

# 建筑力学

下 册

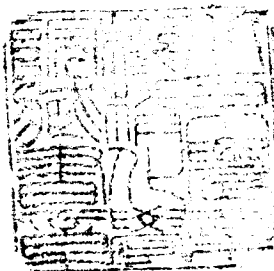
上海科学技术出版社

TU 311

# 建筑力学

下册

马立生 编



上海科学技术出版社

## 内 容 提 要

本书上册通过对结构的基本构件分析,阐述了力学的理论和计算方法。下册内容除斜梁、斜弯曲、偏心受压等节仍以构件为对象来阐述力学的基本理论和计算方法外,在超静定部分则按力法、形变法和弯矩分配法的顺序分别介绍它们的基本原理和计算方法。

本书可以作为建筑工程职工大学的力学教材,也可供建筑业已具有中学文化水平的工人、干部和技术人员自学之用,并可作为土建专业中专学生的参考读物。

ZQ74/15

## 建 筑 力 学

(下 册)

马立生 编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 江苏扬中印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 6 字数 131,000

1981年4月第1版 1984年3月第2次印刷

印数 65,501—105,500

书号: 15119·2085 定价: 0.58 元

# 目 录

<b>第六章</b>	<b>斜梁、斜弯曲构件的内力计算</b> .....	<b>1</b>
第一节	斜梁的内力分析 .....	1
第二节	斜弯曲构件的内力分析 .....	11
第三节	复习提纲 .....	20
<b>第七章</b>	<b>静定拱和刚架</b> .....	<b>22</b>
第一节	拱的基本知识 .....	23
第二节	三铰拱支座反力计算 .....	25
第三节	三铰拱内力计算 .....	31
第四节	三铰拱支座反力图解法 .....	36
第五节	三铰拱内力图解——压力曲线 .....	41
第六节	三铰拱受力性能讨论 .....	43
第七节	静定刚架内力分析 .....	46
第八节	复习提纲 .....	54
<b>第八章</b>	<b>偏心受压构件的内力分析</b> .....	<b>57</b>
第一节	偏心受压构件的工作情况 .....	58
第二节	偏心受压时截面上的应力计算 .....	59
第三节	截面核心 .....	65
第四节	强度计算 .....	69
第五节	复习提纲 .....	73
<b>第九章</b>	<b>力法计算超静定结构的内力</b> .....	<b>76</b>
第一节	超静定结构的基本概念 .....	76
第二节	结构的超静定次数 .....	78
第三节	力法的基本原理和步骤 .....	82
第四节	力法典型方程式 .....	84

第五节	力法计算简单超静定梁 .....	86
第六节	力法计算简单超静定刚架 .....	94
第七节	连续梁的三弯矩方程式 .....	100
第八节	复习提纲 .....	115
<b>第十章</b>	<b>形变法计算超静定结构内力 .....</b>	<b>118</b>
第一节	符号规定 .....	118
第二节	转角位移方程式 .....	120
第三节	位移未知数的决定 .....	123
第四节	形变法的计算步骤 .....	126
第五节	复习提纲 .....	136
<b>第十一章</b>	<b>弯矩分配法计算超静定结构内力 .....</b>	<b>138</b>
第一节	弯矩分配法的基本原理 .....	138
第二节	弯矩的分配和传递 .....	141
第三节	弯矩范围图 .....	152
第四节	弯矩分配法计算超静定刚架 .....	160
第五节	刚架有侧移时的弯矩分配法 .....	165
第六节	复习提纲 .....	169
<b>附 录</b>	<b>型钢规格表 .....</b>	<b>172</b>

## 第六章 斜梁、斜弯曲构件的内力计算

梁是用来承受弯曲作用的,因此,房屋中的受弯构件都可以按梁的内力分析方法计算。梁在一般情况下的内力、变形计算和强度、刚度问题已在本书上册第四、五章里讨论过了。但是房屋结构中还有一些受弯构件,由于它们的构造处理和使用情况不同,在计算内力时也就和前面讨论的方法不完全一样。本章将用楼梯边梁作为斜梁、屋面檩条作为斜弯曲的实例,分别研究斜梁和斜弯曲的内力计算问题。必须说明:斜梁和斜弯曲的受力性质并不一样,这在后面的讨论中可以看出。

### 第一节 斜梁的内力分析

楼梯的边梁是一个典型的斜梁,下面就以它为例讨论斜梁的内力计算。

楼梯是楼房结构的主要部件之一。从结构受力的特点来看,可以把楼梯分成两个类型,一类是板式楼梯,一类是梁式楼梯。板式楼梯是将梯段板直接支承在上、下的两条平台梁上,它没有边梁,搁置情况如图 6-1a 所示。梁式楼梯的梯段板则支承在两边的两条斜梁上,斜梁再支承在平台梁上,搁置情况如图 6-1b 所示。

从图 6-1b 可以看出,楼梯边梁工作时,由于构造和放置位置的原因,它的纵向轴线是倾斜的,但它的荷载仍然是竖向垂直作用着的,这就形成了斜梁和普通平放着的梁的显著不

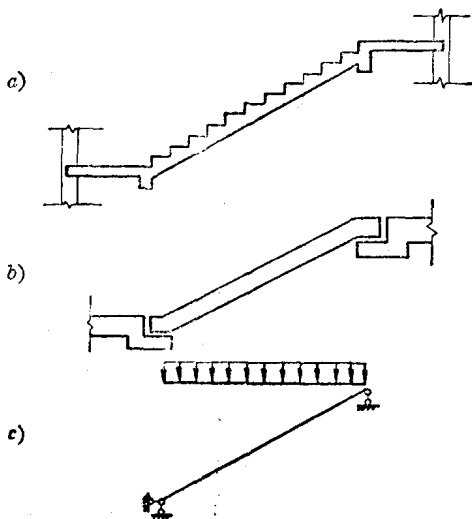


图 6-1

同之处。图 6-1c 是斜梁的计算简图。

构件承受荷载以后，截面上的内力情况，上册的章节里已经讨论过多次。从第二章的讨论可知，承受轴向拉伸、压缩的构件，只有一种内力，那就是和横截面垂直的轴力  $N$ 。又从第四章的讨论知道，承受弯曲的构件，横截面上产生两种内力，那就是弯矩  $M$  和剪力  $Q$ 。因此，构件承受荷载以后，截面上可能产生的内力就有轴力  $N$ 、剪力  $Q$  和弯矩  $M$  三种。而斜梁截面上就可能同时出现上述三种内力。

当楼梯边梁工作时，所作用的荷载有两种，一种是通过梯段板传来的外来荷载，一种是梁本身的自重荷载，所有这些荷载都是用匀布线荷载的型式作用在梁上。为了便于理解起见，这里先讨论承受集中荷载的斜梁内力，然后再讨论匀布线荷载作用下的斜梁内力。

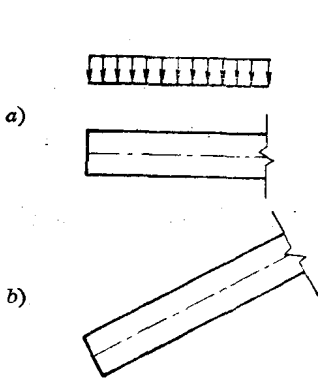


图 6-2

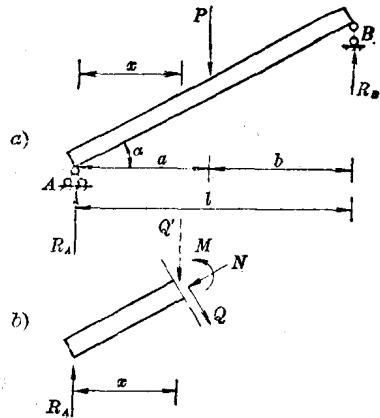


图 6-3

在分析斜梁截面内力之前，首先必须注意的问题就是截面的方位。在水平放置的梁中，梁的纵向轴线是水平直线，横截面和纵向轴线垂直，因此截面本身的方位是竖向的，亦即和荷载方向一致(图 6-2a)。但是斜梁的纵向轴线是倾斜的，它的截面要和轴线垂直，那就不再是竖向的了。而荷载却仍旧是垂直的，所以，截面方位就不和荷载一致了(图 6-2b)。

现在，以图 6-3a 的斜梁为例来分析它的内力。要分析内力，首先要求出支座反力。如图 6-3a 所示的斜梁反力，可以如水平放置的梁那样用三个平衡方程式计算如下：

$$\sum P_x = 0 \quad R_{Ax} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad R_B l - Pa = 0 \quad \therefore R_B = \frac{Pa}{l}$$

$$\sum P_y = 0 \quad R_A + R_B - P = 0$$

即

$$R_A = P - R_B = P - \frac{Pa}{l} = \frac{Pl - Pa}{l} = \frac{P(l-a)}{l} = \frac{Pb}{l}$$



为了求得距支座  $A$  的距离为  $x$  处的任意截面上的内力，可以取图 6-3b 所示的割离体来运用平衡条件。不过，应该注意到  $x$  是截面中心点到支座  $A$  点的水平距离，而此截面的方位则是和斜梁轴线垂直的，但并不是铅垂方向。注意到这点后，计算内力就不会发生错误了。

按照  $\Sigma M = 0$  的平衡条件，可知截面中心有一个逆时针转向的弯矩  $M = R_A \cdot x$ 。

按照  $\Sigma P_y = 0$  的平衡条件，可知截面中心有一个垂直向下作用的竖向力  $Q'$ （图中用虚线表示）。从图中的几何关系可以看出，这个竖向力  $Q'$  和截面之间形成的夹角，就等于斜梁的倾斜角  $\alpha$ 。于是，我们就可以把  $Q'$  分解为两个力，一个是和截面平行的  $Q' \cos \alpha$ ，另一个是和截面垂直的  $Q' \sin \alpha$ 。实际上前者就是梁截面的剪力  $Q$ ，后者就是梁截面轴力  $N$ 。

总起来说，这就具体地使我们得到这样的印象——斜梁截面上的内力，除了弯矩  $M$ 、剪力  $Q$  之外，还有一个轴力  $N$ 。

例 6-1 计算图 6-4a 斜梁上距支座  $A$  为 1m 处截面上的内力，并绘制全梁内力图 ( $M$ 、 $Q$  和  $N$  图)，荷载如图所示。

解：1. 计算支座反力：

$$(1) \Sigma M_A = 0, -200 \times 2 + 3.5R_B = 0$$

$$\therefore R_B = \frac{400}{3.5} = 114.3 \text{ kg}$$

$$(2) \Sigma M_B = 0, 200 \times 1.5 - 3.5R_A = 0$$

$$\therefore R_A = \frac{300}{3.5} = 85.7 \text{ kg}$$

2. 斜梁截面内力为  $M$ 、 $N$ 、 $Q$ ，在计算出支座反力后可根据图 6-4b 所示割离体，计算 1m 处截面的内力如下：

(1) 以截面中心  $O$  为矩心，用  $\Sigma M_O = 0$  的平衡条件，可以得到： $\Sigma M_O = R_A \times 1 - M = 0$ ，即  $\Sigma M_O = 85.7 \times 1 - M = 0$ ，

$$\therefore M = 85.7 \text{ kg-m}$$

(2) 考虑割离体上垂直力的平衡, 运用

$$\sum P_y = 0$$

的平衡条件, 可以得到:

$$\sum P_y = 85.7 - Q' = 0$$

$$\therefore Q' = 85.7 \text{ kg} (\downarrow)$$

(3) 将  $Q'$  分解为和截面平行的剪力  $Q$  以及和截面垂直的轴力  $N$ :

$$\begin{aligned} Q &= Q' \cos \alpha \\ &= 85.7 \times \cos 33^\circ \\ &= 85.7 \times 0.839 \\ &= 72 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= Q' \sin \alpha \\ &= -85.7 \times \sin 33^\circ \\ &= -85.7 \times 0.545 \\ &= -46.7 \text{ kg} \end{aligned}$$

### 3. 绘制全梁内力图

图:

在绘制全梁内力图时, 要以集中荷载为界, 分段计算画图。

(1) 在  $AC$  段内取任一截面, 它距  $A$  的距离为  $x$ , 而  $0 \leq x \leq 2$  (图

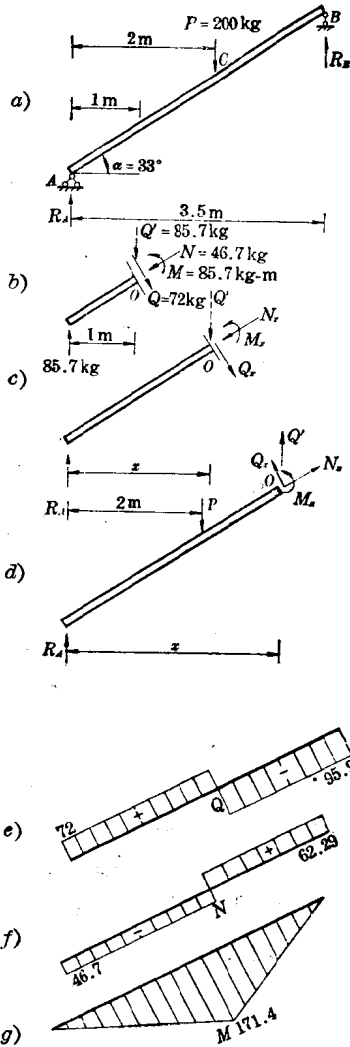


图 6-4

6-4c), 此时

$$Q_x = Q'_x \cos \alpha = R_A \cos \alpha = 85.7 \times 0.839 = 72 \text{ kg}$$

$$N_x = -Q'_x \sin \alpha = -R_A \sin \alpha = -85.7 \times 0.545 \\ = -46.7 \text{ kg}$$

这两个计算结果说明在此段内,任一截面的  $Q$  和  $N$  都是常数,剪力的正负号仍按第四章规定处理,轴力的正负号可以从  $Q'$  的指向看出它是压力。

因为 
$$M_x = R_A x = 85.7x$$

从计算中就可看出,在此区段内弯矩不是常数,而是  $x$  的一次函数。也就是说这一区段内弯矩是随截面位置按直线变化的。当  $x=0$  时,  $M_A=0$ ;  $x=2$  时,  $M_C=85.7 \times 2=171.4 \text{ kg}\cdot\text{m}$ 。

(2) 在  $CB$  区段内取任一截面,它距  $A$  的距离假定为  $x$ ,不过在此区段内,  $2 \leq x \leq 3.5$  (图 6-4d), 于是  $Q' = 85.7 - 200 = -114.3 \text{ kg}$ , 据此得出截面剪力就是负的,而截面轴力就是拉力。

$$Q_x = Q'_x \cos \alpha = -114.3 \times 0.839 = -95.9 \text{ kg}$$

$$N_x = Q'_x \sin \alpha = 114.3 \times 0.545 = 62.29 \text{ kg}$$

上面的计算结果,说明  $Q$  和  $N$  在  $CB$  区段内都是常数。

同时 
$$M_x = 85.7x - 200(x-2)$$

这就说明  $M$  要随  $x$  (截面位置) 变化,不过它是  $x$  的一次函数,当  $x=2$  时,  $M_C=171.4 \text{ kg}\cdot\text{m}$ ,  $x=3.5$  时,  $M_B=85.7 \times 3.5 - 200 \times 1.5 = 0$ 。亦即  $M$  图是直线图形。

(3) 画内力图时,必须注意截面是和梁的轴线垂直的,因此,内力图的基线就是一条和梁轴线平行的斜直线,而不是一条水平直线。按上面的计算结果,从基线出发,选定比例就可画出全梁内力图 ( $Q$  图为图 6-4e,  $N$  图为图 6-4f,  $M$  图为图 6-4g)。

• • •

在一般情况下，楼梯斜梁的荷载可分为两种。一种是由梯段板传来的人、物荷重，一种是斜梁的自重。这两种荷载虽然都是竖向、匀布的线荷载，但是它们的表达型式却不一样。前者是按斜梁轴线水平投影长度分布的，后者则是按斜梁轴线实际长度分布的（如图6-5中的 $q_1$ 和 $q_2$ ）。斜梁工作时，这两种荷载同时存在，在分析内力时，如果分别按这两种型式的荷载计算，那就很不方便。因此，有必要将它们在不改变各自荷载总值的条件下，统一换算成一种型式。通常在计算斜梁的内力时，把沿斜梁轴线实际长度分布的荷载值（图6-5中的 $q_2$ ），换算成沿轴线水平投影长度分布的荷载值（图6-5中的 $q_1$ ）。

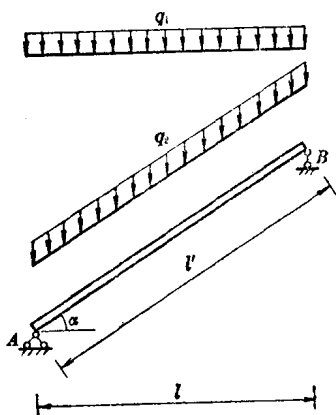


图 6-5

这两种型式荷载的换算关系如下：

如果设图6-5中两种型式的荷载，总值都是 $W$ ，那么 $q_1$ 就是将 $W$ 按斜梁轴线水平投影长度 $l$ 来分成的每米公斤数，即 $q_1 = \frac{W}{l}$  kg/m， $q_2$ 则是将 $W$ 按斜梁轴线实际长度分成的每米公斤数，即 $q_2 = \frac{W}{l'}$  kg/m。在这里，虽然 $l \neq l'$ ， $q_1 \neq q_2$ ，但是荷载总值都是一样的 $W$ ，于是就可通过换算得到：

$$q_1 l = q_2 l'$$

$$\text{即 } q_1 = \frac{q_2 l'}{l} \quad \text{而 } \cos \alpha = \frac{l}{l'} \quad \therefore q_1 = \frac{q_2}{\cos \alpha} \quad (6-1)$$

这就是说要把按斜梁轴线实际长度分布的荷载  $q_2$ ，换算成按轴线水平投影长度分布的荷载  $q_1$ ，那就是把  $q_2$  除以  $\cos \alpha$  ( $\alpha$  即斜梁轴线和水平线间的夹角) 即可。

在了解了这两种型式荷载之间的关系，并会相互换算后，我们就可以把斜梁上的两种荷载统一成为按斜梁轴线水平投影长度分布的荷载来进行内力计算了。如以  $q_1$  表示按斜梁轴线水平投影长度分布的荷载， $q_2$  表示按斜梁轴线实际长度分布的荷载， $\alpha$  是斜梁轴线与水平线之间的夹角，那么，楼梯斜梁上的荷载即为：

$$q = q_1 + \frac{q_2}{\cos \alpha}$$

当然，这里的  $q$  是按斜梁轴线水平投影长度分布的数值。

例 6-2 绘制图 6-6a 斜梁的内力图，其中  $q_1=200\text{kg/m}$ ， $q_2=75\text{kg/m}$ ，梁的跨度  $l=3.5\text{m}$ ，梁轴线的倾角  $\alpha=30^\circ$ 。

解：1. 荷载计算

将按梁轴线实际长度分布的荷载  $q_2$  换算成按轴线水平投影长度分布的荷载  $q'_2$ ，

$$\text{即 } q'_2 = \frac{q_2}{\cos \alpha} = \frac{75}{\cos 30^\circ} = 87\text{kg/m}$$

梁上总的计算荷载即为：

$$q = q_1 + q'_2 = 200 + 87 = 287\text{kg/m}$$

2. 求支座反力

(1) 因为全部荷载都是竖向作用着的，所以支座没有水平反力。

(2) 左支座的竖向反力可按  $\sum M_B = 0$  求得：

$$287 \times 3.5 \times \frac{3.5}{2} - 3.5R_A = 0$$

$$\therefore R_A = 502\text{kg}$$

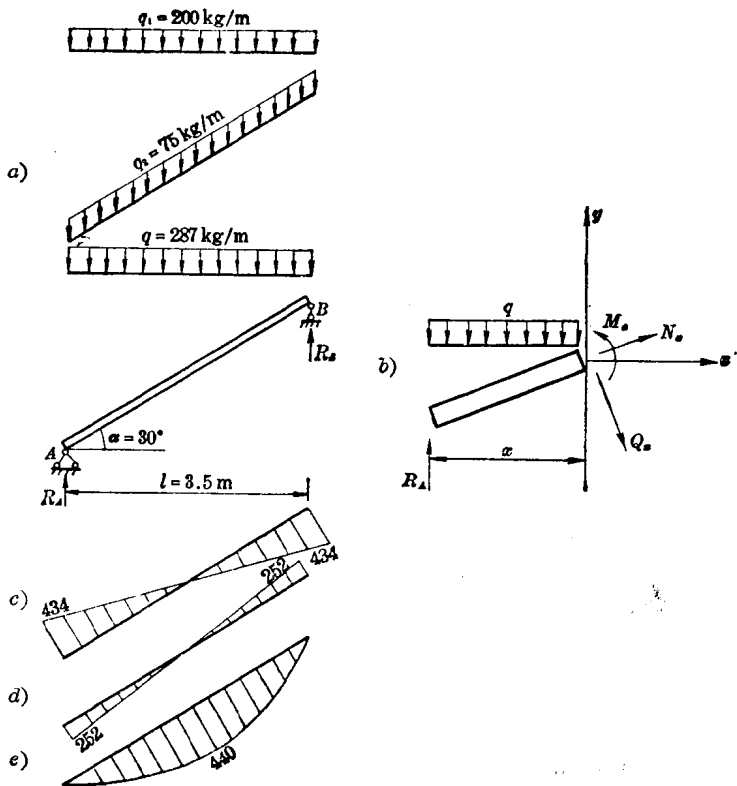


图 6-6

(3) 右支座的竖向反力可按  $\sum M_A = 0$  求得:

$$3.5 R_B - 287 \times 3.5 \times \frac{3.5}{2} = 0$$

$$\therefore R_B = 502 \text{ kg}$$

### 3. 内力计算

由例 6-1 的内力分析已经知道, 斜梁截面有三种内力

$Q$ 、 $N$  和  $M$ ，现在就可在梁上取出如(图 6-6b)所示的割离体，考虑平衡，算出  $Q$ 、 $N$  和  $M$  之值。

$$\sum P_x = 0 \quad \text{即} \quad Q_x \sin 30^\circ + N_x \cos 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum P_y = 0 \quad \text{即} \quad -Q_x \cos 30^\circ + N_x \sin 30^\circ + 502 - 287x = 0 \quad (2)$$

$$\sum M = 0 \quad \text{即} \quad 502x - 287 \cdot \frac{x^2}{2} - M_x = 0 \quad (3)$$

解上列方程组，并予以整理后，可得：

$$Q_x = 434 - 248x = 124(3.5 - 2x)$$

$$N_x = -72(3.5 - 2x)$$

$$M_x = 143x(3.5 - x)$$

得到上式后，即可绘制内力图了。

#### 4. 绘制内力图

(1) 作  $Q$  图，从  $Q_x$  的计算式可以看出， $Q_x$  是  $x$  的一次函数， $Q$  图图示为一直线。

$$\text{当 } x=0 \text{ 时,} \quad Q_A = 434 \text{ kg}$$

$$\text{当 } x=3.5 \text{ 时,} \quad Q_B = -434 \text{ kg}$$

取平行于斜梁轴线的直线为基线，在  $A$ 、 $B$  两端按比例取  $\pm 434 \text{ kg}$  的长度，连成一条直线即为全梁的  $Q$  图(图 6-6c)。

(2) 作  $N$  图，从  $N_x$  的计算式可以看出，它也是一条直线。

$$\text{当 } x=0 \text{ 时,} \quad N_A = -252 \text{ kg (压力)}$$

$$\text{当 } x=3.5 \text{ 时,} \quad N_B = +252 \text{ kg (拉力)}$$

据此二值，作出全梁的  $N$  图(图 6-6d)。

(3) 作  $M$  图，从  $M_x$  的计算式可以看出， $M_x$  是  $x$  的二次函数，图形应是一个抛物线。

$$\text{当 } x=0 \text{ 时,} \quad M_A = 0$$

$$\text{当 } x = \frac{3.5}{2} = 1.75 \text{ 时,} \quad M_t = 440 \text{ kg-m}$$

当  $x=l=3.5$  时,  $M_B=0$   
 据此各点, 连成曲线就是全梁的  $M$  图(图 6-6e)。

## 第二节 斜弯曲构件的内力分析

建筑结构的构件中, 还有一种受弯构件, 它的工作和受力情况不但和斜梁不同, 并且已经不再是平面弯曲了(平面弯曲的定义参阅上册第四章第一节和图 4-2a)。例如图 6-7 斜屋面上的檩条, 实际上它的受力情况是一个以屋架为支座, 用来承受屋面荷载的梁。由于屋架具有坡度, 檩条就不可能水平放置, 但是荷载  $q$  却仍是竖直向下的, 这就使得荷载不作用在纵向对称面内, 而和纵向对称面有一个夹角  $\phi$ , 这种弯曲就叫做斜弯曲(图 6-8a)。

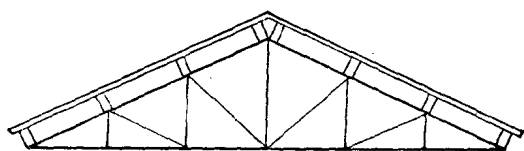


图 6-7

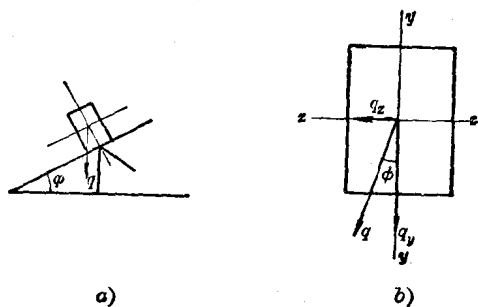


图 6-8



为了分析斜弯曲的内力,我们可以设想,把这个梁放平以后来研究(图 6-8b)。由于荷载  $q$  和对称轴成夹角  $\phi$ , 那就可以把  $q$  按  $\phi$  角的关系, 分解为  $q_y$  和  $q_z$  两个分力, 使  $q_y$  垂直于  $z-z$  轴,  $q_z$  垂直于  $y-y$  轴。这么一来, 这两个分荷载各自形成一个平面弯曲。于是就可以分别计算每个平面弯曲的内力, 再将这两种内力迭加起来, 就是斜弯曲作用时的全部内力了。

为了便于理解, 下面先用一个悬臂梁承受一个集中荷载所引起的斜弯曲作用, 来分析一下它的内力情况, 然后再作檩条承受斜弯曲时的强度和刚度计算。

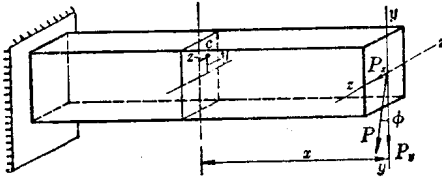


图 6-9

图 6-9 是一个一端固定一端自由的悬臂梁, 在自由端有一个集中荷载  $P$ 。  $P$  和截面的一个对称轴  $y-y$  成夹角  $\phi$ , 这就形成了一个受斜弯曲作用的梁。因为荷载  $P$  和  $y-y$  轴的夹角为  $\phi$ , 那就可以将它分解为两个分力:

$$P_y = P \cos \phi \quad P_z = P \sin \phi$$

这样, 我们就可以将一个由荷载  $P$  引起的斜弯曲, 看成是由荷载  $P_y$  和  $P_z$  引起的两个平面弯曲的共同作用。在解决这样的问题时, 首先分别计算  $P_y$  和  $P_z$  引起的内力, 然后将它们迭加起来, 就是所要求的结果——斜弯曲时的内力。

一般说来, 在距自由端为  $\omega$  的任一截面上的弯矩为  $M =$