

教育部规划教材

数 学

第一册
(第二版)

全国职业高中数学教材编写组



高等教育出版社

教育部规划教材

数 学

第一册

(第二版)

全国职业高中数学教材编写组

主编 丘维声 主审 严士健

江苏工业学院图书馆
藏书章

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学 第1册/丘维声主编. —2版. —北京:高等教育出版社,1999 (2000 重印)
ISBN 7-04-007578-4

I. 数… II. 丘… III. 高等数学-职业教育;教育教育-教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 18663 号

数学第一册(第二版)

全国职业高中数学教材编写组

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号

邮政编码 100009

电 话 010-64054588

传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 中国青年出版社印刷厂

版 次 1997 年 7 月第 1 版

开 本 880×1230 1/32

1999 年 7 月第 2 版

印 张 13

印 次 2000 年 4 月第 3 次印刷

字 数 360 000

定 价 14.00 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

本书是教育部职业技术教育司委托本书编写组根据新编《职业高级中学(三年制)数学教学大纲(试用)》编写的职业高级中学《数学》教材的第一册(第二版),内容包括大纲规定的集合与逻辑用语、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、向量及选学内容复数共七章。供高中一年级两个学期使用。

本书的内容体系安排合理,加强基础,精选内容,富有弹性,注意渗透数学的思维方式,培养学生分析问题的能力,重视数学知识的应用。全书文笔流畅,说理清楚,结构严谨,通俗易懂,例题丰富,版式活泼。

本书既可作为职业高中的数学教材,也可供普通高中作为数学教材或教学参考书。

第二版前言

本套教材第一册自 1997 年 7 月出版以来,受到广大读者的关注。许多读者反映本书“很有特色”,“结构性强,理论性强并且通俗易懂”,“内容严谨,深入浅出”,“重点突出,讲练结合好”,“能从实际例子中很自然地引出一般概念,使学生容易学,容易懂”,“课本中例题的选择颇有新意”,“思考题的插入能帮助学生更好地理解概念”,“课本内容突出应用”,“每一章的小结写得较系统,可读性强,有利于学生掌握各章的主要内容”等。有的读者还提出了一些宝贵意见。借此机会,我们向广大读者表示衷心感谢。

第一册的第二版主要对下列几处内容作了一些修改:第二章 § 1.1 删去了用楷体字排印的内容。第三章 § 1.2 从复习初中课本关于函数的定义,逐渐提高到现代数学关于函数的定义,这样做既观点高,又使学生容易接受。把反函数从第四章 § 4 移至第三章 § 1.7,这样我们在第四章 § 3.2 运用反函数图象的性质,从指数函数 $y = 2^x$ 的图象,用“折纸法”描出了对数函数 $y = \log_2 x$ 的图象,显得直观易懂。第四章的 § 3 与 § 4 合并成一节,其中的小节的安排次序有变动。第三章 § 2.1 关于一元二次函数的性质和图象,第四章 § 2 关于指数函数的性质和图象,经过修改后,既严谨又易教好学。第三章 § 2.2 用图象法解一元二次不等式,归结为只要研究 $a > 0$ 的情形,减轻了学生的负担;还总结出了一般规律。第五章 § 2.2 关于正弦线和余弦线,经过修改后,更简洁易懂。第五章 § 2.4 中诱导公式的推导经修改后更简单。第五章 § 5.1 增加了平面上两点间距离公式的证明(因为现在的初中数学教材已删去了这一公式)。第六章 § 3.2,在有序实数对组成的集合中,规定了加法、减法、数量乘法运算,从而使得用坐标作向量的运算,书写起来更简便。

本书的责任编辑,高等教育出版社数学室的胡乃冈同志为第一册第二版的编辑出版付出了辛勤劳动,编者向他表示衷心感谢。

热欢迎广大读者对本套教材提出宝贵意见。

丘维声

1999 年 4 月于北京大学

序 言

国家教育委员会职业技术教育司委托我们,编写与国家教委新近颁发的《职业高级中学(三年制)数学教学大纲(试用)》配套的数学教材。我们编写组由大学教授,职业高中和普通高中的高级教师组成。编写组的大多数成员参加了上述教学大纲的审定或编写工作。主编还参加了《全日制普通高级中学数学教学大纲(供试验用)》的编写工作。因此我们在编写这套教材时,既使它与职业高中数学教学大纲配套,又使它与普通高中新的数学教学大纲规定的教学内容吻合。从而这套教材既是职业高中的数学教材,又可作为普通高中的数学教材或教学参考书。

职业高中的学生为什么要学习数学呢?这是人们关心的问题。容易想到,职业高中学生学习数学,是为了给专业课程提供必要的数学工具,因为数学是科学和技术的基础,许多专业课程都离不开数学。我们认为除了这条理由外,还有一条重要的理由,即提高学生的数学文化素质,培养学生分析问题的能力。当今世界,数学已经不再仅仅是科学的语言,它已经渗入到社会各个领域。譬如,北京市天气预报使用了“降水概率”这个数学概念;医生给病人做的心电图就是数学中经常使用的“函数的图象”;经济领域中使用的“供给函数”、“需求函数”,以及如何作出决策等等都用到数学。因此作为现代社会的一个公民,数学的读写能力将逐渐变得与语文的读写能力一样重要。放眼 21 世纪,提高学生的数学文化素质便成为中等教育的重要任务之一。数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学。最近 10 年,数学又被人们称为模式和秩序的科学。本人认为前一句话讲的是数学研究的对象,而后一句话则侧重于讲数学的思维方式。从客观现实的现象中抓住其主要特征,抽象出概念,建立数学模型,然后通过逻辑推理揭示其内在规律,从而使纷繁复杂的现象变得井然有序,这正是数学的独特思维方式。一套好的数学教材将使受到数学的思维方式的熏陶,将使分析问题的能

力得到提高,这对他们毕业后的工作将带来莫大好处。

我们编写的这套数学教材有哪些特色呢?概括地说,这是一套与《职业高级中学(三年制)数学教学大纲(试用)》配套的教材,是面向 21 世纪,立足于高中数学教学改革的教材。具体地说有以下几个方面:

我们运用现代数学的观点审视高中数学的教学内容,结合考虑现代社会和现代科技发展的需要,改革高中数学的教学内容体系。我们把职业高中数学教学大纲规定的内容分成四部分:第一部分是数学的语言,它包括集合、逻辑用语、映射。第二部分是研究确定性的数量关系,包括:函数、不等式、数列、排列、组合、二项式定理。第三部分是研究空间形式,包括向量、平面解析几何、立体几何。第四部分是研究不确定性的数量关系(在大量现象中才呈现规律的数量关系),即概率与统计。集合的语言贯穿全书自不待说,本套教材还把逻辑用语:且、或、非、如果…那么…、等价、当且仅当、充分必要条件贯穿全书。例如,用“等价($\Leftrightarrow$)”的语言来叙述求函数的定义域,解不等式等,使得有关问题的叙述既准确,又简洁。我们在第三章 §1 介绍了映射的概念后,在以后各章都使用了映射的语言。而传统的高中数学教材则很少运用映射的语言。应当指出的是,映射是现代数学的最基本的概念之一。我们还运用向量的工具改革了平面解析几何和立体几何的内容体系,使得它们变得更容易学。在每一章的内容体系的安排上,由于我们站在高处,因此对教学内容的内在联系看得透彻,从而使每一章的内容的布局更合理,条理更清晰,更便于教和学。

我们在编写这套教材时,既立足于改革,又要使所讲述的内容容易被职业高中学生接受。譬如,在讲映射的概念时,从学生熟悉的分配座位、分配宿舍等日常生活的例子引出映射的概念。而且我们严格地掌握了“度”:在引进映射的概念后,只要求学生知道它是什么意思就够了,不再进一步介绍映射的有关内容。例如,我们没有介绍单射、满射的概念。我们在写逻辑用语一节时,也非常注意使这部分内容容易被职业高中学生理解。为了使这套教材易教好学,我们深入浅出地讲述内容,还举了不少例子,习题没有偏题、怪题,都是抓住基本内容来训练。

我们编写的这套教材注重加强基础,精选内容。我们着眼于信息

时代的需要,从现代数学的观点来精选基础内容。一方面,我们把传统的中学数学中至今仍很有用的基础知识选入教材,并且进行了清晰的讲解,而删去了用处不大的内容(包括用处不大的习题)。另一方面,我们拓宽了基础,把信息社会需要的,现代数学的最基础的一些内容写进了教材。例如,逻辑用语、映射的概念、向量、概率与统计的基础知识等。我们认为,加强基础的含义不能只是让学生反复做练习,还应当重视基本概念,掌握基本结论。对于基本结论要知其然而且知其所以然,不能只是死记,应当在理解的基础上记忆。讲基本概念和基本结论时,一开始要向学生讲为什么要学习这一内容,使学生了解学这部分内容的目的,引发学生的学习兴趣和。例如,我们在教材的第六章 § 2 讲向量的坐标表示时,一开始我们写道:“向量用有向线段来表示,具有直观性强的优点。这一节和下一节我们要介绍表示向量的第二种方法:用坐标表示向量,并且介绍如何利用坐标来作向量的线性运算。向量的这两种表示方法互相配合,使得向量在解决数学问题、物理问题和许多实际问题中发挥出很大的威力。”接着在 § 2.1 的一开头我们写道:“为了介绍轴上向量及其坐标表示,这一小节我们先来讨论,与一个非零向量共线的向量具有什么样的形式?”在 § 3.1 的第一段,我们写道:“为了得出平面向量的坐标表示,我们需要先研究平面向量的特点。”这就使学生知道,我们为什么要讲向量的坐标表示,为什么要讲与一个非零向量共线的向量的特点,为什么要讲平面向量分解定理。从而激发学生求知的渴望,专心听老师讲这些基础内容。毫无疑问,学数学必须做题,不做题是掌握不了基本概念和基本结论的。但是我们不能只是让学生套题型做题,那无助于掌握基本概念和基本结论,无法培养学生分析问题的能力。我们应当让学生在基本理论的指导下,经过自己的分析,运用基本概念和基本结论去做题,这样才能培养出分析问题的能力。为了让学生能通过自己的分析去做题,老师在讲课时就要作出示范:对于基本结论要经过分析讲出这个结论是怎样得出来的;对于例题,要经过分析讲出解题的思路。我们写的教材就是尽可能这么做的。

我们在写这套教材时,渗透了数学的思维方式,以便使学生提高数学素质,培养分析问题的能力。我们每讲一个数学概念,都是先讲一

些实际例子,然后从中引出一般的概念。这既是为了使学生容易接受,而且也是渗透了“从客观现象中抓住其主要特征,抽象出概念,…”这一思维方式。如果从一开始就定义某个概念,容易使学生误认为数学概念是人为地规定的。我们在写教材时很注意数学思维的严密性。例如,讲指数函数 $y = 2^x$ 的图象和性质,传统的教材是列出若干对 x, y 的值,描点,连线,然后便从所画出的图象上观察 $y = 2^x$ 的性质。这种做法是不确切的,因为仅从描出的几个点,怎么知道当 x 很大时, $y = 2^x$ 的图象不会下降呢?我们的做法是,先分析 $y = 2^x$ 的性质,然后再描点作图。只有我们对函数的性质有所了解后,才有可能较准确地连接所描出的几个点。这是数学的严密思维方式的一个体现。数学课程的特点是要讲道理,因为数学的思维方式是要通过逻辑推理对所建立起来的模型进行分析,揭示其内涵。通过讲道理,可以培养学生分析问题的能力。一堂好的数学课的魅力在于把其中的道理讲得深入浅出,娓娓动听,逻辑性强。因此数学教材应当把道理讲清楚,讲准确,同时针对学生的特点,要讲得使学生能听懂。我们在写这套教材时力求做到这些。

这套教材的特点还在于重视应用。对于职业高中的学生,主要是培养他们的应用意识。为此一方面我们把前面学的内容尽可能在后面的章节中加以使用。如第三章 §1 讲了函数的单调性、奇偶性,在后面讲二次函数、指数函数、对数函数、三角函数时,就运用单调性、奇偶性去讨论这些函数的性质,并且利用单调性和对称性作图象。第六章讲了向量,后面讲平面解析几何,立体几何时就运用向量的工具来处理。另一方面,我们在教材中还举了一些例子,说明如何把所学的数学知识应用到物理学科、经济领域以及社会生活中。

我们编写的这套教材有很大的弹性。正文中用宋体字排印的内容,是职业高中各专业(工科)都应达到的基本要求,即教学大纲中所说的 A 要求。正文中用楷体字排印的内容,大部分是供 B 要求用的,但是有小部分内容不作为 B 要求的基本内容,而是选学内容(这些我们在教学参考书中将作详细说明)。第三章 §4 以及第七章是选学内容,既不作为 A 要求,也不作为 B 要求。练习题和复习题中,不加“*”的题供 A 要求使用。不加“*”的题和加“*”的题合起来供 B 要求使用。全书

内容(包括宋体字和楷体字排印的,以及选学内容)和全部习题可供普通高中作为教材或教学参考书。

这套教材力求写得文字流畅,具有可读性,使学生读数学书也能津津有味而不觉枯燥,以便提高学生的阅读能力。同时每一章后面都有小结,便于学生掌握每章重点。

这套教材在有关章节,讲查表的同时也讲了使用计算器。计算器类型不同,使用的方法会有些差别。本教材所用的是CASIO 计算器。

我们在教材中使用数学术语时注意了与现代数学文献衔接,例如,表示集合的描述法等。教材中使用的数学符号采用“国标”,例如自然数集 $\mathbf{N}$ 包含 0,角 α 的正切记作 $\tan \alpha$,而不是 $\operatorname{tg} \alpha$;角 α 的余切记成 $\cot \alpha$,而不是 $\operatorname{ctg} \alpha$; A 是 B 的真子集记成 $A \subsetneq B$,而不是 $A \subset B$;等等。

本教材凡是居中的公式或叙述,句末都省略了标点符号。

本套教材由丘维声任主编。参加第一册编写工作的有(按姓氏笔划为序):王汉华,方绮綵,丘维声,张安禄,黄庆昌,康树棠。

本套教材由著名数学家、北京师范大学严士健教授主审。参加第一册审稿会议的有(按姓氏笔划为序):严士健,李庆华,郑大卫,胡乃罔,张燕菱,顾平声,徐可,焦来宪等同志。参加第一册教材研讨会议的有:王汉华,王振强,方绮綵,李庆华,张安禄,綦平,陆泽贵等同志。这两次会议分别对第一册初稿和修改稿提出了许多改进意见,编者向他们表示衷心感谢。

本书的责任编辑,高等教育出版社数学室胡乃罔同志为本书的编辑出版做了大量工作,付出了辛勤劳动,编者向他表示衷心感谢。

本书可能会有考虑不周和疏漏之处,热诚欢迎同行和读者批评指正。

丘维声

1997 年 5 月于北京大学

目 录

第一章 集合与逻辑用语	1
§ 1 集合	1
§ 2 逻辑用语	19
第一章小结	38
第二章 不等式	43
§ 1 不等式的性质	43
§ 2 不等式的解法	48
§ 3 不等式的证明	60
§ 4 不等式的应用	66
第二章小结	71
第三章 函数	75
§ 1 函数的概念和性质	75
§ 2 一元二次函数	103
§ 3 函数的实际应用	118
* § 4 一元多项式	125
第三章小结	131
第四章 指数函数与对数函数	143
§ 1 指数概念的推广	143
§ 2 指数函数	149
§ 3 对数函数	155
§ 4 指数方程和对数方程	167
§ 5 指数函数与对数函数的应用	170
第四章小结	175
第五章 三角函数	185
§ 1 角的概念与角的度量	185

§ 2 三角函数的概念和三角函数值的计算	193
§ 3 三角函数的性质和图象	214
§ 4 已知三角函数值,在指定区间内求其对应的角	240
§ 5 两角和与差的三角函数	251
§ 6 三角函数的应用	267
§ 7 解三角形	275
第五章小结	284
第六章 向量	299
§ 1 向量的概念及其运算	299
§ 2 轴上向量的坐标	316
§ 3 平面向量的坐标	322
§ 4 向量的内积	334
§ 5 向量的应用	343
第六章小结	349
* 第七章 复数	355
§ 1 复数的概念和运算	355
§ 2 复数的几何表示	365
§ 3 复数的三角形式	371
§ 4 复数的指数形式	381
§ 5 复数的应用	383
第七章小结	394

第 一 章

集合与逻辑用语

这一章我们来介绍集合和逻辑用语,它们是数学中最常用的语言.学好这一章不仅有助于准确理解以后各章的内容,而且对于学习计算机科学以及日常生活中的交谈都有好处.

§ 1 集 合

1.1 集合与元素

同学们到职业高中来学习,要组成一个班集体.我国参加第 26 届奥林匹克运动会的运动员、教练员、领队、工作人员等组成中国体育代表团.当我们用圆规画一个以点 O 为圆心,半径为 2 cm 的圆时,可以看到这个圆是由与点 O 的距离为 2 cm 的点组成的图形.

从上面的例子看到,无论在日常生活中,还是数学中,常常要考虑由一些对象组成的整体.我们用集合这个词来表达它,即

集合是指由一些事物组成的整体,而这些事物中的每一个称为这个集合的一个**元素**.

在上面的例子中,职业高中的一个班就是一个集合,这个班的每个同学就是这个集合的一个元素.参加第 26 届奥林匹克运动会的中国体育代表团是一个集合,每位运动员(或教练员、工作人员)是这个集合的一个元素.以点 O 为圆心、半径为 2 cm 的圆是一个集合,这个圆上的每一个点是该集合的一个元素.

让我们再看几个例子.

某商场家用电器专柜陈列的各种电视机组成一个集合,每一台电

视机是这个集合的一个元素.

所有自然数组成一个集合,每个自然数是该集合的一个元素.

思考:你能举出集合的一个例子吗?该集合的元素是什么呢?

从以上例子我们看到:

(1) 组成集合的事物都是确定的.例如,参加第 26 届奥林匹克运动会的中国体育代表团,谁是这个代表团的成员,谁不是成员,都是明确的.

(2) 由一些事物组成集合时,每个事物不要重复出现.例如,某职业中学高一(1)班,在这个班的花名册上每位同学的名字只出现一次.

(3) 由于集合是由一些事物组成的整体,因此不去考虑这些事物的排列次序.例如,由自然数 1,2,3 组成的集合与由 2,1,3 组成的集合是同一个集合.

集合通常用大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示.几个经常遇到的集合,用固定字母的黑体表示:

所有自然数(即非负整数)组成的集合用 $\mathbf{N}$ 表示,称为**自然数集**或**非负整数集**;

所有正整数组成的集合用 $\mathbf{N}^*$ 表示,称为**正整数集**;

所有整数组成的集合用 $\mathbf{Z}$ 表示,称为**整数集**;

所有有理数组成的集合用 $\mathbf{Q}$ 表示,称为**有理数集**;

所有实数组成的集合用 $\mathbf{R}$ 表示,称为**实数集**.

集合的元素通常用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示.

给了一个集合 A ,如果 c 是 A 的元素,就说 c **属于** A ,记作

$$c \in A$$

如果 d 不是 A 的元素,就说 d **不属于** A ,记作

$$d \notin A \quad (\text{或 } d \notin A)$$

例如,由于 3 是自然数,于是 $3 \in \mathbf{N}$;而 -2 不是自然数,于是 $-2 \notin \mathbf{N}$.

思考:你能用符号 $\in$ 或 $\notin$ 正确填入下列空格吗?

15 _____ $\mathbf{N}$; -7 _____ $\mathbf{N}$; -10.5 _____ $\mathbf{Q}$

$$\sqrt{2} \text{ ______ } \mathbf{Q}; \quad \frac{1}{2} \text{ ______ } \mathbf{Z}; \quad \pi \text{ ______ } \mathbf{R}$$

如果一个集合只含有限多个元素,就称它为**有限集**.例如,某职业中学高一(1)班是有限集.

如果一个集合含有无穷多个元素,就称它为**无限集**.例如, $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 都是无限集.

为了讨论问题的方便,我们需要考虑不含任何元素的集合,称它为**空集**,用符号 $\emptyset$ 表示.例如,由大于 2 且小于 3 的整数组成的集合是空集.

练习

1. 下面所说的事物哪些能组成集合?该集合的元素是什么?

- (1) 某电视机厂 1996 年第二季度生产出厂的电视机;
- (2) 小于 1 亿的自然数;
- (3) 接近零的数;
- (4) 某职业高中技能较好的同学.

2. 判断下列各题所表示的关系是否正确:

- (1) $7 \in \mathbf{N}$; (2) $-5 \in \mathbf{Z}$; (3) $0.5 \in \mathbf{Q}$;
(4) $\sqrt{5} \in \mathbf{Q}$; * (5) $\sqrt{-1} \in \mathbf{R}$; * (6) $0 \in \emptyset$.

3. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填入空格:

- (1) $\frac{1}{5}$ ______ $\mathbf{Z}$; (2) 1.4142 ______ $\mathbf{Q}$;
(3) -19 ______ $\mathbf{N}$; (4) $\sqrt{7}$ ______ $\mathbf{R}$.

* 4. 分别举出一个有限集、无限集、空集的例子.

1.2 集合的表示法

如何把一个集合简明扼要地表示出来呢?

1. 列举法

容易想到的方法是,把一个集合的元素一一写出来,并且把它们放在一个大括号内,这种表示集合的方法叫做**列举法**.加大括号的理由是

因为集合是指由这些元素组成的整体.

例如, 自然数 2, 4, 6, 8 组成的集合可以表示为

$$\{2, 4, 6, 8\}$$

又如, 参加第 26 届奥运会的中国女子乒乓球队(由运动员组成的集合), 可以表示为

$$\{\text{邓亚萍}, \text{乔红}, \text{刘伟}, \text{乔云萍}\}$$

注意: 用列举法表示一个集合时, 每一个元素只要写一次, 不要重复写. 例如, 上述第 2 个例子里, 每个运动员的名字只写一次.

由于集合是指由一些事物组成的整体, 因此不去考虑这些事物的排列次序. 从而用列举法表示一个集合时, 元素的次序可以随便排. 例如, 上述第 2 个例子的集合也可以表示成

$$\{\text{乔云萍}, \text{邓亚萍}, \text{刘伟}, \text{乔红}\}$$

思考: 你能用列举法表示你所在的小组吗?

让我们再看几个例子.

方程 $x - 5 = 0$ 的所有解组成的集合(简称为**解集**), 表示成

$$\{5\}$$

注意: $\{5\}$ 表示一个集合, 而 5 是这个集合的元素, 不要把它们混淆. 它们之间的关系为

$$5 \in \{5\}$$

方程 $(x - 1)(x + 3) = 0$ 的解集, 可以表示为

$$\{1, -3\}$$

有的集合含元素较多, 甚至可能是无限集, 用列举法表示这种集合时, 可以写出几个元素作为代表, 其它元素用省略号表示. 要注意写出的元素必须使人明白省略号的意义. 例如, 前 100 个正整数组成的集合可以表示成

$$\{1, 2, 3, \dots, 100\}$$

2. 描述法

列举法表示集合的好处是一目了然, 但是有些集合无法用列举法表示. 例如, 由大于 -2 的一切实数组成的集合, 我们无法把它的元素一一写出来. 怎样简明扼要地表示这个集合呢? 我们先抓住这个集合的