

力学丛书

机械振动

季文美 方同 陈松淇 著

科学出版社

内 容 简 介

本书深入阐明了各种振动现象的物理机理以及分析振动问题的数学方法。前半部分介绍振动的基本概念,后半部分分别介绍了离散系统的矩阵方法、连续系统的离散方法、非线性系统的定性、定量方法以及随机振动的基础知识。

本书可供从事航空、机械、造船、建筑等方面工作的科学技术人员以及有关专业的高年级大学生、研究生阅读。

力 学 丛 书 机 械 振 动

季文美 方 同 陈松洪 著
责任编辑 李成香

科 学 出 版 社 出 版
北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1985年6月第 一 版	开本: 850 × 1168 1/32
1985年6月第一次印刷	印张: 21 1/4
印数: 0001—8,650	字数: 561,000

统一书号: 13031·2908

本社书号: 3977·13—2

定 价: 6.00 元

前 言

振动理论是现代许多科学技术领域的基础。现代工业对工程质量、产品精度及可靠性都提出了愈来愈高的要求,因而在设计工作中不仅需要考虑静力效应,而且还要考虑动力效应。这也就是说,现代工程技术人员面临的都是“动态设计”问题,而动态设计的一个重要方面就是振动分析。这样,振动理论就成为广大科技人员必不可少的基础知识。

本书介绍机械振动的基本理论与方法。在深入阐明各种振动现象的物理机理的同时,也注意到了分析方法的数学严密性。全书内容可以分为两大部分。第一部分包括第一至第五,第八、九等章,着重介绍振动的基本概念。第二部分包括第六、七、十至十四章;在第六、七、十这三章中分别介绍离散系统的矩阵方法以及连续系统的离散化方法;第十一章介绍非线性振动的定性定量方法;第十二至十四章介绍随机振动的基础知识。

读者只需要具备高等工科院校的高等数学、理论力学与材料力学的知识就可阅读第一部分;阅读第二部分则还需要具备高等工科院校的工程数学的知识。本书可以作为理工科高年级学生或研究生的教材,也可以作为有关科技人员的参考书。

本书是在集体讨论的基础上分工执笔写成的,其中第一至五章由季文美写,非线性振动部分由陈松淇写,随机振动部分以及第六至十章由方同主写。

著 者

1981年2月

目 录

前言.....	vii
第一章 引论.....	1
1.1 机械振动	1
1.2 振动系统模型	2
1.3 激励与响应	5
1.4 振动分类	6
1.5 振动问题及其解决方法	6
第二章 自由振动.....	8
2.1 引言	8
2.2 简谐振动	8
2.3 能量法	16
2.4 弹簧刚度系数	23
2.5 有粘性阻尼的振系的运动	25
2.6 衰减振动	30
习题	37
第三章 强迫振动.....	47
3.1 引言	47
3.2 无阻尼振系在正弦型扰力作用下的振动	47
3.3 有阻尼振系在正弦型扰力作用下的振动	53
3.4 不平衡转子激发的振动	63
3.5 用复数方法求解强迫振动问题	66
3.6 支座激励	68
3.7 振动的隔离	73
3.8 测振仪表	75
3.9 在强迫振动中激励力与阻尼力的功	79
3.10 等值粘性阻尼	81
3.11 傅里叶级数	85

3.12	振系在任意的周期扰动下的强迫振动	94
3.13	直线运动与定轴转动的振系的类比	97
3.14	转轴的横向振动	99
	习题	104
第四章 瞬态振动		112
4.1	引言	112
4.2	振系对冲量的响应	113
4.3	振系对任意扰动力的响应	115
4.4	任意的支座扰动	127
4.5	响应谱	133
	习题	136
第五章 二自由度系统的振动		148
5.1	引言	148
5.2	自由振动	149
5.3	车辆的振动	158
5.4	用初始条件表示自由振动	162
5.5	2 自由度振系的强迫振动, 动力吸振器	168
5.6	离心摆式吸振器	174
	习题	176
第六章 多自由度系统的振动(一)		182
6.1	引言	182
6.2	自由振动举例	183
6.3	用柔度法与刚度法列运动方程	186
6.4	固有频率与主振型(特征值与特征矢量)	202
6.5	主振型(特征矢量)的正交性	209
6.6	等固有频率(重特征值)的情形	212
6.7	主振型矩阵、标准振型矩阵	216
6.8	固有频率随系统物理参数的变化	220
6.9	约束对系统固有频率的影响	224
6.10	无阻尼强迫振动	227
6.11	多自由度系统中的阻尼	233
6.12	比例阻尼系统的强迫振动	235

6.13	主坐标分析法小结	239
6.14	线性阻尼系统的动响应	243
	习题	249
第七章	多自由度系统的振动(二)	254
7.1	引言	254
7.2	瑞利能量法	254
7.3	迹法(邓克利法)	263
7.4	里茨(Ritz)法	267
7.5	矩阵迭代法	274
7.6	子空间迭代法	280
7.7	半定系统	286
7.8	传递矩阵法	296
7.8.1	基本概念与方法	297
7.8.2	轴的扭转振动	299
7.8.3	梁的弯曲振动	307
	习题	313
第八章	拉格朗日方程	318
8.1	引言	318
8.2	拉格朗日方程	318
8.3	微振动方程	327
	习题	338
第九章	弹性体振动的准确解	341
9.1	引言	341
9.2	弦的振动	342
9.3	杆的纵向振动	347
9.4	轴的扭转振动	351
9.5	梁的弯曲振动	356
9.6	简支梁情形	360
9.7	固支梁情形	363
9.8	悬臂梁情形	365
9.9	振型函数的正交性	370
9.10	主振型叠加法	375

习题	382
第十章 弹性体振动的近似解法	385
10.1 引言	385
10.2 集中质量法	385
10.3 广义坐标法	388
10.4 假设模态法	390
10.5 模态综合法	400
10.6 有限元素法	407
习题	421
第十一章 非线性振动	424
11.1 引言	424
11.2 相平面	425
11.3 保守系统	427
11.4 奇点的性质	436
11.5 极限环, 自激振动	446
11.6 等倾线法	451
11.7 利埃纳法	452
11.8 基本摄动法	461
11.9 L-P 法	466
11.10 KBM 法(一)	472
11.11 KBM 法(二)	483
11.12 KBM 法(三)	491
11.13 多尺度法	507
11.14 平均法	515
11.15 参数共振	525
习题	534
第十二章 随机振动的数学描述	537
12.1 引言	537
12.2 集合平均, 定常过程	538
12.3 时间平均, 遍历过程	539
12.4 概率分布, 概率密度	543
12.5 矩	548

12.6	联合概率分布	550
12.7	正态过程	556
12.8	自相关函数	559
12.9	功率谱(自谱)密度	562
12.10	窄带过程与宽带过程	567
12.11	互相关函数	570
12.12	互功率谱(互谱)	572
	习题	575
第十三章 随机振动的激励-响应关系		580
13.1	引言	580
13.2	脉冲响应法	581
13.3	频率响应法	586
13.4	随机激励-响应关系(一)	589
13.4.1	平均值	590
13.4.2	自相关	591
13.4.3	自谱	592
13.4.4	均方值	592
13.4.5	互相关	598
13.4.6	互谱	599
13.5	随机激励-响应关系(二)	600
13.6	随机响应的模态分析法	610
	习题	613
第十四章 随机振动的功率谱估计		618
14.1	引言	618
14.2	谱估计	618
14.3	有限分辨率与泄漏	621
14.4	估计谱方差	625
附录A	复数运算	633
附录B	矩阵	638
附录C	拉格朗日方程预备知识	655
附录D	谐和变换	659
附录E	关于线性阻尼系统的去耦条件	665
参考文献		668

第一章 引 论

1.1 机 械 振 动

所谓机械振动,是指物体在平衡位置(或平均位置)附近来回往复的运动。它在日常生活中是经常遇到的,例如心脏的跳动,钟摆的摆动,琴弦的振动,车厢的晃动,大海的波涛等等。在工程技术中,机械振动也是非常普遍的,桥梁与房屋的振动,飞行器与船舶的振动,机床与刀具的振动,各种动力机械的振动等等,都是机械振动。

在机械与土建工程中,振动通常被认为是有害的。它影响精密仪器设备的功能;降低机械加工的精度和光洁度;加剧构件的疲劳和磨损,从而缩短机器和结构物的使用寿命;振动甚至使结构发生大变形破坏,有的桥梁就由于振动而全部坍毁;机翼的颤振,机轮的摆振和航空发动机的异常振动,曾多次造成飞行事故;飞机和车船的振动恶化了乘载条件;强烈的振动噪声还可以形成严重的公害。

但是,机械振动也有有利的一面。没有机械振动就没有各种发声器(包括人的声带)以及计时的钟表。近三十年来,陆续出现了许多种利用机械振动的生产装备:振动传输、振动筛选、振动研磨、振动抛光、振动沉桩等等。它们极大地改善了劳动条件,成十、百倍地提高了劳动生产率。可以预期,随着生产实践和科学研究的不断进展,人们对振动过程的认识将愈益深化,机械振动的利用将会愈益广泛。

因此,我们研究机械振动的目的,就是为了了解各种机械振动现象的机理,掌握振动的基本规律,从而能有效地设法消除或隔离振动,防止或限制振动所可能产生的危害,同时尽量利用机械振动

积极的一面。

1.2 振动系统模型

和其他工程学科一样,机械振动也是借助于模型进行研究的。模型就是将实际事物抽象化而得的东西。例如,力学中的质点、刚体、梁、板、壳、弹簧-质量系统等等都是模型。科学的抽象并不脱离实际,而是在一定条件下更深刻、更正确、更完全地反映实际。

任何机器、结构或它们的零部件,由于具有弹性与质量,都可能发生振动,它们都是振动系统,简称振系。振动系统模型可分为两大类:离散系统(或称集中参数系统)与连续系统(或称分布参数系统)。

离散系统是由集中参数元件组成的。基本的集中参数元件有三种:质量、弹簧与阻尼器。

质量(包括转动惯量)模型只具有惯性。

弹簧模型只具有弹性,其本身质量可略去不计。弹性力和变形一次方成正比的弹簧称为线性弹簧。

阻尼器模型既不具有惯性,也不具有弹性。它是耗能元件,在有相对运动时产生阻力。其阻力与速度一次方成正比的阻尼器,称为线性阻尼器。

离散系统在工程上应用得很广泛。例如,安装在混凝土基础上的精密机床,为了隔振的目的,在基础下面一般还铺有弹性衬垫(图 1.2-1(a))。在隔振分析中需要考察机床与基础的整体振动,这时,机床与基础可以看作一个刚体,起着质量的作用,弹性衬垫起着弹簧的作用,衬垫本身的内摩擦以及基础与周围约束之间的摩擦起着阻尼的作用。因而在隔振分析中,这一系统可简化为图 1.2-1(b)所示的集中参数系统。

离散系统的运动,在数学上用常微分方程来描述。

连续系统是由弹性体元件组成的。典型的弹性体元件有杆、梁、轴、板、壳,等等。

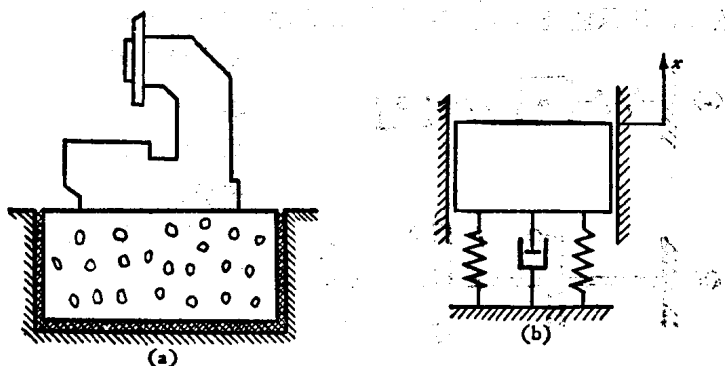


图 1.2-1

弹性体的惯性、弹性与阻尼是连续分布的,故亦称分布参数系统。

工程上许多实际振动系统需要简化为连续系统的模型。例如,涡轮盘简化为变厚度的圆板,涡轮叶片简化为变截面的梁或壳等等。

连续系统的运动在数学上用偏微分方程来描述。

确定一个振动系统空间位置所需的独立坐标个数,称为振系的自由度数。如图 1.2-1 所示的机床系统,如果只限于考察机床与基础的上下振动,那么只需要用偏离平衡位置的一个坐标 x 就可以完全确定振系的位置,所以这时它是 1 自由度系统。

类似地,在一个铅垂平面内摆动的单摆(图 1.2-2(a)),绕定轴 z 作扭转振动的扭摆(图 1.2-2(b)),也都是 1 自由度系统。

图 1.2-3 给出了 2 自由度系统的几个例子。假定其中的质量 A , B 只能沿直线平动;圆

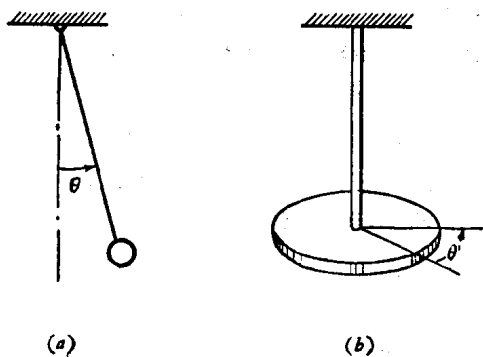
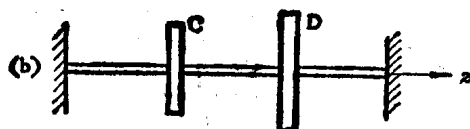


图 1.2-2

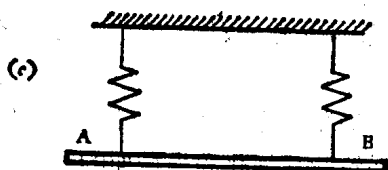
盘 C , D 只能绕轴 z 扭转; 刚杆 AB 限于在一个铅垂平面内运动,



且其重心限于沿铅垂线运动。要确定这些振系的空间位置, 各需要两个独立的坐标。



弹性体可以看作由无数质点组成, 各个质点之间有着弹性连结, 只要满足连续性条件, 各个质点的任何微小位移都是可能的。因此, 一个弹性体有无限多个自由度。



如果一个振动系统的各个特性参数 (质量、刚度、阻尼系数, 等等) 都不

图 1.2-3

随时间而变化, 即它们不是时间的显函数, 这个系统就称为常参数系统 (或不变系统)。反之, 称为变参数系统 (或参变系统)。

常参数系统的运动用常系数微分方程来描述。而描述变参数系统则需要用变系数微分方程。

如果一个振动系统的质量不随运动参数 (如坐标、速度、加速度等) 而变化, 而且系统的弹性力与阻尼力都可以简化为线性模型, 这个系统就称为线性系统。线性系统的运动用线性微分方程来描述。凡是不能简化为线性系统的振动系统都称为非线性系统。

严格说来, 实际振动系统的弹性力与阻尼力往往不符合线性模型。不过在许多情形下, 只要振幅不大, 按照线性弹簧与线性阻尼的假设, 可以得出足够准确的有用结论。但是, 在自然界和科学技术中, 有不少振动过程, 如果不考虑非线性, 现象就无法说明, 问题也不可能解决。而且在有的装备中, 还需要特意引入或加强非线性因素, 以达到改进性能、提高工效的目的。

一个实际振动系统究竟应该采用哪一种简化模型? 这应该根

据具体情况进行具体分析。

有时,为了研究复杂的振系,常常分离出其中的一部分作为分析的对象,然后进一步来研究振系中各部分的相互影响。例如,在研究飞机机翼的振动时,把机身看作刚体;在研究涡轮叶片的振动时,把涡轮盘看作刚体。

即使同一个实际振系,在不同条件下,也可以采用不同的模型。例如,强迫振动中阻尼的影响,在远离共振的条件下可以不加考虑,从而使计算大为简化;但在研究共振现象时,阻尼却起着决定性的作用,绝对不能略去不计。又如,简支梁的质量,在计算自由振动的最低频率时,可以假定为梁的一半质量集中于梁的中点而得到很准确的结果;但在研究突加载荷所引起的响应时,则上述假定将导致错误的结论。

我们提出的简化模型以及分析简化模型所得的结论,必须通过科学实验或生产实践的检验。只有那些符合(或大体上符合)客观实际的,才是正确(或基本正确)的。

本书除非线性振动一章外,采用的都是常参数线性系统的模型。

1.3 激励与响应

一个实际振动系统,在外界振动激励(亦称激励)作用下,会呈现一定的振动响应(亦称反应)。这种激励就是系统的输入,响应也就是输出。二者由系统的振动特性联系着,其框图如图 1.3-1 所示。

系统的激励可分为两大类:确定性的(亦称定则的)与或然性的(亦称随机的)。

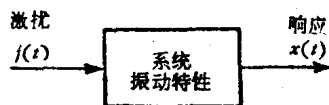


图 1.3-1

可以用时间的确定函数来描述的激励,属于确定性的。脉冲函数、阶跃函数、周期函数、谐和函数等等都是典型的确定性函数。实际振动系统所受的激励,大

多数可以简化为这类确定性模型。

一个确定性系统(指系统特性是确定性的,不论它是常参数系统,还是变参数系统),在受到确定性激励时,响应也是确定性的。这类振动称为定则振动。

另一类激励是随机激励,它不能用时间的确定函数来描述,但它们具有一定的统计规律性,因而可以用随机过程来描述。

即使是确定性系统,在受到随机激励时,系统的响应亦将是随机的。这类振动称为随机振动。

本书采用的都是确定性模型;至于激励,则除了随机振动一章外,采用的也都是确定性模型。

1.4 振 动 分 类

前面已经提到,振动现象按系统响应的性质可分为两大类:定则振动与随机振动。

此外,还可以按激励的控制方式分类如下:

1. 自由振动 它一般指的是弹性系统偏离于平衡状态以后,不再受外界激励的情形下所发生的振动。

2. 强迫振动 它指的是弹性系统在受到外界控制的激励作用下发生的振动。这时,即使振动被完全抑止,激励照样存在。

3. 自激振动 这时,激励是受系统振动本身控制的,在适当的反馈作用下,系统会自动地激起定幅振动。但一旦振动被抑止,激励也就随同消失。

4. 参激振动 这种激励方式是通过周期地或随机地改变系统的特性参数来实现的。

本书将根据系统振动分析与综合的需要,由浅入深地、系统地阐明这些振动现象及其规律。

1.5 振动问题及其解决方法

不论是定则的还是随机的振动问题,一般说来,无非是在激

扰、响应以及系统特性三者之中已知二者求第三者。

在激励条件与系统特性已知的情形下，求系统的响应，就是所谓振动分析。

在系统特性与系统响应已知的情形下，来反推系统的输入，这就是所谓振动环境预测。

在激励与响应均为已知的情形下，来确定系统的特性，这就是所谓振动特性测定或系统识别。

后一种情形下，问题的另一种提法是：在一定的激励条件下，如何来设计系统的特性，使得系统的响应满足指定的条件。这就是所谓振动综合或振动设计。

实际的振动问题往往是错综复杂的。它可能同时包含识别、分析、综合等几个方面的问题。通常，将实际问题抽象成为力学模型，实质上就是一个系统识别问题。进而针对系统模型列式求解的过程，实质上也就是振动分析的过程。而分析并不是问题的终了，分析的结果还必须用于改进设计或者排除故障（实在的或潜在的），这就是振动设计或综合的问题。

解决振动问题的方法，不外乎通过理论分析与实验研究，二者是相辅相成的。在大量实践和科学实验基础上建立起来的理论，反过来对实践起一定的指导作用。而从理论分析得到的每一个结论都必须通过实验的验证，并经受实践的检验，才能确定它是否正确。在振动问题的理论分析中大量地应用了数学工具，特别是快速数字计算机的日益发达为解决复杂振动问题提供了强有力的手段。而近些年来得到迅速发展的振动测试技术又为振动问题的试验、分析与研究展现了广阔的前景。

本书着重阐述振动的基本理论与分析方法。完全掌握这些内容也就初步具备解决实际振动问题的能力，并能为进一步开展研究工作打下良好的基础。

第二章 自由振动

2.1 引言

本章讨论 1 自由度线性系统的自由振动, 即振系在受到初始扰动后的振动。应用牛顿运动定律, 列出确定这种振动规律的微分方程, 说明其求解方法, 得出位移与速度的表达式以及频率与周期的公式。对理想的无阻尼振系, 还应用了能量守恒原理, 列出微分方程, 或者不通过微分方程而直接导出频率与周期的公式。无阻尼振系的自由振动是简谐运动。振动一经开始后, 就可以无限期地进行, 振幅大小不变。

实际的系统都是有阻尼的。本章中假定阻尼力与相对速度成正比。如果阻尼达到或大于某一临界值, 系统的自由运动就不是振动。只有阻尼小于临界值, 自由振动才可以发生, 但这时振系的机械能不断耗散, 振幅不断减小, 以至振动完全停息。有阻尼系统的自由振动是衰减振动。

2.2 简谐振动

工程中一些简单的振动问题, 有时可以简化为图 2.2-1 所示

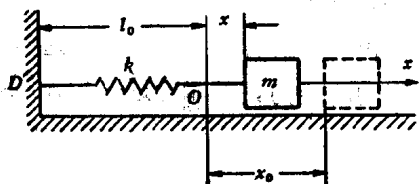


图 2.2-1

的弹簧-质量系统的运动问题。光滑水平面上的小物体, 质量为 m , 由螺旋弹簧连至定点 D 。弹簧重量可以不计, 在不受力时的长度为 l_0 , 轴线成水平。

沿弹簧轴线取坐标轴 x , 以弹簧不受力时的右端位置 O 为原点, 向

右为正。假定物体只限于沿坐标轴 x 进行直线运动, 则物体在任一瞬时的位置都可以由坐标 x 完全确定。这是 1 自由度系统。

作用于物体的力, 除重力与光滑水平面的反力互相抵消外, 只有弹簧力。在 O 点, 弹簧力等于零, 这是物体的静平衡位置。当物体从这位置偏离 x 时, 设在 O 的右侧, x 有正值, 弹簧受拉伸, 它作用于物体的力水平朝左; 设在 O 的左侧, x 有负值, 弹簧受压缩, 它作用于物体的力水平朝右。可见弹簧力总是指向原点 O , 力图使物体回到静平衡位置, 这种力称为恢复力。

假设用手把物体从位置 O 向右拉至距离 x_0 后, 使它静止, 则在放手后, 物体将在弹簧力的作用下向左加速运动; 回到位置 O 时, 弹簧力变为零, 但物体具有速度, 由于惯性将继续向左运动; 越过原点 O 后, 弹簧力使物体减速, 直到速度等于零, 此时弹簧力又使物体开始向右运动。这样, 物体将在平衡位置的附近进行往复运动。在没有阻尼的理想条件下, 这种运动一经开始, 就会无限期地持续进行, 永不停止。

令 k 表示弹簧的刚度系数, 即弹簧发生单位变形(伸长或缩短 1 单位长度)时所受的力。在一般工程问题中, 系数 k 可以看作常数, 因而弹簧力与变形 x 成正比。设力与位移的单位分别为公斤与厘米, 则 k 的单位为公斤/厘米。

设在某一瞬时 t , 物体的位移为 x , 则弹簧作用于物体的力为 $-kx$, 以 $\dot{x}$ 与 $\ddot{x}$ 分别代表物体的速度与加速度, 由牛顿运动定律有

$$m\ddot{x} = -kx \quad (a)$$

令

$$p^2 \equiv \frac{k}{m} \quad (b)$$

得

$$\ddot{x} + p^2 x = 0 \quad (2.2-1)$$

这是二阶、常系数、线性、齐次、常微分方程, 因为方程中导数最高的是二阶; 系数 1 与 p^2 都是常数; 出现的 x 及其导数都是一