



舰船在波浪中运动的频域  
与时域势流理论

**Potential Flow Theory of Ship  
Motions in Waves in Frequency  
and Time Domain**

戴遗山 著

国防工业出版社

· 北京 ·

## 图书在版编目(CIP)数据

舰船在波浪中运动的频域与时域势流理论/戴遗山著。  
—北京:国防工业出版社,1998.7

ISBN 7-118-01870-8

I. 舰… II. 戴… III. 船舶-动力学 IV. U661.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 15403 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 850×1168 1/32 印张 10 1/6 262 千字

1998 年 7 月第 1 版 1998 年 7 月北京第 1 次印刷

印数:1—1000 册 定价:19.00 元

---

(本书如有印装错误,我社负责调换)

## 致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容明确、具体、有突出创见,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的高科技内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的新技术、新工艺内容的科技图书。
4. 填补目前我国科学技术领域空白的薄弱学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展评审工作,职责是:负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图

书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金  
评审委员会会

## 前　　言

舰船在波浪中运动的理论与预报方法近 40 多年来有了很大的发展,从二维理论发展到三维理论,从频域分析到时域分析,从线性假设发展到非线性处理,预报的范围不断扩大,精度不断提高。它已不仅限于学术上的意义,而且已达到工程应用的程度。在船舶流体力学领域中,是颇为活跃的一个分支。

本书第一章列出了几个常用的数学公式,并给出了推导过程,便于后续章节的应用。第二章阐述无界流中运动物体的受力问题,其中许多方法有普遍意义,同样适用于考虑自由面效应的问题,特别是从通量变化率公式出发得到受力公式的方法。从第三章开始,阐述波浪中运动物体的受力分析,三、四、五章介绍频域方法。第三章以潜体为对象,但不计及自由面效应,先讨论运动潜体在规则波中的水动力问题。在此基础上,从波面起伏的平稳谱展式出发,导出了二阶频率响应和伏尔泰拉非线性时域展开式中一阶和二阶项的表达式。第四章以零航速浮体为对象,讨论了一阶和二阶问题的解,分析了频域解的奇异特性和非直壁情况的特征,给出了处理非直壁情况的方法。第五章简略讨论有航速情况,以二维潜体在波浪中运动的问题为例,说明远方辐射条件的表述方式。第六章介绍时域分析方法,除了时域解的结构与求解方法以外,特别注意解的奇异特性的分析,尤其是非直壁船型的问题。用时域方法步进求解非直壁船的水动力问题时,往往会发生数值计算“发

## 国防科技图书出版基金 第三届评审委员会组成人员

名誉主任委员 怀国模

主任委员 黄 宁

副主任委员 殷鹤龄 高景德 陈芳允

曾 锋

秘书长 崔士义

委员 于景元 王小謨 尤子平

(以姓氏笔划为序) 冯允成 刘 仁 朱森元

朵英贤 宋家树 杨星豪

吴有生 何庆芝 何国伟

何新貴 张立同 张汝果

张均武 张涵信 陈火旺

范学虹 柯有安 侯正明

莫梧生 崔尔杰

散”的问题，必须采用适当的方法来解决。本书提供了一个解决问题的途径。

在本书出版的时候，特别怀念恩师顾懋祥工程院院士，他在病重期间为本书拟定了书名。20多年来，在顾教授学术上的教诲和品德上的熏染之下，作者才有可能写成这本书。

作 者

1997. 3.

## 内 容 简 介

本书由以下内容组成。舰船运动的频域稳态解,时域中的线性与非线性非定常解,一阶解与二阶解,一阶力与二阶平均力,和频与差频响应,伏尔泰拉非线性展开式,一阶力和二阶力的随机分析和统计特性,速度势的奇异特性,非直壁船水动力的特殊性质,边界元计算与各种格林函数。

This book consists of the following topics. The stable solution of ship motion in frequency domain, Linear and nonlinear unsteady solution in time-domain, the first order and second order solutions, first order force and the mean of second order force, the quadratic response of sum frequency and difference frequency, Volterra non-linear expansion, the stochastic and statistical analysis of the first order and second order forces, the singular behaviour of the velocity potential, the special property of the hydrodynamical force on non-wall sided ship, the boundary element method and various Green's functions.

# 目 录

第一章 几个数学公式 .....	(1)
1.1 三维格林公式 .....	(1)
1.2 二维格林公式 .....	(5)
1.3 变形斯托克斯公式 .....	(7)
1.4 变化率公式 .....	(10)
第二章 无界流中运动物体的受力分析 .....	(15)
2.1 无界流中运动物体所受的力 .....	(15)
2.2 附加质量及其性质 .....	(22)
2.3 物体的质量力 .....	(25)
2.4 分布源的诱导速度 .....	(27)
2.5 分布偶极的诱导速度 .....	(32)
2.6 四边形上均匀分布奇点的诱导速度公式 .....	(33)
2.7 四边形上高阶分布奇点的计算公式 .....	(38)
2.8 赫斯-史密斯方法和泰勒公式 .....	(44)
第三章 波浪中运动潜体的受力分析 .....	(55)
3.1 线性自由面条件 .....	(55)
3.2 平面进行波 .....	(57)
3.3 非线性自由面条件 .....	(64)
3.4 运动物体受到的波浪力 .....	(68)
3.5 定深恒速航行潜体受到的波浪力(不计自由面效应) .....	(72)
3.6 定深恒速运动球体受到的波浪力公式(不计自由面效应) .....	(81)
3.7 随机波浪的谱展式 .....	(90)
3.8 长峰波作用下的一阶波浪力的概率特性 .....	(97)
3.9 长峰波作用下的二阶波浪力的概率特性 .....	(100)
第四章 浮体在规则波中受力的频域分析 .....	(107)
4.1 浮体在规则波中线性响应的定解条件 .....	(107)

4.2 浮体在规则波作用下的线性运动微分方程 .....	(117)
4.3 三维无航速频域格林函数及其应用 .....	(125)
4.4 其他各种频域格林函数 .....	(137)
4.5 简单格林函数方法 .....	(144)
4.6 阻尼系数的远场表达式 .....	(152)
4.7 一阶势对二阶力的贡献 .....	(156)
4.8 二阶定常力 .....	(163)
4.9 二维二阶辐射势 .....	(178)
4.10 二维二阶绕射势 .....	(184)
4.11 三维二阶势 .....	(187)
4.12 关于奇异性的一些说明 .....	(197)
<b>第五章 波浪中运动物体受力的频域分析 .....</b>	<b>(204)</b>
5.1 船舶在规则波中运动问题的定解条件与受力分析 .....	(204)
5.2 二维运动脉动源的流场分析 .....	(210)
5.3 二维潜体在波浪中运动的远方辐射条件 .....	(216)
5.4 STF 方法 .....	(219)
<b>第六章 运动物体在波浪中受力的时域分析 .....</b>	<b>(234)</b>
6.1 线性时域解的结构 .....	(234)
6.2 克拉梅尔斯-克罗尼格(Kramers-Kronig)关系 .....	(242)
6.3 线性时域解的奇异特性 .....	(249)
6.4 两个线性时域解析解的例 .....	(256)
6.5 时域格林函数及其阶分析 .....	(265)
6.6 频域与时域格林函数的关系 .....	(277)
6.7 时域格林函数应用举例 .....	(282)
6.8 计及瞬时湿表面的船舶运动时域解 .....	(285)
6.9 船舶运动线性时域解 .....	(291)
6.10 运动潜体受到的波浪力公式 .....	(300)
6.11 关于非直壁情况的说明 .....	(307)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(308)</b>

## Contents

Chapter 1 Some Mathematical Formulas .....	(1)
1. 1 Three Dimensional Green's Formula .....	(1)
1. 2 Two Dimensional Green's Formula .....	(5)
1. 3 Variant Stokes' Theorem .....	(7)
1. 4 Formulas of the Rate of Change .....	(10)
Chapter 2 Force on a Moving Body in an Unbounded	
Fluid .....	(15)
2. 1 Force on a Moving Body in an Unbounded Fluid .....	(15)
2. 2 The Added Mass and its Properties .....	(22)
2. 3 The Body Mass Force .....	(25)
2. 4 The Induced Velocity of the Source Distribution .....	(27)
2. 5 The Induced Velocity of the Dipole Distribution .....	(32)
2. 6 The Formula of the Velocity Induced by Uniformly Distributed Singularities over a Quadralateral .....	(33)
2. 7 The Formula of the Velocity Induced by Higher Order Singularites over a Quadralateral .....	(38)
2. 8 The Method of Hess and Smith, Taylor's Formula .....	(44)
Chapter 3 Force on a Moving Submerged Body in	
Waves .....	(55)
3. 1 Linearized Free Surface Condition .....	(55)
3. 2 Plane Progressive Waves .....	(57)
3. 3 Nonlinear Free Surface Condition .....	(64)
3. 4 The Wave Force on a Moving Body .....	(68)
3. 5 The Wave Force on a Submerged Body Moving with Constant Velocity in Constant Depth (Neglecting the Free Surface Effect) .....	(72)

3. 6	The Wave Force on a Sphere Moving with Constant Velocity in Constant Depth (Neglecting the Free Surface Effect) .....	(81)
3. 7	The Spectrum Expansion of the Stochastic Waves .....	(90)
3. 8	The Probabilistic Characteristics of the First Order Wave Force in Long Crested Waves .....	(97)
3. 9	The Probabilistic Characteristics of the Second Order Wave Force in Long Crested Waves .....	(100)

## **Chapter 4 Force on a Floating Body in Waves in Frequency**

Domain .....	(107)	
4. 1	Formulation of the Linear Floating Body Response in Regular Waves .....	(107)
4. 2	The Linear Differential Equations of the Floating Body Motion in Regular Waves .....	(117)
4. 3	Three Dimensional Green's Function in Frequency Domain without Forward Speed and its Application .....	(125)
4. 4	Other Green's Functions in Frequency Domain .....	(137)
4. 5	Simple Green's Function Technique .....	(144)
4. 6	Far Field Expression of the Damping Coefficients .....	(152)
4. 7	The Contribution of First Order Potential to Second Order Force .....	(156)
4. 8	Second Order Steady Force .....	(163)
4. 9	Two Dimensional Second Order Radiation Potential .....	(178)
4. 10	Two Dimensional Second Order Diffraction Potential .....	(184)
4. 11	Three Dimensional Potential of Second Order .....	(187)
4. 12	Some Remarks on the Singular Behaviours .....	(197)

## **Chapter 5 Force on a Moving Body in Waves in Frequency**

Domain .....	(204)	
5. 1	The Boundary Conditions and Force of Ship Motion Problem in Frequency Domain .....	(204)
5. 2	The Flow Field of a Two Dimensional Moving Source of Pulsating Strength .....	(210)
5. 3	The Far Field Radiation Condition of Two Dimensional	

Submerged Body Motion in Waves .....	(216)
5.4 STF Method .....	(219)
<b>Chapter 6 Force on a Moving Body in Waves in Time</b>	
Domain .....	(234)
6.1 Structure of the Linear Solution in Time Domain .....	(234)
6.2 Kramers-Kronig Relation .....	(242)
6.3 Singular Behaviour of Linear Solution in Time Domain .....	(249)
6.4 Analytical Solutions of Two Linear Problems in Time Domain .....	(256)
6.5 Green's Function in Time Domain and its Order Analysis .....	(265)
6.6 Relation between the Green's Functions in Frequency Domain and Time Domain .....	(277)
6.7 An Example of the Application of Green's Function in Time Domain .....	(282)
6.8 Time Domain Solution of Ship Motion with Instantaneous Wet Surface .....	(285)
6.9 Linear Solution of Ship Motion in Time Domain .....	(291)
6.10 Formula of Wave Force on Moving Submerged Body .....	(300)
6.11 Some Remarks on Non-Wall Sided Body .....	(307)
References .....	(308)

# 第一章 几个数学公式

本书所涉及的流体都是不可压缩的,不考虑粘性的影响,而且流动是无旋的,因此有速度势 $\Phi$ ,其梯度为流体速度 $v = \nabla\Phi$ 。大家知道,速度势在流场中适合拉普拉斯方程 $\nabla^2\Phi = 0$ 。此外,本书所涉及的物体都是刚体。以上各点在以后不再重复说明。

## 1.1 三维格林公式

本节回顾与三维格林(Green)公式有关的公式。首先是高斯(Gauss)公式。假设函数 $A = (A_1, A_2, A_3)$ 及其偏导数在空间域 $v$ 及在界面 $s$ 上连续,则有

$$\iint_s A \cdot n ds = \iiint_v \nabla \cdot A dv \quad (1.1.1)$$

其中 $n$ 是 $s$ 上各点处的单位法线向量,指向域 $v$ 的外部。这里要着重指出 $s$ 是 $v$ 的全部边界面,有时 $s$ 是由几个曲面组成的。应用式(1.1.1)立刻可以得到下面的关系式:

$$\iint_s \Phi n ds = \iiint_v \nabla \Phi dv \quad (1.1.2)$$

在式(1.1.1)中取 $A = \mathbf{B} \times \mathbf{C}$ ,这里的 $\mathbf{C}$ 是任意固定向量,得到

$$\iint_s (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) \cdot n ds = \iiint_v \nabla \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) dv$$

即

$$[\iint_s (n \times B) ds] \cdot C = (\iiint_v \nabla \times B dv) \cdot C$$

由  $C$  的任意性, 得到下面的公式:

$$\iint_S \mathbf{n} \times \mathbf{B} ds = \iiint_V \nabla \times \mathbf{B} dv$$

在式(1.1.1)中取  $A = \Phi \nabla \Psi$ , 由于

$$\nabla \cdot A = \nabla \Phi \cdot \nabla \Psi + \Phi \nabla^2 \Psi$$

所以有格林第一公式:

$$\iint_S \Phi \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds = \iiint_V (\Phi \nabla^2 \Psi + \nabla \Phi \cdot \nabla \Psi) dv \quad (1.1.3)$$

把式(1.1.3)中的  $\Phi$  和  $\Psi$  相互交换, 得到

$$\iint_S \Psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} ds = \iiint_V (\Psi \nabla^2 \Phi + \nabla \Psi \cdot \nabla \Phi) dv \quad (1.1.4)$$

把式(1.1.3)和(1.1.4)相减, 即得格林第二公式:

$$\iint_S \left( \Phi \frac{\partial \Psi}{\partial n} - \Psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) ds = \iiint_V (\Phi \nabla^2 \Psi - \Psi \nabla^2 \Phi) dv \quad (1.1.5)$$

如果  $\Phi$  和  $\Psi$  在域  $v$  中都适合拉普拉斯(Laplace)方程, 则有

$$\iint_S \left( \Phi \frac{\partial \Psi}{\partial n} - \Psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) ds = 0 \quad (1.1.6)$$

特别, 取  $\Psi \equiv 1$ , 得到

$$\iint_S \frac{\partial \Phi}{\partial n} ds = 0 \quad (1.1.7)$$

这就是通常说的连续性方程。用  $S_R(p_0)$  表示以点  $p_0$  为中心、以  $R$  为半径的球面, 用  $r_{p_0 p}$  表示点  $p_0$  到动点  $p$  的距离, 取  $\Phi = 1/r_{p_0 p}$ , 易知  $\Phi$  在不含有点  $p_0$  的域内适合拉普拉斯方程, 而  $p_0$  是它的奇点。用小球面  $S_\epsilon(p_0)$  将点  $p_0$  包围在其内部。在小球面外、大球面  $S_R(p_0)$  内的域  $v$  中,  $\Phi$  没有奇点, 将公式(1.1.6)应用于适合拉普

拉斯方程的  $\Psi$  和  $\Phi$ , 得到

$$\iint \left[ \frac{1}{r_{p_0 p}} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial n} - \Psi \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r_{p_0 p}} \right) \right] ds = 0 \quad (1.1.8)$$

其中  $s$  是由小球面和大球面所组成的  $v$  的边界面。在大球面上,  $r_{p_0 p} = R$ , 法线方向就是  $r_{p_0 p}$  增大的方向, 所以

$$\frac{1}{r_{p_0 p}} = \frac{1}{R}, \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r_{p_0 p}} \right) = -\frac{1}{R^2}$$

在小球面上有

$$\frac{1}{r_{p_0 p}} = \frac{1}{\epsilon}, \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r_{p_0 p}} \right) = \frac{1}{\epsilon^2}$$

式(1.1.8)可改写为

$$\frac{1}{R} \iint_{s_R(p_0)} \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds + \frac{1}{R^2} \iint_{s_R(p_0)} \Psi ds + \frac{1}{\epsilon} \iint_{s_\epsilon(p_0)} \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds - \frac{1}{\epsilon^2} \iint_{s_\epsilon(p_0)} \Psi ds = 0 \quad (1.1.9)$$

由连续性方程(1.1.7)可知上式左端第一个和第三个积分都等于零, 此外用中值定理可知:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\epsilon^2} \iint_{s_\epsilon(p_0)} \Psi ds &= \frac{1}{\epsilon^2} [\Psi(p_0) + o(1)] \cdot 4\pi\epsilon^2 = \\ &4\pi\Psi(p_0) + o(1) \quad (\epsilon \rightarrow 0^+) \end{aligned}$$

故由式(1.1.9)即得平均值公式:

$$\Psi(p_0) = \frac{1}{4\pi R^2} \iint_{s_R(p_0)} \Psi ds \quad (1.1.10)$$

下面将要给出格林第三公式。设  $\Phi$  在域  $v$  中适合拉普拉斯方程,  $p$  是域  $v$  中的一固定点, 用  $r_{pq}$  表示定点  $p$  到动点  $q$  的距离,  $1/r_{pq}$  在不含有点  $p$  的域内适合拉普拉斯方程。今以定点  $p$  为中心,