可以忽略,因为即使在高通量堆内中子密度也比堆内核子的密度低 11 个量级以上。

我们来考虑  $P$  点附近一群中子  $N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) d\vec{v} d\Omega dE$  沿  $\vec{\Omega}$  方向飞行  $\Delta t$  时间的中子平衡。为此在  $P$  点附近取一柱体,其轴线平行于  $\vec{\Omega}$  如图 1.1 所示。

首先,考虑这群中子本身在  $\Delta t$  时间内的变化项。在  $\Delta t$  内未经碰撞在  $t + \Delta t$  时到达  $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{\Omega}v\Delta t$  的中子数目是

$$N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) (1 - \Sigma v \Delta t) d\vec{v} d\Omega dE \quad (1.19)$$

其次,考虑源中子的贡献项。计算由于在  $\vec{r}$  到  $\vec{r}'$  内中子源产生的中子在  $t + \Delta t$  时到达  $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{\Omega}v\Delta t$  的中子数目,设  $Q_s(\vec{r}, E, t)$  为包括由于碰撞产生的散射源在内的中子源,注意到  $P''$  点:  $\vec{r}'' = \vec{r} + \vec{\Omega}\Delta t'$  处中子源只有在  $t + \Delta t' = t + \frac{\Delta t'}{v}$  时刻产生的中子才能在  $t + \Delta t$  时到达  $P'$  点:  $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{\Omega}\Delta t$ , 另外中子在  $P''$  至  $P'$  点间也会发生碰撞,未经碰撞到达  $P'$  点的概率为  $[1 - \Sigma v(\Delta t - \Delta t')]$ , 由此得中子源贡献项为

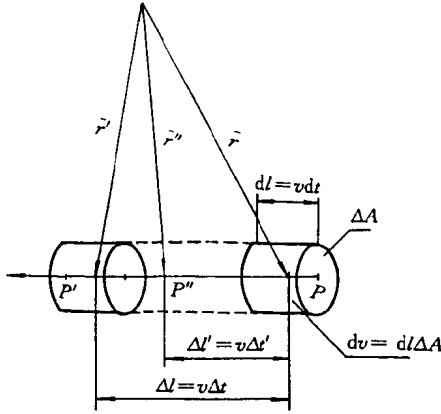


图 1.1 中子运动示意图

$$\int_0^{\Delta t} d\Delta t' Q_i(\bar{r} + \bar{\Omega}v\Delta t', \bar{\Omega}, E, t + \Delta t') [1 - \Sigma v(\Delta t - \Delta t')] \\ = Q_i(\bar{r} + \bar{\Omega}v\Delta t^*, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t^*) [1 - \Sigma v(\Delta t - \Delta t^*)] \Delta t \quad (1.20)$$

其中  $\Delta t^*$  为积分中值点,  $0 \leq \Delta t^* \leq \Delta t$ 。

最后, 考虑在  $t + \Delta t$  时刻在  $\bar{r}' = \bar{r} + \bar{\Omega}v\Delta t$  处的中子角密度

$$N(\bar{r} + \bar{\Omega}v\Delta t, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t),$$

根据中子守恒, 应等于前面两项之和, 即

$$N(\bar{r} + \bar{\Omega}v\Delta t, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t) = -N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) (1 - \Sigma v\Delta t) \\ + Q_i(\bar{r} + \bar{\Omega}v\Delta t^*, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t^*) [1 - \Sigma v(\Delta t - \Delta t^*)] \Delta t \quad (1.21)$$

两边除以  $\Delta t$ , 并令  $\Delta t \rightarrow 0$ , 取极限

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [N(\bar{r} + \bar{\Omega}v\Delta t, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t) - N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t)]$$

$$\begin{aligned}
 & + \Sigma \nu N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) \\
 & = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} Q_i(\bar{r} + \bar{\Omega} \nu \Delta t, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t) [1 - \Sigma \nu (\Delta t - \Delta t^*)]
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

第一项是一个随中子群运动的观察者所看到的对时间的导数,是中子角密度的时间全导数,用  $\frac{dN}{dt}$  表示。结果得

$$\frac{dN}{dt} + \Sigma \nu N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) = Q_i(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) \tag{1.23}$$

在(1.22)第一项方括号中加上和减去  $N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t)$  项就可得到两个易于计算的表达式,即

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t) - N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t)] = \frac{\partial N}{\partial t} \tag{1.24}$$

及

$$\begin{aligned}
 & \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [N(\bar{r} + \bar{\Omega} \nu \Delta t, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t) - N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t + \Delta t)] \\
 & = \nu \bar{\Omega} \cdot \nabla N(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t)
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

在直角坐标系下,  $\bar{r}$  有分量  $x, y, z$ ,  $\bar{\Omega}$  有分量  $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ 。(1.25)式左边可写成

$$\begin{aligned}
 & \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [N(x + \Omega_x \nu \Delta t, y + \Omega_y \nu \Delta t, z + \Omega_z \nu \Delta t) - N(x, y, z)] \\
 & = \nu \Omega_x \frac{\partial N}{\partial x} + \nu \Omega_y \frac{\partial N}{\partial y} + \nu \Omega_z \frac{\partial N}{\partial z}
 \end{aligned}$$

将(1.24), (1.25)代入(1.22)可得

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nu \bar{\Omega} \cdot \nabla N + \Sigma \nu N = Q_i \tag{1.26}$$

其中

$$\begin{aligned}
 Q_i & = Q_s + Q \\
 & = \iint \Sigma(\bar{r}, \bar{\Omega}', E' \rightarrow \bar{\Omega}, E) \nu' N(\bar{r}, \bar{\Omega}', E', t) dE' d\Omega' \\
 & \quad + Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t)
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

与(1.23)对比得

$$\frac{\partial N}{\partial t} + v\bar{\Omega} \cdot \nabla N = \frac{dN}{dt} \quad (1.28)$$

(1.28)式中头一项  $\frac{\partial N}{\partial t}$  是在固定的位置  $\bar{r}$  处中子角密度随时间的变化率,它与  $\frac{dN}{dt}$  不同,  $\frac{dN}{dt}$  是以速度  $\bar{v} = \bar{\Omega}v$  移动着的一个流团中子在流团内随时间的变化率。二者之差,即(1.28)式中第二项  $v\bar{\Omega} \cdot \nabla N$ , 表示在位置  $\bar{r}$  处由于中子流动,引起的中子角密度的变化率。

将(1.27)式代入(1.26),得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial N}{\partial t} + v\bar{\Omega} \cdot \nabla N + \Sigma v N \\ &= \iint \Sigma(\bar{r}, \bar{\Omega}', E' \rightarrow \bar{\Omega}, E) v N(\bar{r}, \bar{\Omega}', E', t) dE' d\bar{\Omega}' \\ & \quad + Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) \end{aligned} \quad (1.29)$$

用角通量代替角密度,(1.29)则变为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \bar{\Omega} \cdot \nabla \Phi + \Sigma \Phi \\ &= \iint \Sigma(\bar{r}, \bar{\Omega}', E' \rightarrow \bar{\Omega}, E) \Phi(\bar{r}, \bar{\Omega}', E', t) dE' d\bar{\Omega}' \\ & \quad + Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) \end{aligned} \quad (1.30)$$

方程(1.29)是输运方程的基本形式,方程(1.30)则是堆物理计算中经常使用的形式。

### 1.2.1b 线性方程与格林函数<sup>[2]</sup>

注意到当  $Q = 0$  时的齐次方程是线性的,即如果  $\Phi_1$  和  $\Phi_2$  是解,则  $\Phi_1 + \Phi_2$  也是解。对于  $Q \neq 0$  的非齐次问题,如果  $\Phi_1$  相应于源  $Q_1$ ,  $\Phi_2$  相应于源  $Q_2$ , 那么在一定边界条件下,相应于源  $Q_1 + Q_2$  的解是通量  $\Phi_1 + \Phi_2$ 。一般地说,如果一个源  $Q$  可以分解为数个较简单的源  $Q_i$ , 即  $Q = \sum_i Q_i$ , 那么相应于源  $Q$  的角通量  $\Phi$  可表示为

$$\Phi = \sum_i \Phi_i$$



其中  $\Phi_i$  为相应于源  $Q_i$  的解, 以上问题要求满足齐次边界条件, 自由表面边界条件(入射角通量为 0)就是齐次的。如果边界条件对应于一个入射通量, 则可以把入射通量当作一个具有自由表面边界条件的面源问题。假定表面点  $\bar{r}$  处的入射通量是  $\Phi_{in}(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t)$ , 则与入射通量相应的面源为

$$Q_i(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) = -\bar{n} \cdot \bar{\Omega} \Phi_{in}(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) \quad (1.31)$$

可以从简单的点(或其他)源的解的迭加(或积分)求得一个任意复杂的源的输运方程的解。我们把简单源的解称作问题的格林函数, 对不同的几何可求出相应的格林函数。

例如, 与时间无关问题的格林函数  $G(\bar{r}_0, \bar{\Omega}_0, E_0, \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  是相应于  $\bar{r}_0, \bar{\Omega}_0, E_0$  处单位点源引起的  $\bar{r}, \bar{\Omega}, E$  处的中子角通量, 对于自由表面边界条件, 有

$$\bar{\Omega} \cdot \nabla \int_{\Sigma} \int_{E} \int_{\bar{\Omega}} \delta(\bar{r} - \bar{r}_0) \delta(\bar{\Omega} - \bar{\Omega}_0) \delta(E - E_0) G' d\bar{\Omega}' dE' \quad (1.32)$$

其中

$$G = G(\bar{r}_0, \bar{\Omega}_0, E \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}, E)$$

$$G' = G(\bar{r}_0, \bar{\Omega}_0, E \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}', E')$$

如果  $\Phi(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  是任意源  $Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  的输运方程的解, 由于方程的线性, 有

$$\begin{aligned} & \Phi(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \\ &= \iiint Q(\bar{r}_0, \bar{\Omega}_0, E_0) G(\bar{r}_0, \bar{\Omega}_0, E_0, \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}, E) dv_0 d\Omega_0 dE_0 \end{aligned} \quad (1.33)$$

## 1.2.2 曲线坐标下的输运算符<sup>[2-4]</sup>

### 1.2.2a 特殊几何的中子输运算符 $\bar{\Omega} \cdot \nabla$ 的形式

二维  $XY$  长方几何,  $R\theta$  圆柱几何,  $RZ$  圆柱几何和三维  $R\theta\psi$