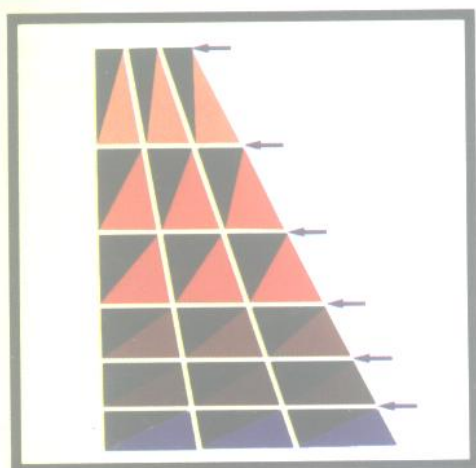


土木工程结构 分析及程序设计

刘晓平 编著



71311

464134

土木工程结构分析及程序设计

Tumu Gongcheng Jiegou Fenxi Ji Chengxu Sheji

刘晓平 编 著



00464124

人民交通出版社

内 容 提 要

本书从土建专业本科生计算机教学要求出发,详细介绍了常见工程结构的有限元计算模型、编程方法、成果整理和误差分析,并附有部分工程实例的计算程序,可读性、实用性较好。

01166/02

图书在版编目(C I P)数据

土木工程结构分析及程序设计/刘晓平编著. —北京:
人民交通出版社, 2000. 5
ISBN 7-114-03640-X

I. 土... II. 刘... III. ①土木结构-结构分析②土
木结构-计算机辅助设计 IV. TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 23489 号

土木工程结构分析及程序设计

刘晓平 编著

正文设计:王秋红 责任校对:张捷 责任印制:张凯

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街 10 号 010 64216602)

各地新华书店经销

北京鑫正大印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 12.5 字数: 310 千

2000 年 6 月 第 1 版

2000 年 6 月 第 1 版 第 1 次印刷

印数: 0001-3000 册 定价: 24.00 元

ISBN 7-114-03640-X

TU·00065

前 言

随着计算机的发展与普及,计算力学在工程结构分析计算中获得了广泛的应用,它极大地提高了结构分析的水平,使过去难以解决的问题得以解决,并使设计人员从过去重复、繁琐的计算中解脱出来,而把精力和智慧真正用于设计。

此外,学科之间的交叉和相互渗透,对结构分析计算产生了非常大的影响,特别是计算机技术及与计算机有关学科的发展,促使结构工程专业的概念和专业领域发生了深刻的变化。因此,对于面向 21 世纪的结构工程师来说,了解和掌握计算机在工程结构分析计算中的应用是十分必要的。

工程结构分析与程序设计要求掌握一定的理论知识和程序设计方法,还需要通过实践来领会和巩固,其理论性和实践性较强。本书在编写时采用由浅入深,由易到难,理论与实践相结合的指导思想,由结构力学的位移法、矩阵位移法入手,逐步引入有限元的思想和方法,最后过渡到弹性力学的有限单元法;此外,本书按理论方法、实施过程、例程例题、综合练习等环节编排,其指导性和可操作性较强,便于自学和实际运用。

本书可供土木、水利、机械类本科生、研究生作为学习结构分析和程序设计的教材,也可供从事工程结构分析的工程技术人员参考使用。

长沙交通学院建筑工程系的袁建伟老师参加了第一章、第二章的撰写,韩理安、陈浩军教授对本书进行了认真的审查,历届学生在使用本教材的教学实践过程中,提出了许多好的建议。此外,书中的许多成果是在同事们的共同努力或协助下完成的,在此一一表示深深的感谢。

由于本人水平有限,书中难免有不当甚至错误之处,敬请各位读者、同行批评指正,对此本人不胜感激。

如果需要该书中的有关程序,可来信或来函与作者联系,通信地址是:

邮编:410076 电子信箱:Lxpxb@public.cs.hn.cn

地址:长沙交通学院河海工程系

目 录

第一篇 总 论

| | |
|---------------------------------|---|
| 第 1 章 计算机在结构工程中的应用 | 1 |
| 1.1 前言 | 1 |
| 1.2 结构工程学科的发展趋势 | 1 |
| 1.3 计算机在结构工程中的应用 | 3 |
| 第 2 章 结构计算程序设计基础 | 4 |
| 2.1 微机结构分析计算的特点 | 4 |
| 2.2 程序设计(软件开发) | 5 |
| 2.3 结构化程序设计 | 5 |
| 2.4 数据管理 | 6 |

第二篇 平面杆系结构静力分析

| | |
|-----------------------------------|----|
| 第 3 章 位移法与矩阵位移法 | 8 |
| 3.1 位移法概述 | 8 |
| 3.2 矩阵位移法 | 10 |
| 3.3 一般线性方程组的解法 | 10 |
| 3.4 大型稀疏线性方程组的解法 | 19 |
| 3.5 思考题 | 25 |
| 3.6 计算题 | 25 |
| 3.7 上机题 | 25 |
| 第 4 章 连续梁的内力计算及程序设计 | 26 |
| 4.1 确定基本结构 | 26 |
| 4.2 单元分析 | 27 |
| 4.3 结构整体分析 | 27 |
| 4.4 求解结构刚度方程 | 28 |
| 4.5 连续梁的计算程序 | 29 |
| 4.6 连续梁例题 | 37 |
| 4.7 思考题 | 38 |
| 第 5 章 平面刚架、桁架计算与程序设计 | 39 |
| 5.1 局部坐标系下的单元刚度矩阵 | 39 |
| 5.2 整体坐标系中的单元刚度矩阵 | 40 |
| 5.3 结构的整体刚度矩阵 | 44 |
| 5.4 结构支承约束条件的处理 | 46 |

| | | |
|------|----------------|----|
| 5.5 | 结构的结点荷载列阵 | 47 |
| 5.6 | 二维等带宽存储与等带宽消去法 | 51 |
| 5.7 | 平面刚架静力分析程序 | 54 |
| 5.8 | 平面桁架的矩阵分析及程序 | 63 |
| 5.9 | 思考题 | 73 |
| 5.10 | 上机题 | 73 |

第三篇 连续体结构静力分析及程序设计

| | | |
|--------------|----------------------|-----|
| 第 6 章 | 弹性力学的基本知识 | 74 |
| 6.1 | 弹性力学的基本量及基本方程的矩阵表示 | 74 |
| 6.2 | 弹性力学问题解法概述 | 75 |
| 6.3 | 有限单元法的发展简史 | 77 |
| 6.4 | 弹性力学有限单元法的概念 | 78 |
| 6.5 | 思考题 | 82 |
| 第 7 章 | 平面问题的三结点三角形单元 | 83 |
| 7.1 | 三结点三角形单元的位移模式、形函数 | 83 |
| 7.2 | 单元的应变矩阵与应力矩阵 | 87 |
| 7.3 | 荷载的等效置换、单元的等效荷载列阵 | 89 |
| 7.4 | 单元的刚度矩阵 | 92 |
| 7.5 | 整体平衡方程的建立、约束条件的处理 | 96 |
| 7.6 | 三结点三角形单元解题算例 | 103 |
| 7.7 | 三结点三角形单元解的收敛性与误差分析 | 106 |
| 7.8 | 思考题 | 110 |
| 7.9 | 计算题 | 111 |
| 第 8 章 | 平面有限元程序设计 | 112 |
| 8.1 | 三结点三角形单元的主要公式 | 112 |
| 8.2 | 信息储存及处理 | 114 |
| 8.3 | 整体刚度矩阵 $[K]$ 的存储和形成 | 116 |
| 8.4 | 荷载列阵的形成 | 120 |
| 8.5 | 非零已知位移的处理、支座反力的计算 | 121 |
| 8.6 | 应力计算 | 124 |
| 8.7 | 三结点三角形单元计算程序和说明 | 125 |
| 8.8 | 三结点三角形单元网格自动生成 | 134 |
| 8.9 | 有限元网格图 | 137 |
| 8.10 | 三结点三角形单元计算例题 | 138 |
| 8.11 | 有限元后处理简介 | 145 |
| 8.12 | 思考题 | 148 |
| 8.13 | 计算题 | 148 |
| 8.14 | 上机题 | 148 |

| | |
|------------------------------------|-----|
| 第 9 章 平面问题较精密单元的有限元分析 | 150 |
| 9.1 确定形函数的一种几何方法 | 150 |
| 9.2 四结点矩形单元的分析 | 152 |
| 9.3 等参数单元的概念 | 156 |
| 9.4 等参数单元的数学分析 | 159 |
| 9.5 等参数单元的力学分析 | 162 |
| 9.6 高斯求积法及其在等参数单元中的应用 | 165 |
| 9.7 等参数单元的解题步骤 | 169 |
| 9.8 平面四结点等参数单元有限元程序 | 171 |
| 9.9 思考题 | 185 |
| 9.10 上机题 | 185 |
| 第 10 章 有限单元法的数学分析 | 186 |
| 10.1 有限单元法的变分解释 | 186 |
| 10.2 温度场的有限元分析 | 188 |
| 10.3 变温应力的计算 | 189 |
| 10.4 思考题 | 191 |
| 10.5 上机题 | 191 |
| 参考文献 | 192 |

第一篇 总 论

第 1 章 计算机在结构工程中的应用

1.1 前言

一个国家的发展,其城市化的进程速度是重要的特征之一。改革开放以来,我国为满足日益复杂、高效的现代化生产及生活的需要,加快了基础性工程建设的步伐,特别是与能源、交通、生产及生活相关的土木工程,如水库高坝、高层建筑、道路桥梁、港口码头、地铁隧道、海洋工程等,构成了现代土木工程的代表群,其建设任务越来越艰巨。

土木工程是国民经济发展的主要支柱之一,结构工程学科则是这根支柱的基础。随着建设发展的需要、近代科学理论和计算方法的创新、学科之间的交叉渗透,以及计算机科学、材料科学的发展,都对结构工程这一古老土木工程专业的主干学科提出了新的挑战,同时,对于结构工程学科来说,又预示着一个得以蓬勃发展的大好机遇。

1.2 结构工程学科的发展趋势^{[1][2]}

结构工程是具有很强的实践性科学,它的早期主要是通过工程实践,总结成功与失败的经验教训而发展起来的。17世纪以后,以伽利略和牛顿为代表的近代实验力学和理论力学开始同结构工程实践相结合,逐渐形成材料力学、结构力学、岩土力学等结构工程的基础理论。这样,结构工程学科才逐渐从依靠经验发展成为一门有理论有试验的独立的学科。在以后很长一个时期内,结构工程学科是由理论与试验两极构成的学科,而试验又常常先行于理论。

随着计算机的发展与应用,试验分析与结构计算的方法发生了根本的变革,诸如差分法、变分法、有限元法等数值计算方法借助于计算机而得到空前的发展。在这种形势下,理论与试验在原有的关系之间出现了一条通过计算建立理论、试验之间关系的新途径,形成了结构理论、结构试验、结构计算三足鼎立的新的学科结构。

结构工程学科是一门应用型的基础性学科,它必须有工程应用的背景,同时又少不了其它基础学科的支持,可以说它是应用与基础之间的渠道。随着应用的广泛及其它基础学科的发展,结构工程学科也得到蓬勃的发展,分析近十年来国内外学术动态,可发现和归纳结构工程学科的研究和发展呈现三个主要的趋势。

1. 由个别构件分析转为结构的整体及其耦联系统的综合分析与控制。

以往由于计算理论、方法、手段等各种条件的限制,人们在结构工程学科的研究主要集中在结构物的单体和局部的强度与稳定分析,局部的计算精度大大超过整体结构系统的计算精度,其结果是整体精度仍不高。而随着单体和局部的研究相对成熟,特别是学科的发展进步,研究方向开始转向结构的体系化问题研究。

如在水利、航道、地下工程中常采用的地下框架结构(图 1-1),以往都是采用简化的计算方

法,即将土压力、地下水压力等荷载作用在边墙上,边墙视为嵌固在底板上的悬臂梁,而底板则视为弹性地基梁分别计算。而现在可以利用有限元或其它方法,将结构整体及其与之耦联的地基作为一个结构体系,考虑结构物与地基的相互作用和相互影响来进行计算分析。

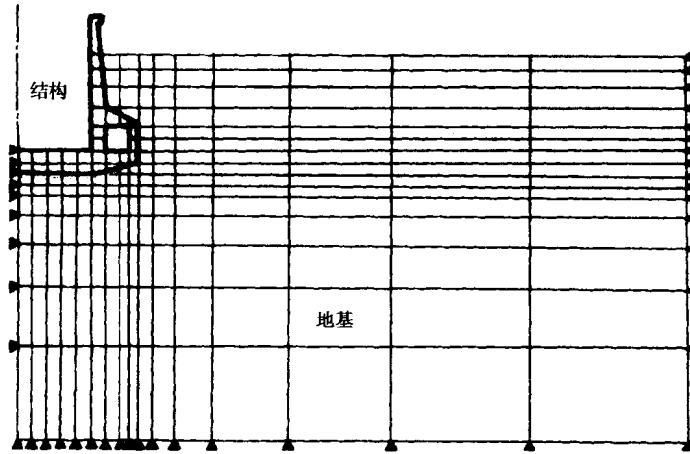


图 1-1 坞式船闸结构的有限元计算模型

又如大型隧道工程中,考虑隧道结构与周围岩体介质的共同作用是一个难度很大的问题,周围的介质情况不清楚,结构的荷载无法正确判断,结构的计算分析就难以达到足够的精度。美国加州大学伯克利分校的哥得曼(Goodman)和石根华针对地下岩体的裂隙提出的块体理论(Block Theory)是该方面工程计算的一个重要发展,在此基础上又对岩体的支护提出了关键块理论(Key Block Theory),这是解决结构及其耦联系统比较出色的一例。

2. 结构工程学科发展的另一大趋势是专业概念的拓宽。

由于结构工程项目影响因素多,且因素之间相互影响大,加之计算分析所依据的信息的不完整、不确定性,使结构工程学科有其特有的难度。长期以来,结构工程的许多问题主要是依靠数学力学方法求解。随着近代科学的发展,学科之间相互交叉渗透,应用计算机存储信息、数据,以及人的知识、经验,利用计算机做逻辑推理、系统分析寻求优化解,这一切使得大量的不确定性的结构计算分析问题可以求解,结构计算与结构分析将发生革命性的变革。结构工程学科由单纯依靠数学力学发展到依靠多学科的交叉,由微观分析向宏观分析并更趋于客观实际的方向发展。

如近年来迅速发展的交通工程、城市防灾工程,均是随着计算机与系统工程分析的发展而兴旺起来的。

再如工程结构的计算机仿真技术,它是由数值模拟、计算机图形技术,以及信息论、模拟论、控制论、多媒体视景系统等现代化科学方法相结合而产生的。目前在工程规划中现场环境的模拟、灾害环境作用的模拟、结构物损伤破坏过程的模拟以及工程设计的模拟等方面均已取得研究成果。计算机仿真技术不仅改善了结构工程的设计分析和试验手段,更为重要的是这一技术的引入和深化,促使了结构工程专业概念和专业领域的深刻变化。

3. 由单纯的工程结构问题转为工程大系统问题的研究。

传统的结构分析通常是依据知识和经验建立计算模型(包括计算简图、外部荷载的确定、支承约束情况等),在建立计算模型过程中,结构工程师们往往忽视了结构物本身以及外部荷载的大量的不确定因素,而把关注的焦点放在数学力学的求解方法上,其结果是“粗糙的假设

——精细的求解——粗糙的和不可靠的结果”^[2]。

近年来提出的结构体系的总体优化和可靠度研究,将结构分析的概念拓宽至工程大系统的全局性优化设计,即结构分析不仅仅是强度、稳定问题,还要考虑工程项目的社会效益、总体规划设计的可靠性、施工的可能性、工程对环境的影响,甚至还要考虑设计施工过程中人为错误的问题,以及建造、使用、老化各阶段来自人为和自然的灾害等等,这就是所谓工程大系统问题的提出。虽然还有许多问题值得探讨,但可以预见,随着计算机科学的发展,人类知识与经验的积累与建库,结构大系统优化和可靠性问题会进入实质应用阶段。

1.3 计算机在结构工程中的应用

从结构工程发展的趋势可以看到,计算机的发展在其中起了重要的作用。对于面向 21 世纪的结构工程师来说,了解和掌握计算机在土木工程结构计算中的应用是十分必要的。

随着计算机的发展与普及,计算力学在土木工程结构中获得了广泛的应用,它极大地提高了结构分析的水平,减轻了人们的劳动,提高了工作效率,缩短了计算周期,节约了有用资源,提高了工程质量,为工程结构的发展与提高做出了巨大的贡献。计算力学的应用引起的变化概括总结如下^[4]。

1. 使结构可以依照较精确的模型进行分析。过去由于计算手段的限制,往往对结构作出过多的简化假定,计算结果比较粗略。计算力学及其计算机的应用,就可以按照比较符合实际的、较精确的模型进行分析,大大提高了计算精度。

例如,过去地下洞室的支护和衬砌设计,长期采用“坍落拱”的假定进行。现在用计算力学的方法,可以同时考虑支护、衬砌和洞室介质的共同工作,为改进和革新地下结构的设计提供了可靠的依据。

2. 大型结构的整体分析。过去限于条件,对于大型土建结构,如大跨桥梁、高耸建筑、海洋平台、水库大坝,还有码头、船闸等很难进行整体分析,往往将其分解为许多便于计算的“平面结构”,或者在宏观上看成“梁”、“桁架”、“拱”等易于分析的结构进行估算,然后对组成结构的构件进行设计。计算力学的发展为这种大型、复杂结构的整体分析提供了有力的工具,为结构的合理设计创造了条件。

3. 使设计人员从繁重的计算中解放出来,把人的智慧真正用于“设计”。过去,设计人员的工作时间大部分用于繁琐的甚至是简单的重复计算,没有精力与时间进行多种方案的比较,或者对于某些新型结构无分析手段而不能判断其优劣,难于对传统形式的结构进行改革和创新,极大地限制了设计人员的创造精神。计算力学的方法与计算机的普及,大大减轻了设计人员的劳动强度,并提高了对各种复杂结构的分析能力,从而使设计人员有余力、有能力进行多方案的比较,对新型结构的发展开辟了广阔的前景。

4. 对岩土、混凝土等土建工程中广泛采用的结构材料,由于其组成的复杂性及其力学性能的特殊性,传统的解析方法很难作出切合实际的分析,因而,长期以来工程师大多依赖由实验室得出的经验公式来计算破坏荷载,或者假设为弹性材料来分析计算。这与实际结构受力反应相差很大,因而不得不采用较大的“安全系数”。计算力学的应用,则可结合这类材料的特殊本构关系,对结构受力的全过程进行分析,对结构受力过程中的应力分布、变形发展、因非线性变形与裂缝的发展而产生的应力重分布和极限荷载得到较准确的解答。这对结构可靠性的保证、材料的合理利用有很大的作用。

5. CAD 在土建工程中得到了广泛应用和飞速的发展。我国建设部规定,凡是取得甲级设

设计院资格的设计单位,必须采用 CAD 技术。CAD 技术的核心内容是结构分析与图形处理。合理高效的计算方法为结构分析的程序化、自动化创造了条件,为 CAD 核心部分运行的可靠性和高效率提供了保障。

6. 以往土建结构的设计分析主要是针对完整结构在使用荷载下的反应分析。采用计算力学方法后,可以考虑建造全过程的反应分析。例如,大坝的分段分期施工、洞体的分段分层开挖、高层建筑的分层建造、闸室结构不同的施工工序等,都可按实际情况进行全过程的仿真反应分析,从而可保证结构建造全过程的可靠性,并可指导选用合理的施工方案。

7. 与时间有关的结构动力分析。如短时冲击作用(船舶撞击力等)、行车脉动荷载、地震作用等反应分析,在相当长时间内一直采用等效静载法分析,而计算力学中已有多种直接动力法可用于结构的动力反应分析,可得到随时间变化的各种参数,大大提高了动力设计的精度和可靠性。

8. 以往的“设计”,很大程度上是一种“验算”,因为它往往是对预先选定的结构进行计算,若满足规定的数值限制,就可通过,否则就局部修改构件尺寸,这很难说是创新意义上的“设计”。现在这种状态已随着计算力学的发展与应用而开始改变,各种优化方法、自动控制中的控制技术、人工智能中的专家系统已开始与工程相结合,取得了不少有意义的成果。

9. 由于计算力学方法的适应性以及互通性很强,使得多介质组成的结构大系统的分析成为可能。近几十年来,如基础与上部结构的共同作用,风流、水流与结构物的耦合振动等均取得了令人瞩目的成果。如水利枢纽的大坝,以往都是作为一个独立的结构问题来考虑,而现在可以将大坝与水库、周围的岩体、其它水工建筑物一起统一考虑。

10. 工程结构的试验仿真取得了很大的进展。以往对新型结构的采用或对于复杂结构的性能无把握时,总是借助于模型试验,试验工作既费工费时,又需很大的劳动强度,而且由于试验设备、场地、经费等方面的限制,难以做足尺试验,其精度受到制约。基于计算力学、数值模型和计算机图形技术相结合而发展起来的试验仿真技术则可以克服以上缺点。目前,这种仿真已完全可以取代光弹试验和有机玻璃模型试验,在钢筋混凝土裂缝的发展以及破坏过程的模拟,高层建筑结构在地震作用下非线性反应的动态模拟,地下结构洞体塌方模拟均取得了可喜的成果。

第 2 章 结构计算程序设计基础

2.1 微机结构分析计算的特点

1. 在结构计算方法、结构分析程序大发展的同时,计算机的硬件也在飞速的发展,尤其是微型计算机以其容量越来越大,速度越来越快,价格低廉,功能强等特点,在国内外计算机应用市场中占据了非常重要的地位。微机使用方便,普及程度高,因此,在我国利用微机进行结构分析计算不仅是可行的,而且非常具有现实意义和经济意义。

2. 在计算机本身的机器资源方面,微机相对于大中型计算机来说,在很多方面还是受到了一定的限制。所以,在微机上进行结构分析计算程序设计,要更多地考虑计算时间、内存占用、精度要求以及可行性等因素,设计者还应在计算方法、程序结构、数据管理、资源利用等方面精

心设计和研究。

3. 研制开发微机结构分析计算机软件应利用和发挥微机的特点,采用实用合理的程序结构,如结构化、模块化、层次化等,使程序具有良好的结构,层次清楚,可读性好,易于调试与维护,便于用户的再次开发利用。

2.2 程序设计(软件开发)

软件是计算机程序、方法、规划及相关的文档以及在计算机上运行所必须的数据。在由基本理论、计算方法、计算机形成的计算力学中,软件或程序是连接它们的纽带。结构分析程序设计就是在掌握和理解结构分析基本理论的基础上,设计和采用合理的方法和步骤,并通过计算机算法语言使计算机按我们的要求完成计算。

在长期的实践中,人们提出了要用工程化、规范化的方法实现软件的开发和维护,并对这一类工程化软件提出了具体要求,主要有以下几方面:

- (1)正确性 保证正确地实现软件的全部功能;
- (2)可靠性 软件反复多次使用不失败,出错率小于一定指标;
- (3)简明性 表达简明易读,程序内外层次分明,接口简单;
- (4)易维护性 能方便地进行校正、适应、完善、扩充等方面的维护;
- (5)采用结构化设计方法 即用顺序、判断、循环三种基本逻辑关系编制程序;
- (6)规范化 文档齐全、格式规范。

软件开发过程一般包括问题分析、规划设计、程序编制、调试维护、软件说明等内容,其主要内容有:

问题分析 分析研究对象,建立计算模型,选择合适的计算方法等;

规划设计 包括功能规划、模块划分、数据结构与算法的设计,文档的编制等;

程序编制 指利用算法语言按一定的规范编写出具体的条文,形成源程序;

调试维护 调试程序是指在保证程序语句正确的基础上,有目的地输入一定信息,由程序的执行结果来判断程序行为正确与否的过程;维护是指在软件生存期间,对软件进行的查错、增加、删减、功能扩充等持续性工作;

软件说明 包括对软件的功能、所采用的理论方法、操作使用说明、扩展维护等方面所作的明确陈述。

2.3 结构化程序设计

程序结构通常由两方面组成,一是解决问题本身的结构;二是计算结构(即程序静态结构)。其计算结构既要与所有理论中的计算步骤相一致,又要与机器执行计算时的动态结构相一致,同时还要满足程序设计的客观标准,这就要求程序系统具有结构化、模块化。

1. 程序结构化

结构化就是通常所说的结构化程序设计。结构化程序设计就是按照一组能够提高程序易读性与易维护性的规则进行程序设计的方法。在保证程序正确可靠的前提下,结构化程序设计首先是考虑程序的清晰,然后考虑程序的效率。

结构化程序应满足以下基本要求:

- (1)全部程序均由顺序、选择和循环三类基本结构组成;
- (2)具有单入口、单出口的特点;

(3)不包含无限循环;

(4)没有死语句。

满足以上要求的程序结构好象“项链上的一串珍珠”,来龙去脉清楚,段落层次分明。

2. 程序的模块化

将一个规模较大的程序化整为零,划分成若干个小的模块,每个模块都具有一定的功能,执行一个方面的运算,这样的程序称之为模块式结构程序。具有模块式结构的程序在程序编写、修改、增删、调试及易读性和可靠性方面都有较大的优越性。

在以后章节的学习中将会看到,通常我们都是把一个完整的结构分析程序划分成在一定程度上独立的若干模块(也就是小程序段)。每个模块具有完成结构分析计算过程中的某一个或几个基本步骤的功能,比如数据处理模块、计算单刚模块、总刚形成模块、解方程组模块等。各功能模块由一个主控程序模块来调用,主控程序负责组织运算,通过公用区或其它方式提供资源信息。在编程调试过程中,一般是先设计好主控程序,然后分别挂接各功能模块进行调试,看是否达到了该功能模块设计要求,最后形成完整的结构分析程序。

2.4 数据管理

数据管理包括数据准备、数据输入、数据加工处理、数据存储、数据交换、结果分析等。对于一个实际的结构分析问题,数据管理是非常重要的工作,特别是对大型的复杂结构,要求提供和处理的的数据量是相当大的。

1. 数据准备

结构分析的数据准备可分为四步。

(1)建立结构分析的计算模型。如在有限元中用合适的单元模拟和划分实际结构,确定边界条件等。

(2)计算模型数字化。即通过一系列的数字来描述模型化后的结构,如单元结点总数、单元类型、单元信息、材料特性、约束条件、荷载情况等。

(3)数据格式化。即按程序输入数据的要求,将定义结构的数据列表,最终建立一个或多个原始数据的输入文件。

(4)检查和校正数据。结构分析问题数据非常之多,在模型数字化、表格化的过程中难免会有错误,因此需要检查校正。因为数据太多,所以检查工作往往是利用计算机进行。

2. 数据输入

一般简单的结构分析程序都是采用数据文件的方式进行数据的输入输出,由使用者输入原始数据形成输入文件,程序运行结束后其结果储存到输出文件,以便对计算数据进行分析。大型的结构分析程序一般具有数据的预处理功能,有的是在结构分析程序内部具有一个数据预处理的模块,该模块的功能是读入原始结构的输入信息,按照要求产生和扩充数据,完成某些数据的检查,在显示器或打印机上显示数据产生的图形。

外部数据预处理程序(一般又称为前处理器),它的功能是接受分析人员准备的必要数据,或接受其它分析程序产生的数据,按照它所服务的主结构分析程序的要求完成对数据再加工,如数据产生、检查、显示等,最后产生一个供结构分析程序计算用的输入文件。

3. 数据处理与存储

在结构分析程序设计中,常常采用一些方法来达到节约计算机资源的目的。

例如,一般大中型计算机的整型变量占有4个字节(即32位二进制数),能表示十进制整

数的合法范围为 $-2^{31} \sim 2^{31} - 1$, 即 $-2147483650 \leq N \leq 2147483649$; 一般微型计算机的整型变量占有 2 个字节, 可表达最大的十进制整数范围为 $-2^{15} \sim 2^{15} - 1$, 即 $-32768 \leq N \leq 32767$ 。显然, 将几个数值不大的整型量信息“紧缩”存储在同一整型变量内, 形成一条数值较大的组合信息, 将会充分地利用计算机资源。在结构有限元分析中, 对某结点的约束情况一般需要用约束结点号、该结点 x 方向约束、 y 方向约束三个参数来表示, 如果将这些参数单独存放, 就要占用计算机三个整型变量的资源。如 256 结点在 x 方向有约束, y 方向无约束, 单独的信息是 256, 1, 0; 组合后的信息是 25610, 这就达到了节约 2/3 存储量的目的。

又如, 结构分析问题所形成的刚度矩阵一般都是对称的稀疏矩阵, 即一些与解方程组有关的非零元素主要分布在主对角线附近, 而大量的与解方程组无关的零元素是没有必要存储的。因此, 在结构分析程序中, 往往利用矩阵的对称性只存储上三角(或下三角)的元素, 达到节约一半内存的目的; 又利用等带宽存储或变带宽一维存储, 达到避免与计算无关的零元素占用内存的目的。这在以后的章节中还会具体讨论。

4. 数据交换

数据交换对于结构分析程序来讲, 主要发生在主控制程序与各程序模块之间、程序模块与程序模块之间; 对计算机来讲, 主要发生在内存空间与外存空间之间。

内存空间数据传递的速度比较快, 一般在内存能允许的情况下, 应尽可能地利用内存空间。在内存中数据的传递主要是通过公用区、调用参数的虚实结合来完成。

由于计算机的内存总是有限的, 特别是在微机上解决较为复杂的结构分析问题, 内存不够是常见的问题, 因此, 在程序设计中还要考虑使用外存空间。利用外存空间主要是通过存取外存文件来实现。

5. 结果分析

结果分析包括中间结果分析和最终结果分析。在程序设计时要考虑设置一些中间过程的提示或中间结果的显示, 主要是为了了解程序的运行过程, 分析可能出现的错误, 如解方程组中出现非正定情况、迭代算法中出现不收敛情况、数组越界情况、单元信息或坐标信息输错而造成的“溢出”现象等。

结果分析结束后, 会产生大量的数据信息, 其中有些数据是我们特别关心的, 如结构的位移、应力应变、振型等, 要使数据能够从数值上或直观上描述结构的某些性态, 就必须对数据进行处理和显示(打印显示或图形显示如图 2-1)。

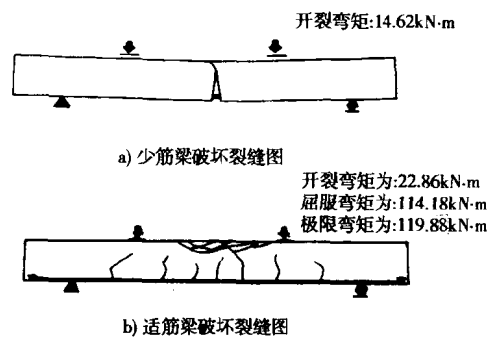


图 2-1 计算结果图形显示示例

第二篇 平面杆系结构静力分析

杆系结构中,杆件与杆件的连接处称为结点,结点又分为铰结点和刚结点。所有结点都为铰结点的杆系结构称为桁架,有刚结点的杆系结构称为刚架。杆单元、梁单元是有限元中最简单最基本的单元。本章拟通过杆系结构的静力分析,一是掌握结构分析程序设计的一般方法,二是从物理的概念出发,阐明有限元法的基本思想和基本步骤。

第3章 位移法与矩阵位移法

3.1 位移法概述

1. 位移法的基本思想

位移法和力法是结构力学中分析超静定结构的两种基本方法。众所周知,几何不变的结构在一定的外因作用下,其位移和内力之间具有一定的关系,即确定的位移必然对应结构确定的内力。因此在分析超静定结构时,先设法确定结构的某些位移,再据此推求内力,这就是位移法的基本思想^[5]。

2. 位移法的解题步骤

位移法是将原结构附加约束后变成由若干个典型杆件组成的基本结构,利用结点的平衡条件及通过对典型杆件的分析,即可建立典型方程并确定典型方程中的系数,解方程可得基本结点的位移,然后求得结构的内力。

3. 算例分析

以图 3-1 所示的刚架为例来说明位移法的具体计算步骤。

首先要选择基本未知量和确定基本结构。位移法选择结点位移作为基本未知量。选哪些结点的位移作为基本未知量呢?其原则是:仅选择与计算杆端弯矩有关的独立的结点角位移和线位移作为基本未知量。也就是说,这些结点的位移知道了,杆端弯矩就可以算出来。至于选择多少个基本未知量则可依据:

- (1)作为基本未知量的结点角位移数目等于刚结点数;
- (2)作为基本未知量的结点线位移数目等于刚架独立结点线位移数目。

图 3-1 所示的刚架可选择一个独立的结点角位移 φ_1 和一个独立的结点线位移 Δ_2 作为基本未知量。

在选定结点角位移处附加一个仅能控制转动而不能控制移动的刚臂,所加刚臂数目等于基本未知角位移数目;在选定独立结点线位移处附加一个仅能控制移动而不能控制转动的连杆,所加连杆的方向同于线位移的方向,所加连杆的数目等于独立结点线位移数目。如此所得到的附加约束结构即为原结构位移法的基本结构。

原结构在荷载作用下会发生位移变形,因此,令基本结构附加刚臂发生了与原结构相同的

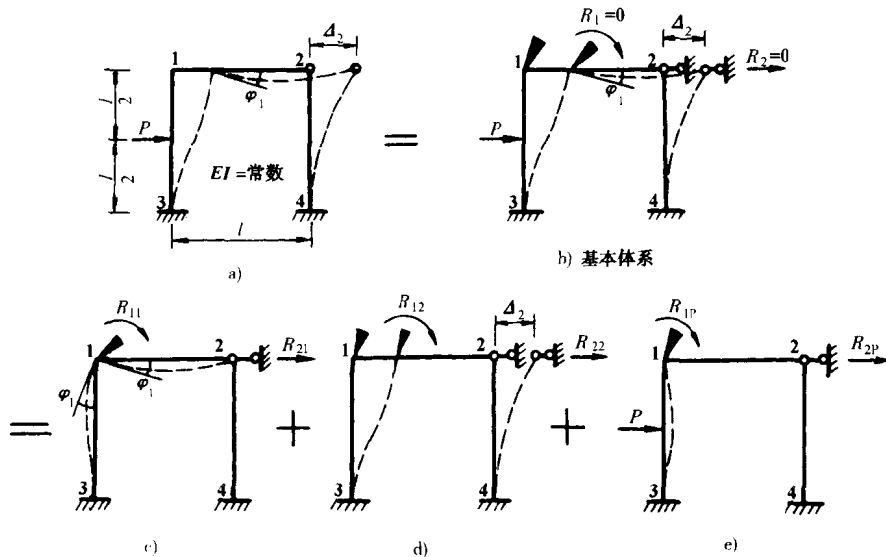


图 3-1

转角 φ_1 , 附加连杆发生了与原结构相同的线位移 Δ_2 , 这样两者的位移就一致了。

再比较基本结构与原结构在附加约束处的力。基本结构由于加入了附加约束, 便会在附加约束上产生附加反力, 而原结构并没有这些附加约束, 当然也不存在这些附加反力。现在既然基本结构的位移与原结构的位移完全一致, 其受力也完全相同, 因此可知, 基本结构在结点位移 φ_1 、 Δ_2 和荷载 P 的共同作用下, 刚臂上的附加反力矩 R_1 和连杆上的附加反力 R_2 都应等于零。即利用各结点平衡条件, 可得到一组方程:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_{11} + R_{12} + R_{1P} = 0 \\ R_2 &= R_{21} + R_{22} + R_{2P} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

式中: R_{11}, R_{12}, R_{1P} ——由 φ_1, Δ_2 和荷载 P 分别引起的刚臂上的反力矩;

R_{21}, R_{22}, R_{2P} ——由 φ_1, Δ_2 和荷载 P 分别引起的连杆上的反力。

式(3-1)可写为

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= r_{11}\varphi_1 + r_{12}\Delta_2 + R_{1P} = 0 \\ R_2 &= r_{21}\varphi_1 + r_{22}\Delta_2 + R_{2P} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-2)$$

式中: R_1, R_2 ——为基本结构在荷载及结点位移共同作用下, 在附加刚臂和在连杆内产生的反力矩和反力;

r_{ji} ——当基本结构因 i 处发生了一单位位移时, 在 j 处附加约束内产生的反力矩或反力, 即第一个下标表示产生反力的处所, 第二个下标表示产生反力的原因;

$r_{j1}\varphi_1, r_{j2}\Delta_2, R_{jP}$ ——分别为基本结构在 φ_1, Δ_2 和荷载 P 单独作用下, 在附加约束 j 内产生的反力或反力矩。

式(3-2)就是位移法的典型方程。典型方程中, 平衡条件的个数与结点未知位移数正好相等, 因而根据这些平衡条件可求出结点未知位移。

式(3-2)可用矩阵表示为

$$[K]\{\delta\} + \{R\} = \{0\} \quad (3-3)$$

式中：
$$[K] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \quad \{\delta\} = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} \quad \{R\} = \begin{Bmatrix} R_{1P} \\ R_{2P} \end{Bmatrix}$$

位移法的典型方程(3-2)是一组线性代数方程。要从典型方程中求出结点未知位移,还必须首先求出方程中所有系数 r_{ji} 和自由项 R_{jp} 。

系数和自由项的计算,可以用结构力学中的“各种因素作用下单跨超静定梁杆端形常数”表为工具,分别作出基本系在各单位正向位移作用下的单位弯矩图 \bar{M}_i 以及荷载弯矩图 M_p ,然后,由各刚结点的力矩平衡条件求附加刚臂上的约束反力矩;由附加连杆所在的结点或所在的某一部分的脱离体的平衡条件求附加连杆内的约束反力,由此可求出所有系数和自由项。具体可参看结构力学有关教材。

求解典型方程可得基本结点的位移,然后求得结构的内力。

总结位移法的解题步骤可归纳为:

- (1)确定基本未知量和基本结构(建立计算模型);
- (2)利用结点平衡条件建立典型方程式(整体分析);
- (3)确定典型方程中的各系数和自由项(单元分析);
- (4)求解方程得结点位移,最后求内力(求解)。

3.2 矩阵位移法

矩阵位移法是建立在矩阵分析基础上的位移法。它与位移法的区别在于其解题步骤首先是进行单元分析,然后再进行整体分析。别小看这微小的差别,它使得矩阵位移法具有简单、定型、便于使计算过程程序化等优点,有助于编写程序以及应用计算机解决比较复杂的结构分析问题。

杆系结构的矩阵分析也称为杆系有限元分析,它的主要内容有以下两部分:

(1)一是把结构离散分解为有限个较小的单元。对于杆系结构,一般以一根杆件或杆件的一段作为一个单元,然后以单元分析为基础,建立单元的内力与位移的关系,形成单元刚度矩阵。这一部分称为单元分析。

(2)二是在原有的整体结构中,分析各单元应满足的几何条件和平衡条件,从而建立结构的整体刚度方程,解方程可得原结构的位移和内力。这一部分称为整体分析。

在以后的几个章节,我们将以几种典型的杆系结构为例说明杆系结构的矩阵分析方法,以及程序设计方法。

3.3 一般线性方程组的解法

线性方程组的求解是自然科学和工程技术中经常遇到的问题。在结构分析计算中,很多情况下都归结为线性方程组或大型稀疏方程组的求解,而求解方程组的时间常常占据了总的计算时间的大部分,为提高结构分析的计算精度和求解效率,了解在计算机上用什么方法求解不同特点的线性方程组,以及研究有效的求解线性方程组的方法是十分必要的。

1. 高斯消元法^[8]

高斯消元法是求解线性代数方程组 $[A]\{x\} = \{b\}$ 的一种直接解法,它实际上是初等代数加减消元法及代入消元法的发展,其基本思想是按自然顺序逐次消去方程组中的一个未知数,把原方程组化为具有同解(等价)的三角形方程组。由于它运算量较小,使它成为计算机上求解方程组的有效算法之一。