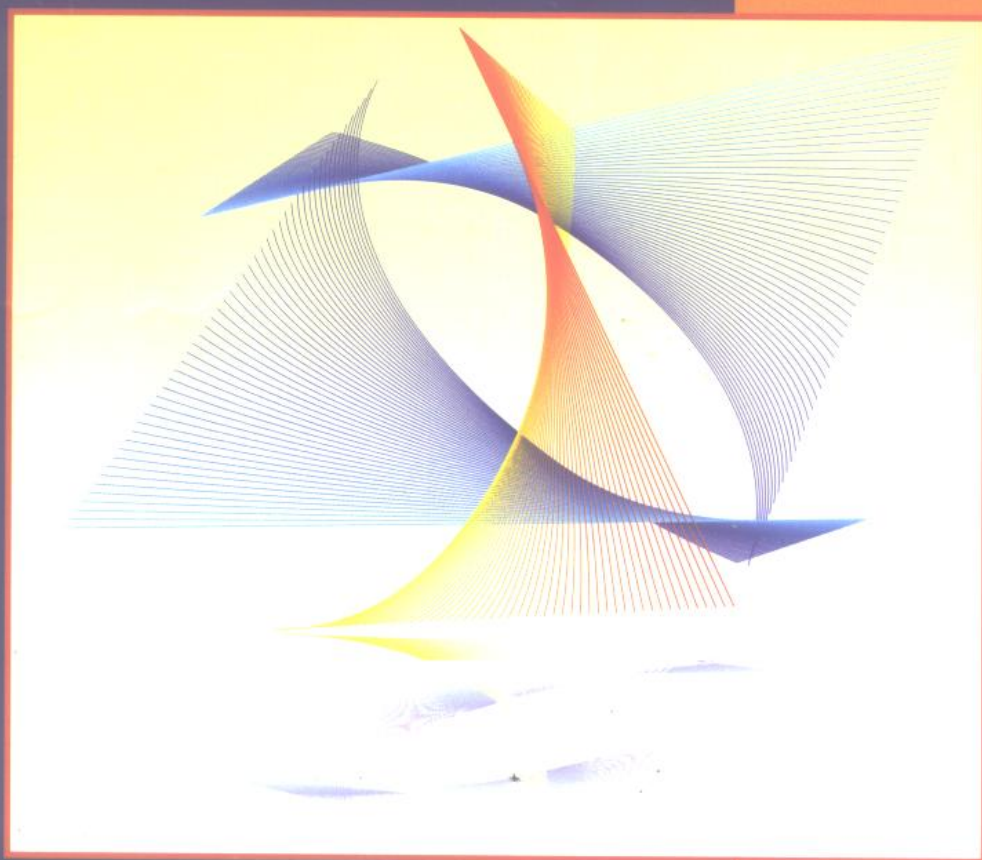


# 基于MATLAB的 系统分析与设计

## ——图像处理

王晓丹 编 著  
吴崇明



西安电子科技大学出版社

<http://www.xduph.com>

# 基于 MATLAB 的系统分析与设计

## ——图像处理

王晓丹 吴崇明 编著

西安电子科技大学出版社

2000

## 内 容 简 介

本书为《基于 MATLAB 的系统分析与设计》丛书之一。

MATLAB 是一种简单、高效、功能强大的高级语言,在科学与工程计算领域有着广泛的应用前途。本书针对数字图像处理领域,在对数字图像处理的理论知识作以系统的概括和总结的基础上,详细介绍了 MATLAB 提供的图像处理工具箱函数的用法指南,最后以大量的应用示例,说明了基于 MATLAB 进行数字图像处理的方法。通过学习,读者将能熟练应用 MATLAB 数字图像处理技术进行系统分析与设计。

本书可作为数字图像处理课程的参考书,对课程的学习可起到事半功倍的效果,也可作为图像处理领域的教师、研究生、本科生、大专生、广大科技工作者和开发应用人员的高效实用参考书和工具书。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

基于 MATLAB 的系统分析与设计: 图像处理 / 王晓丹等编著.

—西安: 西安电子科技大学出版社, 2000.9

ISBN 7-5606-0920-1

I. 基… II. 王… III. 程序语言, MATLAB IV. TP312

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 45315 号

责任编辑 戚文艳

出版发行 西安电子科技大学出版社 (西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)8227828 邮 编 710071

<http://www.xduph.com> E-mail: [xdupfxb@pub.xaonline.com](mailto:xdupfxb@pub.xaonline.com)

经 销 新华书店

印 刷 陕西省富平印刷有限责任公司

版 次 2000 年 9 月第 1 版 2000 年 9 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 13.125

字 数 310 千字

印 数 1~4 000 册

定 价 16.00 元

ISBN 7-5606-0920-1 / TP·0850

\*\*\* 如有印装问题可调换 \*\*\*

本书封面贴有西安电子科技大学出版社的激光防伪标志,无标志者不得销售。

# 前言

MATLAB 是 MathWorks 公司于 1982 年推出的一套高性能的数值计算和可视化软件, 它集数值分析、矩阵运算、信号处理和图形显示于一体, 构成了一个方便的、界面友好的用户环境。MATLAB 的推出得到了各个领域专家学者的广泛关注, 其强大的扩展功能为各个领域的应用提供了基础。由各个领域的专家学者相继推出了 MATLAB 工具箱, 其中主要有信号处理 (signal processing), 控制系统 (control system), 神经网络 (neural network), 图像处理 (image processing), 鲁棒控制 (robust control), 非线性系统控制设计 (nonlinear system control design), 系统辨识 (system identification), 最优化 (optimization)  $\mu$  分析与综合 ( $\mu$  analysis and synthesis), 模糊逻辑 (fuzzy logic), 小波 (wavelet), 样条 (spline), 通信 (communication), 统计 (statistics) 等工具箱, 而且工具箱还在不断增加, 这些工具箱给各个领域的研究和工程应用提供了有力的工具。借助于这些“巨人肩上的工具”, 各个层次的研究人员可直观方便地进行分析、计算及设计工作, 从而大大地节省了时间。

由西安电子科技大学出版社出版的《MATLAB 程序设计语言》受到了读者的一致好评, 它从程序设计的角度出发, 深入浅出地叙述了 MATLAB 的方方面面, 是初学者的入门教材。在此基础上出版的更深层次的《基于 MATLAB 的系统分析与设计》系统丛书, 已得到了读者的广泛关注。

针对应用广泛且蓬勃发展的图像处理工具箱函数, 我们编写了系列丛中图像处理部分, 本书保持了系列丛书的优点, 在简要介绍图像处理基本理论的基础上, 详细介绍了各个工具箱函数, 并着重介绍了利用 MATLAB 进行系统分析与设计的实例, 因此, 对图像处理等领域的教师、研究生、本科生和广大的科研人员都有重要的参考价值。

全书分为三章。第 1 章简要介绍了图像处理基本理论, 它对数字图像处理的研究内容及重要应用、图像变换、图像增强、图像压缩、图像分析、图像文件格式与类型等内容作了简要介绍; 第 2 章详细介绍了 MATLAB 图像处理工具箱函数; 第 3 章以大量的应用示例, 说明了基于 MATLAB 进行图像处理系统分析与设计的方法。为了查阅方便, 附录 A 分类列出了 MATLAB 的基本命令及函数, 附录 B 给出了部分重要工具箱中包含的实用函数及其功能。另外, 在第 2 章的前面, 列出了图像处理工具箱函数的索引, 以方便读者查阅。

本书在编写过程中得到了国家自然科学基金及空军科技人才培养基金的部分支持, 在此表示感谢。

本书的出版得到了西安电子科技大学出版社的大力支持, 特别是戚文艳编辑对本书进行了细致的编辑, 做了大量的工作, 在此深表谢意。同时对她对于工作自始至终认真负责的态度深表谢意。

若想获得本书的源程序, 或需交流有关问题, 可通过下列 E-mail 地址直接与作者联系:  
[xiaodan-wang@263.net](mailto:xiaodan-wang@263.net)

编者  
2000 年 6 月

# 目 录

第1章 数字图像处理导论.....	1
1.1 数字图像处理的研究内容及重要应用 .....	1
1.2 数字图像处理导论 .....	2
1.2.1 图像变换 .....	2
1.2.2 图像增强 .....	7
1.2.3 图像压缩 .....	15
1.2.4 图像分析 .....	18
1.3 数字图像的计算机描述与图像的矩阵表示 .....	20
1.4 数字图像的计算机存储与数字图像文件格式 .....	21
1.5 图像处理工具箱支持的基本图像类型 .....	21
第2章 数字图像处理工具箱函数 .....	23
2.1 图像显示 .....	29
2.2 图像文件操作 .....	38
2.3 图像几何运算 .....	47
2.4 图像像素值及其统计 .....	52
2.5 图像分析 .....	58
2.6 图像增强及平滑 .....	64
2.6.1 图像增强 .....	64
2.6.2 图像平滑 .....	67
2.7 二维线性滤波及滤波器设计 .....	71
2.8 图像变换 .....	79
2.9 图像邻域及块操作 .....	86
2.10 二值图像操作 .....	92
2.11 基于区域的图像处理 .....	101
2.12 颜色图操作 .....	105
2.13 颜色空间转换 .....	109
2.14 图像类型转换 .....	111
第3章 数字图像处理系统分析与设计 .....	121
3.1 图像变换 .....	121
3.2 图像增强 .....	126
3.3 图像压缩 .....	135
3.4 图像分析 .....	144
附录A MATLAB 基本命令参考 .....	150
附录B Toolbox 函数 .....	172
参考文献 .....	204

# 第 1 章



## 数字图像处理导论

所谓数字图像处理，就是指利用数字计算机及其它有关数字技术，对图像施加某种运算和处理，从而达到某种预想的目的。例如，使褪色模糊了的照片重新变清晰；从医学显微图片中提取有意义的细胞特征等。数字图像处理发展至今，已经广泛地应用到科学研究、工农业生产、军事技术、政府部门、医疗卫生等许多领域，因此，数字图像处理是一门具有很强实用价值的学科。

本章将对数字图像处理的研究内容及主要应用、数字图像处理的主要方法、数字图像的计算机描述、数字图像文件的计算机存储格式、MATLAB 图像处理工具箱支持的图像类型作一概述，并作为后续章节的基础。

### 1.1 数字图像处理的研究内容及重要应用

数字图像处理的研究内容概括起来可包括如下几个方面：

(1) 图像的数字化的：即研究如何把一幅连续的光学图像表示成一组数字，既不失真又便于计算机分析处理。

(2) 图像的增强：增强图像中的有用信息，削弱干扰和噪声，以便于观察识别和进一步地分析与处理。增强后的图像未必和原图一致。

(3) 图像恢复：把褪色、模糊了的图像复原。复原图像要尽可能和原图像保持一致。

(4) 图像编码：在满足一定的保真度要求下，简化图像的表达，从而大大压缩了表示图像的数据，以便于存储和传输。

(5) 图像分析：对图像中的不同对象进行分割、分类、识别、描述、解释，等等。

社会生产力发展的需求导致了数字图像处理这门学科的产生，如早期的传真技术的发明和发展，宇宙探索方面的应用需求等。发展至今，数字图像处理已经广泛地应用于许多领域，并进一步推动着社会生产力的发展，它的一些主要应用可归纳为如下几个方面：

(1) 通信技术：图像传真，电视电话，卫星通信，数字电视。

(2) 宇宙探索：其它星体图片处理。

(3) 遥感技术：农林资源调查，作物长势监视，自然灾害监测、预报，地势、地貌及地质构造测绘，找矿，水文、海洋调查，环境污染监测等。

(4) 生物医学：X 射线、超声、显微图片分析，内窥镜图、温谱图分析，断层及核磁共振分析。

(5) 工业生产：无损探伤，石油勘探，生产过程的自动化(识别零件，装配，质量检查)，工业机器人视觉。

(6) 计算机科学：文字图像输入的研究，计算机辅助设计，人工智能研究，多媒体计算机与智能计算机研究。

(7) 气象预报：天气云图测绘、传输。

(8) 军事技术：航空及卫星侦察照片的判读，导弹制导，雷达、声纳图像处理，军事仿真。

(9) 高能物理：核子泡室图片分析。

(10) 商业应用及侦缉破案：指纹鉴别，印鉴、伪钞识别，手迹分析。

(11) 考古：恢复珍贵的文物图片、名画、壁画，等等。

## 1.2 数字图像处理导论

本节将对图像处理中常用的图像变换、图像增强、图像压缩和图像分析作以简要的介绍，并作为后续章节的基础。在第 3 章中，将给出利用 MATLAB 进行分析与设计的示例。

### 1.2.1 图像变换

#### 1. Fourier 变换

Fourier 变换是图像处理中最常用到的变换。设数字图像  $f(x, y)$  大小为  $M \times N$  个像素，其二维离散 Fourier 变换为

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp[-2j\pi (\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})]$$

$$u=0, 1, \dots, M-1; \quad v=0, 1, \dots, N-1$$

(注：式中  $j = \sqrt{-1}$ 。)

二维离散 Fourier 逆变换由下式给出：

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp[2j\pi (\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})]$$

$$x=0, 1, \dots, M-1; \quad y=0, 1, \dots, N-1$$

式中,  $\exp[-2j\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})]$  称为正变换核,  $\exp[2j\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})]$  称为反(逆)变换核。x,y 为空间域采样值, u,v 表示频率域采样值。空间域采样增量 and 频率域采样增量之间有如下关系:

$$\Delta u = \frac{1}{M\Delta x}, \quad \Delta v = \frac{1}{N\Delta y}$$

$F(u, v)$  称为图像信号  $f(x, y)$  的频谱, 一般它是复量, 可以写成:

$$F(u, v) = |F(u, v)|e^{j\phi(u, v)} \quad \text{或} \quad F(u, v) = R(u, v) + jI(u, v)$$

其中,  $R(u, v)$ 、 $I(u, v)$  分别为  $F(u, v)$  的实部和虚部。

$F(u, v)$  的模为

$$|F(u, v)| = [R(u, v)^2 + I(u, v)^2]^{\frac{1}{2}}$$

称为  $f(x, y)$  的振幅谱;

相角为

$$\phi(u, v) = \arctan^{-1} \frac{I(u, v)}{R(u, v)}$$

称为  $f(x, y)$  的相位谱。

另外, 二维离散 Fourier 变换可以通过两次一维 FFT 计算得到, 即  $\text{fft2}(X)$  可通过  $(\text{fft}(X))'$  简单计算得到, 方法为计算  $X$  每列的一维 FFT, 然后计算每行的结果, 即

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp[-2j\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})] \\ &= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \exp(-\frac{2j\pi ux}{M}) \cdot \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp(-\frac{2j\pi vy}{N}) \\ &= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} F(x, u) \exp(-\frac{2j\pi ux}{M}) \end{aligned}$$

其中

$$F(x, u) = N \left\{ \frac{1}{N} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp(-\frac{2j\pi vy}{N}) \right\}$$

$$u = 0, 1, 2, \dots, M-1; \quad v = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

离散 Fourier 变换进行图像处理时有如下一些特点:

- (1) 直流成分  $F(0, 0)$  等于图像的平均值。
- (2) 能量频谱  $|F(u, v)|^2$  完全对称于原点。
- (3) 图像  $f$  平移  $(a, b)$  后,  $F$  只有  $\exp[-2j\pi(a u/M + b v/N)]$  相位变化, 能量频谱不发生变化。
- (4) 图像  $f$  自乘平均等于能量频谱的总和。



(5) 离散卷积定理成立。

空间域卷积定理:

$$f(x, y) * h(x, y) \longleftrightarrow F(u, v) \cdot H(u, v)$$

频率域卷积定理:

$$f(x, y) \cdot h(x, y) \longleftrightarrow F(u, v) * H(u, v)$$

即在空间域中的卷积运算可以转化为频率域的乘法运算,反之在频率域中的卷积运算可以转化为空间域的乘法运算。在工程中常用卷积定理,根据两函数 Fourier 变换乘积之反变换来求函数的卷积。

利用 Fourier 变换的性质,图像处理中许多在空间域(或频率域)上困难的操作都可以转换到相应的频率域(或空间域)上进行,处理完后再变换回空间域(或频率域)。

## 2. 离散余弦变换(DCT)

离散余弦变换(DCT)也是图像处理中应用较多的一种变换。

因为任何一个在给定区间内满足狄里赫利条件的连续实对称(偶)函数,均可展开成仅含有余弦项的 Fourier 级数,可将这一结果推广应用到图像变换中。先把一幅图像扩展成对称函数,如果围绕图像边界将其折叠成对称形式,则由此种扩展方法得到的变换称为偶离散余弦变换;如重叠一个图像元素来折叠成对称形式,则由此种扩展方法得到的变换称为奇离散余弦变换。

二维偶离散余弦变换(DCT)定义为

$$F(u, v) = \frac{2}{\sqrt{MN}} K(u)K(v) \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cos\left[\frac{(2x+1)u\pi}{2M}\right] \cos\left[\frac{(2y+1)v\pi}{2N}\right]$$

$$u = 0, 1, 2, \dots, M-1; \quad v = 0, 1, 2, \dots, N$$

$$f(x, y) = \frac{2}{\sqrt{MN}} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} K(u)K(v)F(u, v) \cos\left[\frac{(2x+1)u\pi}{2M}\right] \cos\left[\frac{(2y+1)v\pi}{2N}\right]$$

$$x = 0, 1, 2, \dots, M-1; \quad y = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

其中

$$K(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & v = 0 \\ 1, & v = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases}$$

因此有

$$F(0, 0) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$

$$f(0, 0) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v)$$

## 3. 小波变换

Fourier 分析的不足之处在于:它在将时域信号转换为频域信号后,时域信息则失去了。

通过这种变换，不能确知事件发生的确切时间，而大多数信号含有趋势、突变、事件的开始与结束等特征。这些特征通常是信号所包含的最重要的信息，Fourier 分析在检测它们时便显得无能为力。而小波分析是一个范围可变的窗口方法，小波分析可以用长时间间隔来获得更精确的低频信息，用短时间间隔来获得高频信息。

小波分析的主要优点就是提供了时频局部分析与细化的能力。对于一个实际中容易产生，并具有极少不连续性的正弦信号，其 Fourier 系数图没有任何特别的地方，然而小波系数图却能清楚地显示时间不连续的精确位置。小波分析可以揭示其它信号分析方法所丢失的数据信息，如趋势、断点、高阶导数不连续、自相似性等。与传统的信号分析技术相比，小波分析还能在没有明显损失的情况下，对信号进行压缩和消噪。

因此，小波分析是一维及二维信号数据分析与处理的有力工具，在 MATLAB 中提供了大量小波函数，这为各种算法的设计与实现提供了极大的方便。利用图像的小波变换可以进行图像压缩、去噪及提取多分辨率的特征等。

下面简要介绍图像的小波分解与重构原理。

小波变换是将信号分解为不同尺度分量的线性运算。具体实现是通过信号与尺度变化的滤波器卷积来完成的。正交小波变换将信号在一组实的正交基  $\psi_{j,k}(x)$  上进行分解，该正交基是由一个被称为母小波的核函数  $\psi(x)$  经过伸缩、平移而得到的，即

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}x - k)$$

其中， $j$  和  $k$  均为实数。

由于其正交性，信号  $f(x)$  的小波变换系数  $c_{j,k}$  可通过如下计算得到：

$$c_{j,k} = \langle f(x), \psi_{j,k}(x) \rangle$$

由小波系数  $c_{j,k}$  可以实现信号  $f(x,y)$  的重构，即

$$f(x) = \sum_{j,k} c_{j,k} \psi_{j,k}(x)$$

母小波函数  $\psi(x)$  是由尺度函数  $\phi(x)$  生成的，它们满足如下的两尺度关系方程：

$$\begin{cases} \phi(x) = \sqrt{2} \sum_k h(k) \phi(2x - k) \\ \psi(x) = \sqrt{2} \sum_k g(k) \phi(2x - k) \end{cases}$$

其中， $h(k)$  被称为低通滤波器， $g(k)$  被称为高通滤波器， $h(k)$  和  $g(k)$  为正交镜像滤波器，存在如下联系：

$$g(k) = (-1)^k h(1 - k)$$

对于二维小波变换，小波基函数和尺度函数可由一维小波函数  $\psi(x)$  和尺度函数  $\phi(x)$  的矢量积得到，即

$$\begin{cases} \phi(x, y) = \phi(x)\phi(y) \\ \psi^1(x, y) = \phi(x)\psi(y) \\ \psi^2(x, y) = \psi(x)\phi(y) \\ \psi^3(x, y) = \psi(x)\psi(y) \end{cases}$$

其中， $\phi$  是二维尺度函数， $\psi^1$ ， $\psi^2$ ， $\psi^3$  分别是三个二维小波函数。

在  $2^j$  分辨率下，图像信号  $f(x, y)$  的逼近  $A_{2^j}^d f$  可以表示为内积关系：

$$A_{2^j}^d f = \langle f(x, y), \phi_{2^j}(x - 2^{-j}n)\phi_{2^j}(y - 2^{-j}m) \rangle_{(m, n) \in \mathbb{Z}^2}$$

在不同分辨率  $2^{j+1}$  与  $2^j$  下，二维图像的逼近  $A_{2^{j+1}}^d f$  和  $A_{2^j}^d f$  的信息是不等的，这一不同分辨率下逼近的差别信号由细节信号  $D_{2^j}$  来表示，细节信号可由三幅细节图像  $D_{2^j}^1, D_{2^j}^2, D_{2^j}^3$  来表示：

$$D_{2^j}^1 f = \{[f(x, y), \psi_{2^j}^1(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m)]\}_{(m, n) \in \mathbb{Z}^2}$$

$$D_{2^j}^2 f = \{[f(x, y), \psi_{2^j}^2(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m)]\}_{(m, n) \in \mathbb{Z}^2}$$

$$D_{2^j}^3 f = \{[f(x, y), \psi_{2^j}^3(x - 2^{-j}n, y - 2^{-j}m)]\}_{(m, n) \in \mathbb{Z}^2}$$

离散的逼近信号和细节信号还可以表示为卷积关系：

$$A_{2^j}^d f = \{[f(x, y) * \phi_{2^j}(-x)\phi_{2^j}(-y)(2^{-j}n, 2^{-j}m)]\}_{(n, m) \in \mathbb{Z}^2}$$

$$D_{2^j}^1 f = \{[f(x, y) * \phi_{2^j}(-x)\psi_{2^j}(-y)(2^{-j}n, 2^{-j}m)]\}_{(n, m) \in \mathbb{Z}^2}$$

$$D_{2^j}^2 f = \{[f(x, y) * \psi_{2^j}(-x)\phi_{2^j}(-y)(2^{-j}n, 2^{-j}m)]\}_{(n, m) \in \mathbb{Z}^2}$$

$$D_{2^j}^3 f = \{[f(x, y) * \psi_{2^j}(-x)\psi_{2^j}(-y)(2^{-j}n, 2^{-j}m)]\}_{(n, m) \in \mathbb{Z}^2}$$

上式表明：二维图像分解成  $A_{2^j}^d f$  和  $D_{2^j}^1, D_{2^j}^2, D_{2^j}^3$ ，可以通过沿  $x$  方向和  $y$  方向分别进行一维滤波而得到。于是图像的正交小波分解可以理解为一组独立的空间有向的频率通道上的信号分解。

对于  $\forall J > 0$ ，图像  $f$  完全由下列  $3J+1$  个离散图像来表征：

$$(A_{2^{-J}}^d f, (D_{2^j}^1 f)_{-J \leq j \leq -1}, (D_{2^j}^2 f)_{-J \leq j \leq -1}, (D_{2^j}^3 f)_{-J \leq j \leq -1})$$

这一集合称为二维图像的正交分解。可以这样理解：正交小波变换使用一族小波函数和相应的尺度函数将原始信号分解为不同的具有方向选择性的子带，重复地对低频子带进行分解以产生下一级层次。二维图像的正交小波分解是一种非冗余分解，即分解前后图像的像素总和不变，数据量不变。

二维小波重构过程是分解过程的逆过程， $A_{2^{j+1}}^d f$  可由  $A_{2^j}^d f$ ， $D_{2^j}^1 f$ ， $D_{2^j}^2 f$  和  $D_{2^j}^3 f$  重

构, 通过重复这一算法, 可以由小波变换系数重构图像  $A_2^d f$ 。

## 1.2.2 图像增强

图像增强是指对图像的某些特征, 如边缘、轮廓、对比度等进行强调或尖锐化, 以便于显示、观察或进一步分析与处理。增强将不增加图像数据中的相关信息, 但它将增加所选择特征的动态范围, 从而使这些特征检测或识别更加容易。

图像增强的最大困难是: 很难对增强结果加以量化描述, 只能靠经验及主观感觉加以评价。实际中, 它常作为许多后续分析与处理的基础。

图像增强的主要方法可分为: 基于点运算的方法、基于空间运算的方法、基于变换域运算的方法和彩色增强方法等四类方法。

### 1. 基于点运算的方法

基于点运算的图像增强方法属于时域处理方法, 实际上是对图像的灰度级进行变换, 使图像对比度得到调整, 从而达到图像增强的目的, 是一种点对点的变换。其主要有以下几种:

- 灰度级线性变换;
- 灰度级分段线性与非线性变换(Gamma 校正);
- 灰度倒置变换;
- 灰度级(窗口)切片变换;
- 动态范围调整;
- 直方图模型化。

#### 1) 灰度级线性变换

假定原图像的灰度级范围是  $[a,b]$ , 变换后图像的灰度级范围扩大到  $[m,n]$ , 那么用下述线性变换可以实现这一目的:

$$g(x,y) = \begin{cases} [(n-m)/(b-a)][f(x,y)-a] + m & , \quad a \leq f(x,y) \leq b \\ m & , \quad f(x,y) < a \\ n & , \quad f(x,y) > b \end{cases}$$

#### 2) 灰度级分段线性与非线性变换(Gamma 校正)

这一变换通常可根据需要将灰度级分成三段。

分段线性变换公式:

$$g(x,y) = \begin{cases} \gamma_1 f(x,y) + b_1, & 0 \leq f(x,y) \leq f_1 \\ \gamma_2 f(x,y) + b_2 & f_1 \leq f(x,y) \leq f_2 \\ \gamma_3 f(x,y) + b_3, & f_2 \leq f(x,y) \leq f_M \end{cases}$$

其中

$$\gamma_1 = \frac{g_1}{f_1}, \quad b_1 = 0$$

$$\gamma_2 = \frac{g_2 - g_1}{f_2 - f_1}, \quad b_2 = g_1 - \lambda_2 f_1$$

$$\gamma_3 = \frac{g_M - g_2}{f_M - f_2}, \quad b_3 = g_2 - \lambda_3 f_2$$

分段非线性变换中，在所需要的灰度级区间采用非线性变换。

### 3) 灰度倒置变换(正负反片)

灰度倒置变换公式：

$$g(x, y) = g_M - (g_M/f_M)f(x, y)$$

### 4) 灰度级(窗口)切片变换

灰度级(窗口)切片变换是将某一小范围内的灰度值抽出来，转换成最大灰度值的变换。

有背景变换公式：

$$g(x, y) = \begin{cases} (g_M - f_M)f(x, y) & , \quad 0 \leq f(x, y) < f_1 \\ g_M & , \quad f_1 \leq f(x, y) < f_2 \\ (g_M - f_M)f(x, y) & , \quad f_2 \leq f(x, y) < f_M \end{cases}$$

无背景变换公式：

$$g(x, y) = \begin{cases} 0 & , \quad 0 \leq f(x, y) < f_1 \\ g_M & , \quad f_1 \leq f(x, y) < f_2 \\ 0 & , \quad f_2 \leq f(x, y) < f_M \end{cases}$$

### 5) 动态范围调整

有时图像的动态范围太大，在显示或观察时，很高的亮度值把暗区的信号都掩盖掉了。如进行付氏变换后，直流分量往往非常大，结果只能观察到少量的像素，其余均是暗值。为增强低灰度级像素，压制高灰度级像素，通常采用取对数的方法加以调整。即

$$g(x, y) = \text{clg} (1 + f(x, y))$$

其中，c 为比例系数，式中的 1 和绝对值是避免负数和 0 取对数。

### 6) 直方图模型化

直方图模型化图像增强方法有：直方图均衡、直方图匹配和直方图规格化方法。

(1) 直方图均衡。直方图均衡是把一已知灰度概率分布的图像，经过一种变换，使之演变成具有均匀灰度概率分布的图像。设一幅图像的像素总数为 N，分为 L 个灰度级，用  $N_k$  代表灰度级  $r_k$  出现的频数，于是第 k 个灰度级出现的频率为

$$P_r(r_k) = \frac{N_k}{N}, \quad 0 \leq \gamma_k \leq 1, \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

各灰度直方图均衡离散变换公式为

$$S_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k P_r(r_j) = \sum_{j=0}^k N_j / N$$

因此，可以根据原图像的直方图统计量，求得均衡后各像素的灰度变换值。

(2) 直方图匹配。直方图匹配就是通过转换灰度图像的灰度值或索引图像的颜色图值来增强图像对比度，使输出图像的直方图近似与给定的直方图相匹配。令  $f_r(r)$  为原图像的灰度概率密度函数， $f_z(z)$  为期望通过匹配后得到的图像灰度概率密度函数。对  $f_r(r)$  和  $f_z(z)$  做直方图均衡变换，分别得到：

$$s = T(r) = \int_0^r f_r(w)dw, 0 \leq r \leq 1$$

$$v = G(z) = \int_0^z f_z(w)dw, 0 \leq z \leq 1$$

变换后的灰度  $s$  和  $v$ ，其概率密度函数是相同的，以直方图均衡为桥梁，可以从  $f_r(r)$  变换成  $f_z(z)$ ，直方图匹配的步骤如下：

① 由  $s = T(r) = \int_0^r f_r(w)dw, 0 \leq r \leq 1$ ，把原图像的各点灰度  $r$  映射到  $s$  上。

② 由  $v = G(z) = \int_0^z f_z(w)dw, 0 \leq z \leq 1$ ，把期望图像的各点灰度  $z$  映射到  $v$  上。

③ 根据  $v = G(z)$ ，则  $z = G^{-1}(v)$ ，考虑到作为均匀分布的随机变量  $v$  和  $s$  具有完全相同的统计性质，因而从统计意义上说，它们是等同的，于是逐一取  $v = s$ ，求出与  $r$  对应的每一个灰度值  $z = G^{-1}(s)$ 。

(3) 直方图规格化法。直方图规格化法可根据图像的两个局部均值和局部方差进行对比度增强。一般取任一像素周围的某一邻域  $(2n+1) \times (2n+1)$  方形窗口为图像的局部， $n$  取正整数，窗口内某像素  $(i, j)$  的灰度级为  $f(i, j)$ ，则像素  $(x, y)$  灰度级的局部均值和局部方差分别定义为：

$$m_L(x, y) = \frac{1}{(2n+1)} \sum_{i=x-n}^{x+n} \sum_{j=y-n}^{y+n} f(i, j)$$

$$\sigma_L^2(x, y) = \frac{1}{(2n+1)^2} \sum_{i=x-n}^{x+n} \sum_{j=y-n}^{y+n} [f(i, j) - m_L(x, y)]^2$$

用上述公式求得图像中每一像素灰度级的局部均值和方差后，规格化计算公式为

$$g(x, y) = \frac{\sigma_d}{\sigma_L(x, y)} [f(x, y) - m_L(x, y)] + m_d$$

规格化后原图像素的灰度级就由  $f(x, y)$  变成  $g(x, y)$ ， $\sigma_d$  和  $m_d$  为规格化要求的局部标准差和局部均值。

## 2. 基于空间运算的方法

基于空间运算的图像增强方法属于时域处理方法，是一种利用各像素及其邻近各点的像素值来判断该点是否含有噪声，并用适当的方法消除所发现的噪声的图像增强方法。基于空间运算的图像增强方法主要有以下几种：

- 噪声平滑;
- 图像锐化;
- 反对比度映射和统计比例尺度变换。

1) 噪声平滑

时域噪声平滑的主要方法包括局部平均法、多帧平均法。

(1) 局部平均法。局部平均法可直接在空间上对图像进行平滑处理。假设图像上的噪声是加性的、互不相关的,且均值为零。一幅有噪声的数字图像包括原图像信号  $f(x, y)$  和噪声  $n(x, y)$ , 即  $g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$ ; 经过局部平均处理后得到平滑图像为

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{(i,j) \in S} g(i, j) = \frac{1}{M} \sum_{(i,j) \in S} f(i, j) + \frac{1}{M} \sum_{(i,j) \in S} n(i, j)$$

式中,  $S$  是点  $(x, y)$  邻域的点集,  $M$  是点集  $S$  中的总数。图像经过平滑处理后, 可使噪声方差减小到原来的  $1/M$ 。但简单的局部平均使图像模糊, 特别是黑白交界处轮廓变得不清晰。为此, 又有许多其它平滑方法:

① 中值滤波法。这种方法用局部中值代替局部平均值, 即用一窗口  $S$  在图像上扫描, 把窗口内的像素按灰度级升(或降)序排列起来, 取灰度值居中的像素灰度为窗口中心像素的灰度, 即

$$g(x, y) = \text{Median}\{f(x-i, y-j)\}, (i, j) \in S$$

通常窗口内像素数为奇数, 以便有个中间像素。若窗口内像素数为偶数, 则取中间两像素灰度的平均值。

② 加权平均法。该方法所用邻域通常为  $3 \times 3$  方形窗口, 并取邻域内各像素灰度级的加权平均值取代中心像素原来的灰度级。

③ 保细节平滑滤波。

(2) 多帧平均法。如果叠加于图像上的噪声  $n(x, y)$  是非相关的, 具有零均值的随机噪声, 则可以用几张在相同条件下获得的这种随机图像之平均值表示原图像。设原图像为  $f(x, y)$ , 加噪声为  $n(x, y)$ , 则有噪声图像为

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$$

亦可用

$$\hat{g}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [f_i(x, y) + n_i(x, y)] = f(x, y) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M n_i(x, y)$$

来估计原图像  $f(x, y)$ , 其中,  $M$  为图像数量。

显然这种估计是无偏的, 因为

$$E\{\hat{g}(x, y)\} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M E\{g_i(x, y)\} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f_i(x, y) = f(x, y)$$

其估计误差为

$$\begin{aligned}\sigma_{\hat{g}}^2 &= E \{ [\hat{g}(x, y) - f(x, y)]^2 \} = E \left\{ \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M g_i(x, y) - f(x, y) \right\}^2 \\ &= E \left\{ \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M n_i(x, y) \right\}^2 = \frac{1}{M} \sigma_n^2\end{aligned}$$

## 2) 图像锐化

图像锐化的目的是加强图像中景物的边缘和轮廓。边缘和轮廓一般都位于灰度突变的地方，因此利用灰度差分可以提取出它们来。但由于边缘、轮廓在一幅图像中常常具有任意的方向，而差分运算是具有方向性的，因此和差分方向一致的边缘、轮廓便检测不出来。因此，需要找到一些各向同性的检测算子，它们对任意方向的边缘、轮廓都具有相同的检测能力。具有这种性质的锐化算子有梯度、拉普拉斯和其它一些算子。

(1) 梯度法。考察正弦函数  $f(x, y) = \sin 2\pi ax$ ，其微分为  $f'(x) = 2\pi a \cos 2\pi ax$ ，可见微分后频率不变，幅度增大  $2\pi a$  倍，其空间频率愈高，幅度增大愈大。因此微分法可以加强高频成分，从而使图像轮廓清晰。图像处理中常用的微分法是梯度法。

设图像函数为  $f(x, y)$ ，它的梯度向量定义为

$$G[f(x, y)] = \begin{bmatrix} \partial f / \partial x \\ \partial f / \partial y \end{bmatrix}$$

在  $f(x, y)$  点的梯度，其方向是函数  $f(x, y)$  在这点变化率最大的方向，而其幅度为函数的最大变化率：

$$G[f(x, y)] = \sqrt{(\partial f / \partial x)^2 + (\partial f / \partial y)^2}$$

容易证明，梯度幅度是一个各向同性的微分算子，梯度幅度值是  $f(x, y)$  沿梯度向量方向上的最大变化率。

对于数字图像来说，可用差分来近似微分。常用差分算法有两种：一是典型的差分算法，定义为

$$G[f(x, y)] \approx \{ [f(x+1, y) - f(x, y)]^2 + [f(x, y+1) - f(x, y)]^2 \}^{1/2}$$

另一种是交叉梯度(Roberts 梯度)的差分算法，定义为

$$G[f(x, y)] = \{ [f(x+1, y+1) - f(x, y)]^2 + [f(x+1, y) - f(x, y+1)]^2 \}^{1/2}$$

由于上述算法的处理工作量很大，因此在实用上常采用绝对差算法对上式进行简化：

$$G[f(x, y)] \approx |f(x+1, y) - f(x, y)| + |f(x, y+1) - f(x, y)|$$

及  $G[f(x, y)] \approx |f(x+1, y+1) - f(x, y)| + |f(x, y+1) - f(x+1, y)|$

锐化后的图像函数  $g(x, y)$  可以用以下方法来产生：

$$g(x, y) = \begin{cases} G[f(x, y)], & G[f(x, y)] \geq T \\ f(x, y), & \text{其它} \end{cases}$$

其中， $T$  是一个非负门限值。



$$g(x,y) = \begin{cases} L_G, & G[f(x,y)] \geq T \\ f(x,y), & \text{其它} \end{cases}$$

式中， $L_G$  是根据需要而指定的一个灰度级。

$$g(x,y) = \begin{cases} G[f(x,y)], & G[f(x,y)] \geq T \\ L_B, & \text{其它} \end{cases}$$

式中， $L_B$  是给背景指定的一个灰度级。

如果只对轮廓位置感兴趣，可利用下式：

$$g(x,y) = \begin{cases} L_G, & G[f(x,y)] \geq T \\ L_B, & \text{其它} \end{cases}$$

(2) 拉普拉斯算子。连续二元函数  $f(x, y)$  的拉普拉斯运算定义为

$$\nabla^2 f(x, y) = (\partial f / \partial x)^2 + (\partial f / \partial y)^2$$

容易证明，拉普拉斯算子  $\nabla^2$  也是一个各向同性的算子，因此它也可以用来增强图像中那些灰度发生变化的点和线。

对于数字图像，拉普拉斯算子  $\nabla^2$  可以简化为

$$G[f(x, y)] \approx 4f(x, y) - f(x+1, y) - f(x-1, y) - f(x, y+1) - f(x, y-1)$$

用卷积模板表示为

$$H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(3) 其它锐化算子。其它利用梯度与差分原理组成的锐化算子还有：

$$\text{Sobel 算子: } S = (d_x^2 + d_y^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$d_x = [f(x-1, y-1) + 2f(x, y-1) + f(x+1, y-1)] - [f(x-1, y+1) + 2f(x, y+1) + f(x+1, y+1)]$$

$$d_y = [f(x+1, y-1) + 2f(x+1, y) + f(x+1, y+1)] - [f(x-1, y-1) + 2f(x-1, y) + f(x-1, y+1)]$$

用模板表示  $d_x$ 、 $d_y$  为

$$d_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{及} \quad d_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$