信号流图和系统

赵永昌 编著

科学出版社

信号流图和系统

赵永昌 编著

科学出版社

1988

内 容 简 介

本书以七章的篇幅介绍了信号流图的基本理论，信号流图在网络分析、网络综合、离散系统、反馈系统及随机系统中的应用，并讨论了用拓扑方法计算系统灵敏度的问题．全书内容全面、系统，在介绍应用方法的同时，列举了许多实例，以帮助读者深入理解书中内容．

本书可供电子、电工、自动化、系统工程、应用图论、管理科学等方面的科研、工程技术、管理人员参考．

信 号 流 图 和 系 统

赵 永 昌 编著

责任编辑　张建荣　刘晓融

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1988 年 6 月第 一 版　　开本：850×1168　1/32

1988 年 6 月第一次印刷　　印张：11 1/8

印数：0001—6,200　　字数：291,000

ISBN 7-03-000323-3/TN · 15

定价：3.50 元

前　　言

信号流图是以图的形式表示线性方程组的变量间相互关系的一种数学模型．它与物理系统有密切的联系，直观、灵活、使用方便，它是对线性系统进行构模和分析的有用工具．从 S. J. Mason 于 1953 年系统地建立了信号流图理论以来，其应用范围已从电工和自动控制扩大到很多工程领域(例如，机械、化工、热转换、空气动力学等)，特别是近年来在管理科学中也得到了很好的应用．一些应用问题的提出，又促进了理论的丰富和发展．

有关信号流图方面的文章在文献中屡见不鲜，而专门的书籍则寥若晨星，且大部分都是六十年代出版的．这些出版的书籍各有所侧重，但没有包括七十年代以来的新成果．本书力求反映该领域的新成果，较全面地论述信号流图的基本理论及其在各个系统中的应用，以供教学、科研、工业管理部门的读者利用信号流图这一工具解决各种实际问题．

全书共分七章．第一章阐述信号流图的基本理论，主要包括信号流图与方程组的关系，求解方程的间接和直接方法(即 Mason 增益公式)，以及有关信号流图的一些基本问题．第二章着重从图的观点讨论从网络直接构成信号流图，并由后者求得符号网络函数的无相消项的方法． 第三章以信号流图为桥梁，分别讨论从 LC 电路和传输函数得出对应的有源 RC 电路的方法，即网络综合问题．第四章阐述用拓扑方法计算灵敏度的问题．第五章讨论信号流图在离散系统中的应用． 包括分析采样系统的三种方法，多速采样系统的分析，以及开关电容网络的分析和综合．第六章利用信号流图模型研究反馈系统，并由此指出，用信号流图可简便地推导出反馈理论中的一些定理．第七章论述随机系统，用信号流图分析 Markov 过程和半 Markov 过程中的一些基本问题．读

者只需具备线性代数和简单的图论知识即可无困难地阅读本书的基本内容。

限于水平，书中不当之处在所难免，恳请读者批评、指正。

在本书编写过程中美国 PURDUE 大学林本铭教授给予了关心和支持，北京工业学院李育珍教授百忙中审阅了全稿，在此向他们表示衷心的感谢。

赵永昌

1986 年 2 月于上海

目　录

第一章　信号流图的基本理论

本章首先讨论信号流图的一些定义，基本性质及其与线性方程组的关系。然后，进一步阐明求解线性方程组的间接和直接的拓扑方法。间接方法就是逐步化简方法，它包括一些简化规则和反向规则的应用。直接方法是著名的 Mason 增益公式。对 Mason 增益公式的实现作了仔细的讨论。从实用观点出发，还讨论了简化图的拓扑结构的闭环信号流图，及适用于包括运算放大器的有源电路分析的两种节点的信号流图。对在灵敏度和反馈系统分析中应用很广的有关节点分裂、回归差和部分回归差的概念，以及对于结构复杂的图，求得表征图的复杂性的图的指数及指数节点的方法，都作了系统的阐述。最后，讨论多环反馈系统中应用很广的矩阵信号流图，以及分析矩阵信号流图的逐步化简法和拓扑方法。

本章包括了信号流图的基本理论，它为后面各章的讨论提供了基础。

1-1　基本定义和性质

信号流图是一种赋权的有向图。它由连接在节点间的有向**支路**构成。节点用小圆圈表示，支路用带箭头的线段表示。每个节点对应于一个变量，又称**节点信号**。每条支路的权称为**支路传输**的数值，它就是方程组中某一变量的系数。对一个节点，支路有**入支路**（进入该节点的支路）和**出支路**（离开该节点的支路）之分。入支路的数量称为该节点的**入度**。出支路的数量称为该节点的**出度**。入度为零的节点称为**源点**。出度为零的节点称为**汇点**。入度和出度均不为零的节点称为**内节点**（以后简称节点）。**路**是从某一

节点出发，连续经过不同的支路(沿着支路方向)和节点而到达另一节点(或同一节点)的一种结构．如果路的起点和终点相同，则称为**闭路**或**环**，否则称为**开路**．**自环**是环的一个特殊情况，它只包括一条支路和一个节点．从源点到汇点的路称为**前向路**（以后简称**路**)．**路和环的传输**是其中所包括的支路的支路传输之积．

信号流图有两个重要的性质：

(1) 传输性．对每一非汇点，节点信号沿不同的出支路传输到不同的节点．到达后一节点的信号等于支路始端的节点信号乘以相应支路的支路传输．

对某一节点 j (节点信号为 x_j)，若 j 有 k 个出支路分别至节点 $1, 2, \cdots, k$，其支路传输分别为 $t_{1j}, t_{2j}, \cdots, t_{kj}$，则由节点 j 至节点 $1, 2, \cdots, k$ 的信号分别为 $t_{1j}x_j, t_{2j}x_j, \cdots, t_{kj}x_j$.

(2) 迭加性．对每一非源点，节点信号等于从其他节点来的所有信号的代数和．

对某一节点 s，有 r 个入支路，支路始端分别为 $1, 2, \cdots, r$，支路传输分别为 $t_{s1}, t_{s2}, \cdots, t_{sr}$，则节点 s 的信号

$$x_s = \sum_{j=1}^{r} t_{sj}x_j.$$

信号流图的上述两个性质如图 1-1 所示．

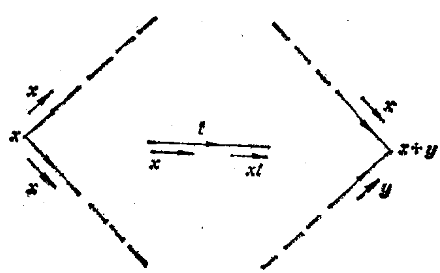

图 1-1

Mason 曾将信号流图与信号传输系统作了比较．源点可看成是发送站，其他节点看成是中继站．每个支路看成是单方向的

放大器. 支路传输的数值相当于放大器的增益. 每个中继站将从所有放大器输出端来的信号代数相加，并向另一些放大器的输入端传输. 汇点可看成为接收站. 这就是“信号流图”名称的由来.

信号流图可以根据它有无环而分为**级联图**和**反馈图**两类. 前者又称**无环图**，后者又称**有环图**.

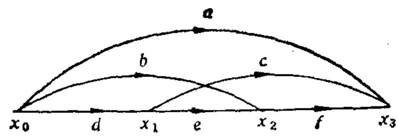

图 1-2

图 1-2 为级联图，其中 $x_0dx_1ex_2fx_3$ 是从源点 x_0[1] 到汇点 x_3 的一条前向路.

图 1-3 为反馈图，其中有两个环 bc 和 de. 包括在环中的节点和支路分别称为**反馈节点**和**反馈支路**. 不在环中的节点和支路分别称为**级联节点**和**级联支路**. 图 1-3 中，x_1, x_2, x_3 为反馈节点，x_4 为级联节点. 当然，源点和汇点均为级联节点. b, c, d, e 为反馈支路，f, g, h 为级联支路.

还有一种特殊的级联图——**残图**. 残图是只包括源点和汇点的图. 如图 1-4.

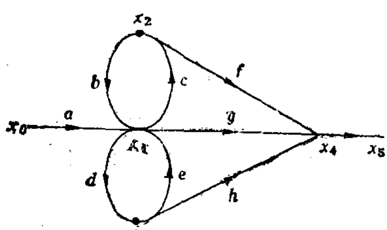

图 1-3

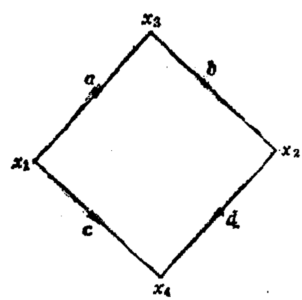

图 1-4

1) 为说明方便，以后用节点信号表示节点，而不再用节点编号.

1-2 信号流图和线性方程组的关系

要用信号流图解线性方程组，首先必须了解信号流图与方程组的关系，即如何用信号流图表示线性方程组．我们可将方程组中的每个方程写成因果形式，即每个方程可看成是很多因产生的一个果．将对应于因的变量放在方程的一端，而将对应于果的变量放在方程的另一端． 每个变量在方程组中只能作为果出现一次，在其他方程中则只能作为因出现．这种因果关系的观点是构成信号流图的基础．因果关系表示方式对于很多物理系统是很方便的，其优点是能清楚地看出变量间的相互关系，并用拓扑方法求解方程组．

构成信号流图的步骤是，首先，将方程组中每个方程写成因果形式；然后，对每一作为因和果的变量，在图上分别用一个节点表示． 再从作为因变量的节点作一支路向着作为果的变量的节点．该支路的支路传输是因变量的系数．重复上面的步骤，直至所有作为果的变量均表示完毕为止．这样，就得出了与方程组对应的信号流图．

设有下列方程组

$$\sum_{j=0}^{n} t_{ij}x_j = 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{1-1}$$

式中 x_0 为自变量，$x_j (j = 1, 2, \cdots, n)$ 为因变量．

现需作出对应的信号流图．首先，需将上述方程组中的每个方程均写成因果形式，并注意每个变量只能作为果出现一次，即每个变量只能用其他变量显式地表示一次．于是，可将式(1-1)写成

$$x_i = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} a_{ij}x_j \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{1-2}$$

式中

$$a_{ij} = -\frac{t_{ij}}{t_{ii}}.$$

式(1-2)中共有 n 个方程. 其中

$$x_i = a_{i0}x_0 + a_{i1}x_1 + \cdots + a_{in}x_n \tag{1-3}$$

我们可画出 ($n+1$) 个节点分别表示 $x_0, x_1, x_2, \cdots, x_n$. 然后,从 $x_0, x_1, x_2, \cdots, x_n$ 分别画一支路向着 x_i, 其支路传输分别为 $a_{i0}, a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}$, 如图 1-5. 类似地, 考虑其余的 $x_j(j=1, 2, \cdots, n, j \neq i)$ 的显示表示(即其余的 $n-1$ 个方程),迭加在图 1-5 上,即为方程组(1-2)所对应的信号流图.

由此可知, 每一信号流图一定有唯一的方程组与之对应. 方程组中的方程数与图中的节点数相同(源节点除外). 但是, 若方程组中的方程不是显式表示, 则与方程组对应的信号流图并不是唯一的. 例如, 在方程组(1-1)中, 我们并不一定按顺序写出 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的显式表示(即第 1 个方程写出 x_1 的显式表示, 第 2 个方程写出 x_2 的显式表示等等),也可用第 j 个方程写出 x_i 的显式表示. 故与方程组(1-1)对应的信号流图共有 $n!$ 种. 它们称为等效的非同构图. 等效的意义表明,尽管这些图是非同构的,但利用它们求得的方程组的解则是相同的.

例 1-1. 有方程组

$$ax_0 + bx_1 + cx_2 = 0 \tag{1-4}$$

$$dx_0 + ex_1 + fx_2 = 0 \tag{1-5}$$

从式(1-4)写出 x_1 的显式表示:

$$x_1 = -\frac{a}{b}x_0 - \frac{c}{b}x_2 \tag{1-6}$$

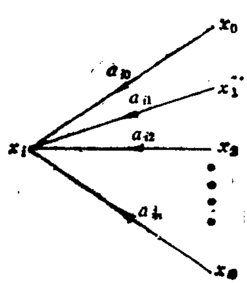

图 1-5

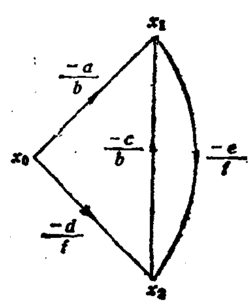

图 1-6

从式(1-5)写出 x_2 的显式表示:

$$x_2 = -\frac{d}{f}x_0 - \frac{e}{f}x_1 \tag{1-7}$$

由式(1-6)和(1-7)可得出图 1-6 的信号流图。

若从式(1-4)和(1-5)分别写出 x_2 和 x_1 的显式表示,则有

$$x_2 = -\frac{a}{c}x_0 - \frac{b}{c}x_1 \tag{1-8}$$

$$x_1 = -\frac{d}{e}x_0 - \frac{f}{e}x_2 \tag{1-9}$$

由式(1-8)和(1-9)可得出图 1-7 的信号流图。

显然,图 1-6 和图 1-7 是对于方程组(1-4)、(1-5)的等效的非同构图。

应该指出,如果一个变量显式表示一次以上,则作出的信号流图是不正确的。例如,从式(1-4)和(1-5)都写出 x_1 的显式表示:

$$x_1 = -\frac{a}{b}x_0 - \frac{c}{b}x_2 \tag{1-10}$$

$$x_1 = -\frac{d}{e}x_0 - \frac{f}{e}x_2 \tag{1-11}$$

与式(1-10)和(1-11)对应的信号流图(图1-8)是不正确的。

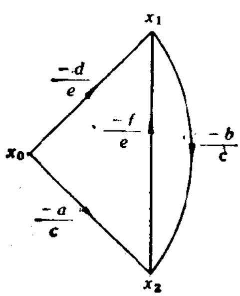

图 1-7

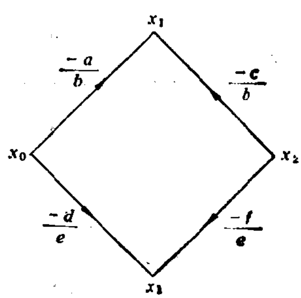

图 1-8

1-3 图的简化规则

在解方程组时,常用迭代法逐步消去一些变量,最后得出方程

组的解。对应地，在信号流图中可以逐步消去节点，最终使图简化为只包括源点和汇点的残图。残图中从源点到汇点的支路传输就是用自变量表示因变量的系数。

下面将阐述几个基本简化规则。

1. 支路并联简化规则

设在节点 x_0 和 x_s 间有 n 条并联(同方向)支路。它们的支路传输值分别为 $t_1, t_2, \cdots, t_n$ (图 1-9)。

图 1-9 对应于方程：

$$x_s = x_0(t_1 + t_2 + \cdots + t_n) = x_0 \sum_{i=1}^{n} t_i \tag{1-12}$$

与式(1-12)对应的图如图 1-10。

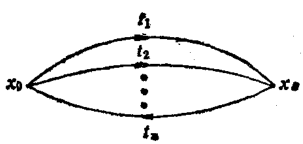

图 1-9

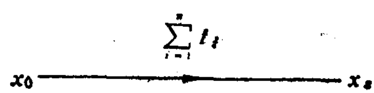

图 1-10

由此可知，n 条同方向的并联支路可用一条支路代替。后者的传输是 n 条支路的支路传输之和。

2. 支路串联简化规则

设在节点 x_0 连续经过 n 条同方向的支路(其支路传输分别为 $t_1, t_2, \cdots, t_n$)而至节点 x_n，如图 1-11。

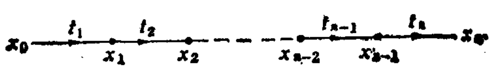

图 1-11

图 1-11 对应于方程组：

$$x_1 = t_1 x_0, \quad x_2 = t_2 x_1, \quad \cdots, \quad x_n = t_n x_{n-1} \tag{1-13}$$

式(1-13)中共有 n 个方程。将第一个方程代入第二个方程，……，第 $n-1$ 个方程代入第 n 个方程，最后可得

$$x_n = t_1 t_2 \cdots t_n x_0 = \left(\prod_{i=1}^{n} t_i\right) x_0 \tag{1-14}$$

与式(1-14)对应的信号流图如图 1-12。

图 1-12

由此可知，n 条同方向的串联支路，可用一条支路代替．后者的传输是 n 条支路的支路传输之积．

3. 支路移动规则——节点的吸收

上面的规则 1.和 2.可分别减少图的支路数和节点数．现在讨论一个更普遍的消除节点的方法．在信号流图中消除节点称为**节点吸收**．吸收一个节点对应于消除一个变量． 考虑某一节点 N，它有 m 条入支路和 n 条出支路． 入支路和出支路的传输分别为 $a_1, a_2, \cdots, a_m$ 及 $b_1, b_2, \cdots, b_n$．如图 1-13 所示。

由图 1-13 可写出下列方程组：

$$x_N = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_m x_m \tag{1-15}$$

$$y_1 = b_1 x_N \tag{1-16}$$

$$y_2 = b_2 x_N \tag{1-17}$$

$$\vdots$$

$$y_n = b_n x_N \tag{1-18}$$

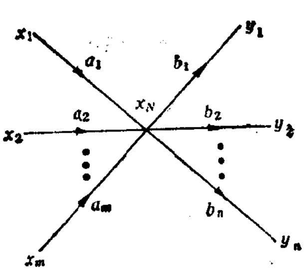

图 1-13

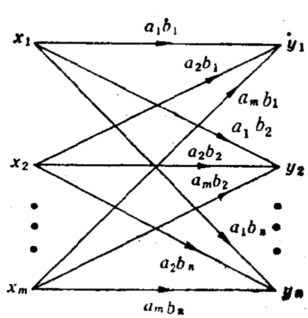

图 1-14

将式(1-15)分别代入式(1-16)、(1-17)及(1-18)，得出

$$y_1 = a_1b_1x_1 + a_2b_1x_2 + \cdots + a_mb_1x_m \qquad (1\text{-}19)$$

$$y_2 = a_1b_2x_1 + a_2b_2x_2 + \cdots + a_mb_2x_m \qquad (1\text{-}20)$$

$$\vdots$$

$$y_n = a_1b_nx_1 + a_2b_nx_2 + \cdots + a_mb_nx_m \qquad (1\text{-}21)$$

方程组式(1-19)—(1-21)对应于下列信号流图(图 1-14)。

在图 1-14 中，节点N已被吸收。这对应于在代数学中用迭代法消去了变量 x_N。实际上，比较图 1-13 和图 1-14 可看出，节点的吸收是支路移动的结果。于是，将上述过程总结成支路移动规则如下：

(1) 要吸收一个入度为 m，出度为 n 的节点，可将该节点的m条入支路分别沿 n 条出支路移动(即移动入支路的末端)。

(2) 入支路的始端不动，其末端移动到该节点的出支路的末端。一条入支路经移动后产生 n 条支路。移动后产生的新支路的支路传输等于被移动的支路和沿其移动的两条支路的支路传输之积。当所有m条支路移动完毕后，节点被吸收，产生了 mn 条新支路。由于节点吸收的结果，增加了 $mn-(m+n)$ 条支路。

实际上，简化规则 2. 是支路移动规则的一个特殊情况。将支路移动规则连续应用于图 1-11 的节点 $x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}$，即可得出图 1-12。

例 1-2。简化图 1-15。

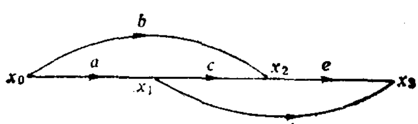

图 1-15

先对节点 x_1 应用规则 3.，然后对支路 ac 和 b 应用规则 1.，再对支路 $(ac+b)$ 和 e 应用规则 2.；最后，对支路 ad 和 $(ac+b)e$ 应用规则 1.，即得到只包括源点 x_0 和汇点 x_3 的残图。简化过程如图 1-16。

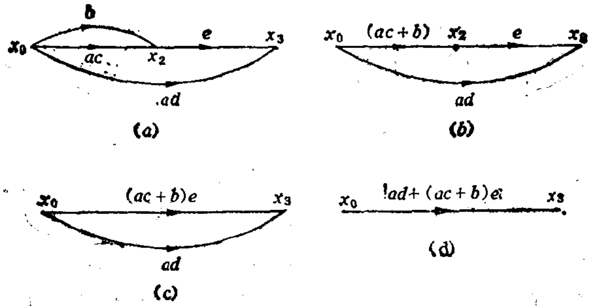

图 1-16

图 1-15 是级联图. 应用简化规则 1., 2., 3., 最后得出了残图. 对于任何级联图,都可利用上述三个简化规则得到残图. 但对反馈图,利用上述简化规则是不够的.

例 1-3. 简化图 1-17. 它是一个反馈图.

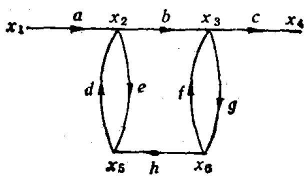

图 1-17

先利用规则 3. 吸收节点 x_2, 再吸收节点 x_3. 简化过程分别如图 1-18(a) 和 (b) 所示.

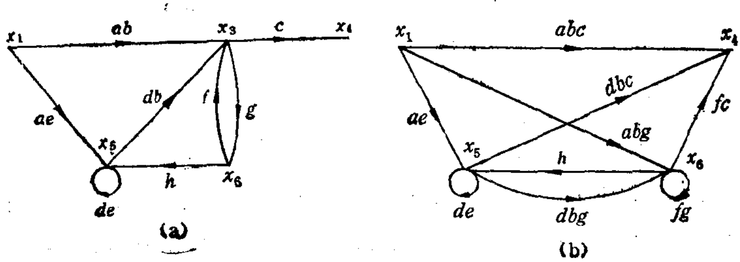

图 1-18