

# 电 子 学

第 一 卷

〔苏〕B. И. 加 波 诺 夫 著  
楼 格 陆家和 刘友婴等译

高 等 教 育 出 版 社

本书系根据苏联国立物理数学出版社(Физматгиз)1960年出版的 В. И. 加波諾夫(Гапонов)著的“电子学”(Электротехника)第一卷翻译的。

本卷阐述电子学的物理基础。全卷包括带电粒子在电场和磁场中的运动、电子发射和气体中的电流三章。

本书可作综合大学无线电系师生的参考书, 亦可供从事电子学的科技人员参考。

本书第一章由楼 格翻译, 第二章由陆家和、孟昭英、冯庆延、江剑平、承 欢翻译, 第三章由刘友婴、白鹤翔、席光康翻译。

# 电 子 学

## 第一卷

---

[苏] В. И. 加波諾夫著

楼 格、陆家和、刘友婴等译

北京市书刊出版业营业许可证出字第119号

高等教育出版社出版(北京景山东街)

人民教育印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

---

统一书号 K10010·118 开本 850×1168<sup>1</sup>/<sub>32</sub> 印张 16<sup>1</sup>/<sub>16</sub>

字数 443,000 印数 10,000 定价(7) 1.80

1965年10月第1版 1965年10月北京第1次印刷

# 目 录

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 序 .....                           | v   |
| 第一章 带电粒子在电场和磁场中的运动 .....          | 1   |
| § 1. 电子弹道学和电子光学 .....             | 1   |
| § 2. 带电粒子在均匀场中的运动 .....           | 15  |
| § 3. 在均匀平面场中带电粒子的偏转和聚焦 .....      | 25  |
| § 4. 电真空器件中电场的计算和实验测定 .....       | 36  |
| § 5. 静电电子透镜和电子镜 .....             | 42  |
| § 6. 磁电子透镜和电磁电子透镜 .....           | 66  |
| § 7. 电子透镜的像差 .....                | 80  |
| § 8. 电子轨迹的绘制 .....                | 88  |
| § 9. 空间电荷限制的电流 .....              | 98  |
| § 10. 初速相同的平行电子流 .....            | 113 |
| § 11. 电子射线中的空间电荷 .....            | 124 |
| 第二章 电子发射 .....                    | 135 |
| § 12. 金属和半导体中的电子 .....            | 135 |
| § 13. 金属和半导体的电导率 接触电位差 .....      | 160 |
| § 14. 金属的热电子发射 .....              | 179 |
| § 15. 金属表面具有加速场时的热电子发射 场致发射 ..... | 196 |
| § 16. 薄膜热电子阴极 .....               | 208 |
| § 17. 发射的“斑点性” .....              | 222 |
| § 18. 氧化物阴极和其他非金属热阴极 .....        | 228 |
| § 19. 金属的光电发射 .....               | 248 |
| § 20. 介质和半导体的光电发射 实用光电阴极 .....    | 265 |
| § 21. 纯金属的发射常数 实用热电子阴极的特性 .....   | 277 |
| § 22. 金属的次级电子发射 .....             | 293 |
| § 23. 离子发射和表面电离 .....             | 312 |
| 第三章 气体中的电流 .....                  | 319 |
| § 24. 气体放电中带电粒子的出现和消失 .....       | 319 |
| § 25. 气体中电子和离子的定向运动 .....         | 344 |
| § 26. 非自持放电和自持放电的着火 .....         | 361 |
| § 27. 气体放电等离子区 .....              | 381 |

---

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| § 28. 辉光和弧光放电.....             | 394 |
| § 29. 气体放电的正柱和阳极区.....         | 417 |
| § 30. 高气压下的弧光放电 电晕放电和火花放电..... | 446 |
| <b>附录</b> .....                | 464 |
| § I. 轴对称场.....                 | 464 |
| § II. 位阱中的电子.....              | 470 |
| § III. 气体运动論的补充知識.....         | 479 |
| § IV. 电子气的統計学.....             | 491 |
| § V. 图表与常用物理量.....             | 504 |
| 文献.....                        | 507 |

# 第一章 带电粒子在电场和磁场中的运动

## §1. 电子弹道学和电子光学

**1. 电子的电荷和质量** 电子学作为科学技术的一个特殊部门是于十九世纪末叶开始形成的, 那时几乎同时发现了伦琴射线[伦琴(Röntgen), 1895 年]、发明了电子束管[布劳恩(Braun), 1897 年]和发表了(1897 年)汤姆逊(J. J. Thomson)的研究。汤姆逊的研究指出, 以前发现的阴极射线是以往未曾观察到的物质粒子(电子)流。汤姆逊测定了电子的荷质比  $\frac{e}{m_0}$  ( $m_0$  是缓慢运动的电子的质量, 实际上等于其静止质量), 而稍后密立根(Millikan) 用油滴法测定了电子电荷  $e$ <sup>①</sup>。目前,  $e$ 、 $\frac{e}{m_0}$  和  $m_0$  采用下列各值:  $e = 4.802 \times 10^{-10}$  静电单位  $= 1.601 \times 10^{-19}$  库仑,  $\frac{e}{m_0} = 5.273 \times 10^{17}$  静电单位  $\cdot$  克 $^{-1} = 1.759 \times 10^8$  库仑克 $^{-1}$ ,  $m_0 = 9.107 \times 10^{-28}$  克。

设电子通过加速电压  $U$  后的速度为  $v$ 。速度为  $v$  的电子的质量以  $m_v$  表示, 并利用能量和质量的相互关系 (能量等于质量乘以光速  $c$  的平方), 可以写出

$$m_v c^2 = m_0 c^2 + eU. \quad (1.1)$$

另一方面,  $m_v$  和  $m_0$  之间有下列的关系

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}. \quad (1.2)$$

---

① 汤姆逊和密立根的实验, 以及最近关于测量  $e$  和  $\frac{e}{m_0}$  的比较精确的实验, 见普通物理教程。

能量和质量的关系以及说明质量与速度的关系的公式 (1.2) 是相对论的最重要结果, 而大家知道, 在对核反应和对高速粒子的观测中这点完全可靠地获得了证实(文献 A. 1, 第二卷, 第二十一章及第二十七章; 文献 A. 2, 第三卷, 第二十五章和第三十二章)。

从公式(1.1)和(1.2), 得到电子动能  $K$ :

$$K = eU = m_v c^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right]. \quad (1.3)$$

令  $v_0$  表示电子质量与速度无关时的电子速度。显然

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m_0}} = 5.93 \times 10^7 \sqrt{U} [\text{厘米} \cdot \text{秒}^{-1}], \quad (1.4)$$

$U$  以伏特为单位。从式(1.3)和(1.4)得到经相对论修正的速度  $v$ :

$$v = c \left[ 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{v_0^2}{2c^2}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.5)$$

变换公式(1.5)和(1.2), 使其能直接用加速电压代入, 以计算  $v$  和  $m_v$ 。把  $v_0^2 = \frac{2e}{m_0} U$ , 和数值  $c = 3 \times 10^{10}$  厘米·秒<sup>-1</sup>,  $\frac{e}{m_0} = 5.273 \times 10^{17}$  静电单位·克<sup>-1</sup>代入, 并取伏特为  $U$  的单位, 就得到:

$$v = 3 \times 10^{10} \left[ 1 - \frac{1}{(1 + 1.957 \times 10^{-6} U)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \text{厘米} \cdot \text{秒}^{-1}, \quad (1.5a)$$

$$m_v = m_0 (1 + 1.957 \times 10^{-6} U). \quad (1.2a)$$

公式(1.2)、(1.2a)、(1.5)和(1.5a)可用来计算质量和速度的相对论修正。例如, 当  $U = 3000$  伏特时, 速度的相对论修正约为 0.43%。在电真空器件中, 电压往往高于 3000 伏特, 于是在作精确计算时必须引入相对论修正。

表 1 所示为各种加速电压下的  $v$  和  $\frac{m_v}{m_0}$  的值。

电子可以处于自由态,也可以是原子的组成部分;因此,电子是比原子还要小的粒子。对电子的惯性质量的性质作某些假设后,便可以定量地估计出它的大小。

从电动力学中知道,当电子被加速时,由于其磁场改变而出现了电场,它作用于电子的力的方向与加速方向相反。由此可见,电子的质量具有(即使是部分地具有)电磁的性质。

表 1 速度  $v$ , 比值  $\frac{m_v}{m_0}$  和电子波长  $\lambda_e$ .

| 加速电压<br>伏特          | $v \times 10^{-10}$<br>厘米·秒 <sup>-1</sup> | $\frac{m_v}{m_0}$ | $\lambda_e$ , 埃 |
|---------------------|-------------------------------------------|-------------------|-----------------|
| 1                   | 0.005932                                  | 1.0000020         | 12.26           |
| 10 <sup>2</sup>     | 0.05932                                   | 1.0001957         | 1.226           |
| 3 × 10 <sup>3</sup> | 0.324                                     | 1.00587           | 0.2237          |
| 10 <sup>4</sup>     | 0.5846                                    | 1.01957           | 0.1220          |
| 5 × 10 <sup>4</sup> | 1.237                                     | 1.0978            | 0.05355         |
| 10 <sup>5</sup>     | 1.644                                     | 1.1957            | 0.0370          |
| 5 × 10 <sup>5</sup> | 2.588                                     | 1.9785            | 0.0142          |
| 10 <sup>6</sup>     | 2.822                                     | 2.957             | 0.0087          |
| 10 <sup>7</sup>     | 2.995                                     | 20.57             | 0.00118         |

如果把电子想象成粒子,并假定它具有球的形状,球的半径为  $r$ ,那么电子的电磁质量[文献 A. 3, 第一卷, 第一章]为

$$m_{e,M} = k \frac{e^2}{rc^2}, \quad (1.6)$$

$k$  是约为 1 的系数,其精确值视电荷在球体内的分布而定。例如,当电荷作面分布时,  $k = \frac{2}{3}$ , 当它作均匀体分布时,  $k = \frac{4}{5}$ 。因为不能肯定地说出电子电荷的体分布,所以很自然,在估计量  $r$  时,认为  $k=1$ 。如果现在按照汤姆逊早在 1881 年提出的看法,认为所有用实验测出的电子质量  $m_0$  都是电磁性质的,那么  $m_{e,M} = m_0$ , 并从式(1.6)得到

$$r = \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2.8 \times 10^{-13} \text{ 厘米。} \quad (1.7)$$

这样求得的  $r$  叫做电子的经典半径。这个名称的由来是，在量子物理学以前的经典物理学的概念中，电子只是大小约为  $10^{-13}$  厘米的粒子。

**2. 电子的波动性** 近几十年来，物理学的主要成就之一是发现了电子的波动性。在这以前，先发现了光学里的波动性。

在本世纪初所形成的光的两重性的坚定信念，是光学说发展的最重要的总结。业已确定，电磁辐射同时具有波动性和光子流的性质，而且在不同的实验条件下，这两种性质之一可以占据优势，以致在解释该实验时对另一性质可以完全不管。例如，在解释光电发射的基本规律（无惯性，爱因斯坦定理）时，辐射可以看成为光子流，而无视辐射的波动性；相反，在光的衍射理论中，可以完全不提到光子。正如所说，在某些情况下，必须采用波动的描述，而在另外一些情况下，则用粒子的描述。

如果在波动的描述中，频率  $\nu$  和波长  $\lambda$  是特征量，那么光子则用能量  $W$  和动量  $p$  来表征。这些量之间的关系是易于确定的。一方面，

$$W = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \quad (1.8)$$

另一方面，能量与质量的关系是

$$W = mc^2,$$

又因为光子以速度  $c$  运动，故其动量为

$$p = mc = \frac{W}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (1.9)$$

在1924年，法国物理学家德波罗利(L. de Broglie)提出一个看法：认为在光学中牢固地确立的波-粒子双重性，对物质粒子（其中包括电子在内）也应该显示出来。德波罗利假定  $p = \frac{h}{\lambda}$  关系对任何物质粒子



都适用, 并因此而假定质量为  $m$  以速度  $v$  运动的粒子“相应于”波长

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (1.10)$$

或者, 用  $W$  表示粒子的总能量, 用  $\Pi$  表示其位能, 则得

$$\left. \begin{aligned} K = \frac{mv^2}{2} = W - \Pi; \quad v = \sqrt{2 \frac{W - \Pi}{m}}; \\ \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(W - \Pi)}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

对于自由粒子, 即不受外力场的作用而运动的粒子, 可得

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mW}} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}. \quad (1.12)$$

不同速度的电子的波长列在表 1 中。在速度不大即  $v \approx v_0$  时, 可用下式来求电子波长:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em_0U}} \quad (1.13a)$$

$$\text{或} \quad \lambda = 10^{-8} \sqrt{\frac{150}{U}} [\text{厘米}] = 12.25 \frac{1}{\sqrt{U}} \text{埃}, \quad (1.13b)$$

式中  $U$  是加速电压, 单位为伏特。

在高速情况下, 计及相对论修正后, 就应该用公式

$$\lambda = \frac{12.25}{\sqrt{U}} \frac{1}{\sqrt{1 + 0.978 \times 10^{-6} U}} \text{埃} \quad (1.14)$$

代替式(1.13b)。

由此可见, 约在数百伏特的电压下, 电子波长就接近于晶体中的原子间距。这就是说, 当电子从晶体上反射以及通过晶体时, 必定会发生衍射现象, 也就是早先对伦琴射线也发现过的现象。

最初用电子束, 后来用分子束、质子束以及中子束所作的无数实验, 完全证实了德波罗利的想法及公式(1.10)的正确性 [文献 A. 1, 第二卷, 第二十五章; 文献 A. 1 和 3, 第一卷, 第十章]。

对于慢电子, 德波罗利关系式:

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v},$$

$v$  表示电子的速度。用光学的术语来说, 波长和速度之间的这个关系说明电子波具有色散, 它们的群速不同于相速。在量子物理学中, 粒子的速度等同于群速  $v_{zp}$ 。下述原因可以作为这种等同性的根据之一: 在空间占有不大范围的经典物理学粒子, 可以很自然地用这样一个波动过程来比拟, 这一波动过程的振幅, 只在很小范围内才算是大的, 而对所有的其余空间来说则几乎等于零。这就是所谓波包。频率连续改变的波, 叠加起来形成了波包, 它在空间移动的速度等于群速。这个假设的另一根据, 我们马上就可加以证明。群速  $v_{zp}$  可写成

$$v_{zp} = v_\phi - \frac{dv_\phi}{d\lambda} \lambda,$$

$v_\phi$  为相速[见文献 A. 1, 第二卷, 第十九章, 或文献 A. 2, 第一卷, §105]。因为  $\lambda\nu = v_\phi$ , 故

$$v_{zp} = \lambda\nu - \lambda \frac{d(\lambda\nu)}{d\lambda} = -\lambda^2 \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{d\nu}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)}.$$

设电子速度  $v$  等于群速, 则有

$$v = v_{zp} = \frac{d\nu}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{d\nu}{d\left(\frac{m_0 v}{h}\right)} = \frac{h}{m_0} \frac{d\nu}{dv};$$

$$m_0 v dv = h d\nu.$$

积分上面的后一等式, 得能量

$$W = \frac{m_0 v^2}{2} = h\nu. \quad (1.15)$$

所得的电子能量的公式与光子能量的公式一样。这样一来,  $W = h\nu$  的关系式在量子物理学中具有普遍的意义。这一点应看成为电子速度与电子波的群速相同之正确性的证明。

应该强调, 不仅稠密的粒子流表现出波动性, 而且每个完全单独运

动的粒子也有波动性。这一点, 由于在 1949 年, 法勃里坎特 (Фабрикант)、苏什金 (Сушкин) 和比别尔曼 (Биберман) (在莫斯科) 对极其稀薄而每秒只有  $4.2 \times 10^3$  个电子 (这相当于约  $7.7 \times 10^{-16}$  安培的电流强度) 的电子流在氧化镁晶体中的衍射的研究, 令人特别信服地被证明了。在他们的仪器中, 两个相继出现的电子相隔的时间平均为  $2.4 \times 10^{-4}$  秒。但是, 加速电压的大小使电子通过仪器的渡越时间为  $8.5 \times 10^{-9}$  秒。上述两个时间间隔之比为  $\frac{2.4 \times 10^{-4}}{8.5 \times 10^{-9}} = 30,000$ 。这就是说, 在单个电子通过后, 仪器在一段时间内是空的, 这段时间平均为电子通过仪器的渡越时间的三万倍。显然, 在这种场合下在晶体中同时出现即使是两个电子的几率也是微乎其微的, 因而只发生晶体和单个电子之间的相互作用。我们发现 (当然是经过长时间曝光后), 单个电子通过晶体时所得到的衍射图像和大密度电子束通过时所得到的衍射图像完全一模一样。这样就在实验上证明了, 每一单个电子具有波动性。

**3. 电子弹道学及其适用范围** 如此, 实验证明, 在某些条件下, 电子的运动以及它与物质的相互作用应该以波动描述来研究。然而, 大家熟知, 在另外一些条件下, 可以用粒子描述来研究电子的运动, 而完全不去管电子的波动性。如借用力学的名称当把电子只看成比原子还小的粒子时, 我们说的便是电子弹道学。这时, 正如宏观物体的力学那样, 我们将运用电子速度 (或动量) 和电子的坐标, 它们在原则上 (例如, 在研究假想实验时) 可以同时以任意的精确度加以测定。由于弹道学完全不管电子的波动性, 所以它的使用必然有些限制, 并且必定存在一些不考虑波动性是无法解决的问题。极其重要的是, 要找到在何种范围内可以可靠地应用把电子视为粒子的这一概念。这个范围在量子力学中所熟知的测不准关系<sup>①</sup>中已经指出。在沿  $x$  轴方向的运动中,

① 例如可参阅文献 A. 1, 第二卷, 第二十五章或文献 A. 2, 第三卷, 第三十一章中的量子力学概论。

测不准关系为

$$\Delta p_x \Delta x \geq h. \quad (1.16)$$

这里的  $\Delta x$  和  $\Delta p_x$  是同时测量坐标  $x$  和动量分量  $p_x$  时所得值的不精确度。重要的是，这里的问题和所用测量仪器的不完善以及由此而引起的实验误差完全无关。利用理想的精密仪器（在研究假想实验时可能会用到）进行测量时，不精确度  $\Delta x$  和  $\Delta p_x$  的乘积仍然具有与  $h$  为同一数量级的有限数值。

为了在研究电子运动时可以应用力学定律（换言之，应用电子弹道学），必须能够在轨道的每一点上给出电子的速度和坐标，即同时给出它们的值。由测不准关系知道，严格地说，对于任何粒子这都是决不可能的。然而，在很多情况下，却能以实用上完全足够的精确度来同时确定坐标和速度。让我们来看几个例子。

对于宏观粒子，其质量，譬如说是 1 克，若它的位置的精确度为  $\Delta x = 1$  埃  $= 10^{-8}$  厘米，那么结果是，测量速度的精确度可达

$$\Delta v = \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6.62 \times 10^{-27}}{1 \times 10^{-8}} = 6.62 \times 10^{-19} \text{ 厘米} \cdot \text{秒}^{-1}.$$

这个精确度绰绰有余，因而测不准关系对宏观物体的力学并不造成什么困难。

对于电子（其质量为  $9.1 \times 10^{-28}$  克），测不准关系为

$$\Delta x \Delta v \approx \frac{h}{m_0} = 7.3 \text{ 厘米} \cdot \text{秒}^{-1}.$$

按照玻尔(Bohr)理论<sup>①</sup>的概念，电子在原子内的速度值的数量级为  $10^8$  厘米  $\cdot$  秒<sup>-1</sup><sup>②</sup>。至于说到电子沿轨道运动，则精确度小于  $\Delta v = 10^7$  厘米  $\cdot$  秒<sup>-1</sup> 就不能满足。然而，这时

① 参阅，例如，文献 A. 1，第二卷，第二十五章。

② 例如氢原子的  $v = \frac{2\pi e^2}{nh}$ ， $n$  是主量子数。设  $n=1$  (基态)，我们得到  $v \approx 2.2 \times 10^8$  厘米  $\cdot$  秒<sup>-1</sup>。

$$\Delta x = \frac{7.3}{\Delta v} = 7.3 \times 10^{-7} \text{ 厘米},$$

即不仅不可能谈论电子在原子内的轨道，甚至说它是否属于该原子也没有把握，因为原子直径的数量级为  $10^{-8}$  厘米。

设现在放在我们面前的问题是研究电子管或电子透镜内电子的轨道。这些器件的元件，例如，透镜的孔阑或栅丝的间距，其最小的尺寸约为十分之几毫米，因此对  $\Delta x$  来说，可以把  $\Delta x = 10^{-4}$  厘米这个数值认为是足够的。这时  $\Delta v = 7.3 \times 10^4$  厘米·秒<sup>-1</sup>。通常在电子管中，电压为 100 伏特，电子速度为  $5.93 \times 10^8$  厘米·秒<sup>-1</sup>，即  $\frac{\Delta v}{v} = 0.012\%$ ，也就是说无论电子的位置或速度都还能以很高的精确度来测定。因之，除了也许目前实际上还未碰到过的那种需要在低的加速电压下有极高的精确度的情况外，在电子器件中总可以应用经典力学，换言之，可以应用电子弹道学。

**4. 电子光学** 依据粒子的波动性，同样可以研究电场和磁场中带电粒子的运动。在有些情况中则必需这样做。电子在晶格上的反射问题即是一例，这个问题和物理学中伦琴射线的反射问题相近。电子在晶体中的衍射和反射是电子波动光学的一部分。

大家知道，当波长减小时，波动光学就过渡到几何光学，这时光线的直线传播、反射和折射定律是成立的。然而，几何光学的这些定律和牛顿的光的微粒学说自然也是完全一致的。在几何光学的范畴内，微粒学说和波动学说给出同一结果。

表 1 中的数据说明，电子的波长是如此短，以致几何光学适用性的判据对于电子波来说，在许多情况下，必然是得到满足的，在普通物理课程中讨论过的这个判据，可以这样来表述：如果在波的路径上的不透明屏障或孔阑，覆盖许多个费涅耳(Fresnel)带，那么就可以应用几何光学。电真空器件中必然使用的孔阑和屏障几乎总是满足这个要求的。让我们来看看那怕这样的例子：波长为 1.2 埃的平面电子波射在

直径为 0.1 毫米的金属板的圆孔上。换言之，为 100 伏特左右的电压所加速的平行电子流射在圆孔上。观察点离圆孔的距离为  $b=5$  厘米。 $n$  级费涅耳带的半径可足够精确地表示为

$$r_n = \sqrt{nb\lambda}. \quad (1.17)$$

将数据代入，我们得到  $n=1660$ 。这个结果说明，在上述的实验中，由于实验条件相当于慢电子通过电子孔阑透镜（见 § 5），实际上衍射是不显著的。对于球面电子波（发散的电子流）也可得出类似的结果。

这样，我们往往可以利用电子射线的概念，并用几何光学的方法来求它们的轨迹。用几何电子光学方法研究带电粒子运动，其结果当然应该和用电子弹道学得到的结果一致，这和普通光学中的情况相似。把力学定律和决定光线轨迹的定律加以比较，就可以证明这一点。

粒子在位场中的基本力学定律可以用最小作用原理来表述。在力学中，量

$$A = \int_{t_0}^t 2K dt \quad (1.18)$$

称为作用量，上式中  $K$  是粒子的动能。为了比较粒子轨迹和光线轨迹，应该去掉式(1.18)中的时间而使量  $A$  为另一形式。因为

$$2K = mv^2,$$

所以

$$A = \int_{t_0}^t m v v dt.$$

我们将以轨迹的弧长  $s$  来确定点的位置。于是

$$v dt = ds,$$

而式(1.18)变为

$$A = \int_{P_0}^P m v ds. \quad (1.19)$$

式(1.19)是沿着轨迹积分的，即从粒子在  $t_0$  时刻所在的  $P_0$  点直到它

在  $t$  时刻到达的  $P$  点取积分。

最小作用原理断言, 在粒子沿着它运动时能量保持为常数的所有轨迹之中, 实际的轨迹满足条件

$$\delta A = 0, \quad (1.20)$$

即对于实际的轨迹作用量取极值(通常为极小值)。把式(1.19)的  $A$  代入式(1.20), 对于质量  $m$  为常数的粒子, 就有

$$\delta A = \delta \left\{ \int_{P_0}^P m v ds \right\} = m \delta \left\{ \int_{P_0}^P v ds \right\} = 0,$$

或

$$\delta \int_{P_0}^P v ds = 0. \quad (1.21)$$

以(1.21)的形式描述的质点在位场中的运动规律是最普遍的。从这个描述中可以得出普通形式的运动方程以及能量守恒的力学定律。

在普通物理课程中证明, 几何光学的基本定律(在均匀媒质中光的直线传播、光的反射定律和折射定律)可以从一个称为费马原理的普遍的规律中得出, 这个原理断言, 在光学上各向同性的媒质中光线真实轨迹的光程, 亦可说光线沿真实轨迹通过的时间, 都取极值[文献 A. 1, 第二卷, 第十七章; 文献 A. 2, 第三卷, 第二十二章](路程的几何长度和折射率的乘积叫做光程)。因此, 若折射率逐点变化, 则在  $P_0$  和  $P$  之间的光程等于

$$L = \int_{P_0}^P n ds, \quad (1.22)$$

于是, 费马原理可写成

$$\delta L = \delta \left\{ \int_{P_0}^P n ds \right\} = 0. \quad (1.23)$$

比较式(1.21)和式(1.23), 立刻得出, 若在每一点上都满足条件

$$n = bv, \quad (1.24)$$

$b$  是任意的比例常数, 那么, 光线的和粒子的轨迹是用同样的条件来决定, 因此它们是一致的。这样, 我们就得到下列结论: 要在粒子的运动上应用几何光学定理, 就应求出每一点的折射率, 它的值与速度成正比, 而用几何光学方法确定的轨迹, 应该与根据力学的基本定理求得的轨迹一致。两种方法是等价的, 究竟选用哪一种方法则应从更便于解决所提出的问题着眼。

在静电场中, 速度就简单地用电位来表示。若在电位值为零的一点上(通常在器件的阴极上)速度等于

$$v_k = \sqrt{2 \frac{e}{m_0} U_k} = \sqrt{2\eta U_k},$$

那么, 在电位为  $U$  的一点上, 速度将由等式

$$\frac{m_0 v^2}{2} = eU + \frac{m_0 v_k^2}{2}$$

来决定, 从而

$$v = \sqrt{2\eta U + 2\eta U_k} = \sqrt{2\eta} \sqrt{U + U_k} = \sqrt{2\eta U^*}. \quad (1.25)$$

$U_k$  可称为电子由阴极飞出时的电压。

至于折射率, 可以取任何与粒子速度成正比的数值, 因为和光学的情况一样, 有实际意义的只是折射率的比值。因此, 静电场的电子光学折射率最方便是取为

$$n_e = \sqrt{U^*}. \quad (1.26)$$

但像常常遇到的情况那样, 如果  $U_k \ll U$ , 那么

$$n_e \approx \sqrt{U} \quad (1.27)$$

已足够精确, 即电子光学折射率近似等于电位的平方根。

有时为了用无量纲的量作为电子光学折射率(犹如光学中的折射率), 就把折射率定义为

$$n_e = \frac{v}{c}, \quad (1.28)$$

$c$  是光速。不难看出, 场中两点的折射率之比



$$\frac{n_{e1}}{n_{e2}} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{U_1^*}{U_2^*}} \approx \sqrt{\frac{U_1}{U_2}}$$

在两种定义下是一样的。

如果把折射率的值取为

$$n_e = \sqrt{U + U_*} - \sqrt{\frac{\eta}{2}} A \cos \gamma, \quad (1.29)$$

那么同样可以利用光学方法, 来研究电场和磁场都存在的空间(电和磁的复合场)中带电粒子的运动。式中  $A$  是磁场矢位的值, 也就是说,  $A$  是由下式确定的量

$$\text{rot } A = H; \quad \text{div } A = 0.$$

而式(1.29)中  $\gamma$  是在该点上  $A$  和粒子速度的夹角。公式(1.29)说明,  $n_e$  除去与坐标有关外, 还与粒子的运动方向有关, 因此复合场的光学类比物是各向异性物体, 例如, 晶体[文献 1.15, 第六章]。我们以后将不用公式(1.29)。

对于实用上最有用的轴对称复合场和纯磁场, 在 § 6 中讨论。

表示式(1.26)是从讨论在具有任意电位分布的电场中带电粒子运动的普遍情况得出的。现在来看一个特殊情况, 它和光在两个媒质交界面上的折射很相似。

设空间被一平面分成两部分, 它们的电位是  $U_1$  和  $U_2$ (图 1), 且电

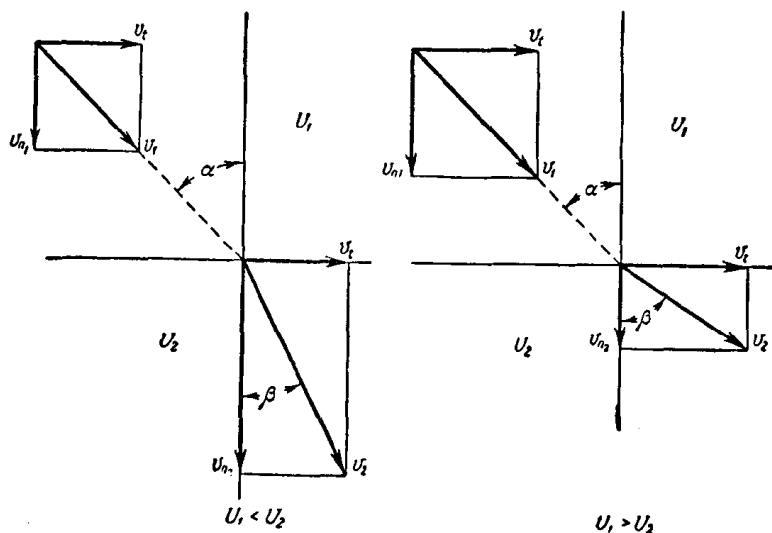


图 1. 在分界面上电子射线的折射