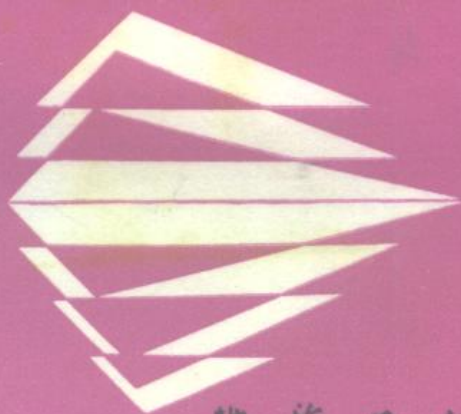


高等数学目标训练题

魏贵民 主编



地质出版社

(京)新登字 085 号

内 容 简 介

本书有主、客观性习题近千道。内容包括一元函数微积分、多元函数微积分、级数和微分方程。有是非判断题、单项选择题、填空题、多项选择题和基本技能题，题目形式多样，与现行的模式化考试题型一致。这些题可分为巩固性的习题和提高性的习题两类，前者有助于学生掌握好基本概念、基本理论和基本技能，后者富有启发性，可以培养学生综合应用及解题能力。书末附有参考答案。本书覆盖面广，选题精炼典型，易于使用。本书对学习高等数学有良好的辅助作用；对参加高等数学各类考试有重要的备考应试指导作用；是学生和自学者的一本很好的辅导书；也是教师的一本教学参考书；亦可作为习题课教材使用。

高等数学目标训练题

魏贵民 主编

*

责任编辑：杨洪钧

地质出版社出版发行

(北京和平里)

北京地质印刷厂印刷

(北京海淀区学院路29号)

新华书店总店科技发行所经销

*

开本：787×1092^{1/32} 印张：4.875 字数：103000

1993年6月北京第一版·1993年6月北京第一次印刷

印数：1—5590册 定价：3.80元

ISBN 7-116-01356-3/P·1122

前 言

演练数学习题，是学好数学知识的一个必不可少的重要环节。然而，题海万千，应当练哪些题，练到何种程度，却一直是教与学的一个问题。本书力图做到选题适当，使学生通过这些不算太多的习题的切实演练，达到较深刻地理解高等数学的基本概念，牢固地掌握其基本理论，较熟练地掌握其基本技能技巧的目标。这是我们的尝试，也是我们的愿望。学识所限，错漏难免，恳请广大读者和同仁指出宝贵意见，逐步完善这项工作。

参加本书编写的有：魏贵民（第一、二、三、四章，主编），楚道玉（第五、六章），郭科（第七、八章），杜鹃（第九、十章），胥泽银（第十一、十二、十三章）。

曾文祁同志、黄南强同志审阅了全部书稿，提出了许多宝贵意见，提高了本书的质量。在此，谨向他们致以衷心的感谢！

编 者

1992.12.20

目 录

第一章	函数	(1)
第二章	极限	(6)
第三章	导数	(16)
第四章	中值定理与导数的应用	(24)
第五章	不定积分	(34)
第六章	定积分	(41)
第七章	矢量代数与空间解析几何	(55)
第八章	多元函数微分学	(64)
第九章	重积分	(75)
第十章	曲线积分与曲面积分	(83)
第十一章	数项级数	(93)
第十二章	函数项级数	(104)
第十三章	常微分方程	(116)
附录	答案与提示	(123)

第一章 函 数

一、是非判断题

1. $|x| = x \cdot \operatorname{sgn} x$.
2. 设 $M > 0$, 若 $\forall x \in I$, 恒有 $f(x) \geq M$, 则 $f(x)$ 在区间 I 上有界.
3. 闭区间上的有界函数必在该区间上有最大值或最小值.
4. 偶函数必非奇函数.
5. $f(x)$ 为定义在 $[-a, a]$ 上的函数, 则 $f(x) + f(-x)$ 必为偶函数.
6. $f(x)$ 为偶函数, $x = \varphi(t)$ 为奇函数, 复合函数 $f(\varphi(t))$ 存在, 则 $f(\varphi(t))$ 必为偶函数.
7. 分段函数都不是初等函数.
8. $f(x) = \frac{1}{x}$, 则 $f(f(x)) = x$.
9. $1 + x + x^2 + \cdots + x^n + \cdots$ 是 x 的函数.
10. 如果当 $i \neq j$ 时, $x_i \neq x_j$, 则对于给定的点列 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$, 必有函数 $y = f(x)$, 满足 $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \cdots, y_n = f(x_n)$.

二、单项选择题

1. 设 $0 < a < \frac{1}{5}$, 函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 则 $f(x+a) + f(x-a)$ 的定义域是

(A) $[a, 1-a]$; (B) $\left[\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right]$;

(C) $[a, 1+a]$; (D) $\left[\frac{1}{5}, \frac{6}{5}\right]$.

2. $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$, $g(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$, $a > 1$,

已知 $f(x)g(y) + f(y)g(x) = g(u)$, 则 $u =$

(A) $x-y$; (B) $x+y$;

(C) $y-x$; (D) xy .

3. 设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$, 其中一个是偶函数, 一个是奇函数, 则必有

(A) $f(-x) + g(-x) = -f(x) + g(x)$;

(B) $f(-x) + g(-x) = f(x) - g(x)$;

(C) $f(-x)g(-x) = f(x)g(x)$;

(D) $f(-x)g(-x) = -f(x)g(x)$.

4. 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上, 函数 $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 是

(A) 周期函数; (B) 有界函数;

(C) 奇函数; (D) 偶函数.

5. 设函数 $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$ 及 $g(x) = \frac{3x+x^3}{1+3x^2}$, 则复合函

数 $f[g(x)] =$

(A) $[f(x)]^3$; (B) $3f(x)$;

(C) $f(x)$; (D) $\frac{1}{f(x)}$.

6. $y = \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 1) \\ x^2 - 4x & (1 < x \leq 3) \end{cases}$ 是

(A) 基本初等函数; (B) 初等函数;

(C) 一个函数; (D) 两个函数.

三、填空题

1. 符号函数 $y = \operatorname{sgn} x$ 的值域是_____.

2. $-\pi$ 的整数部分 $[-\pi] =$ _____.

3. 如果函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 那末函数 $f(\sin x)$ 的定义域是_____.

4. 设 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, 在条件_____下, 它的反函数是其自身.

5. 设 $f(x+x^{-1}) = x^2 + x^{-2}$, 则 $f(x) =$ _____.

四、多项选择题

1. 下列各组函数中, 相同的是

(A) $\sqrt{x^2}$ 与 $|x|$; (B) $\lg x^2$ 与 $\lg x$;

(C) $y = x - 1$ 与 $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$;

(D) $\cos^2 x + \sin^2 x$ 与 1 ;

- (E) $y = \operatorname{arsh} x$ 与 $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.
2. 下列函数中, 偶函数有
- (A) $y = -1$; (B) $y = e^{2x}$; (C) $y = \operatorname{sh} x$;
 (D) $y = \operatorname{ch} x$; (E) $y = 1 - \cos x$.
3. 下列函数中, 周期函数有
- (A) $y = 1$; (B) $y = \operatorname{sh} x$;
 (C) $y = \sin x \cos x$; (D) $y = x$;
 (E) $y = x - [x]$.
4. 下列 x 的函数中, 基本初等函数有
- (A) $y = |x|$; (B) $y = (x-1)^2$; (C) $y = e^{-x}$;
 (D) $y = 2^x e^x$; (E) $y = 2 \sin x$.
5. 与 $x \in N(\delta, \delta)$ 等价的说法是
- (A) $x \in (a-\delta, a+\delta)$; (B) $x \in [a-\delta, a+\delta]$;
 (C) $0 < |x-a| < \delta$;
 (D) $x \in (a-\delta, a)$ 或 $x \in (a, a+\delta)$;
 (E) $|x-a| < \delta$.

五、基本技能题

- 证明: 区间 $(-L, L)$ 上的两个偶函数的和是偶函数, 两个奇函数的和是奇函数.
- 证明: 区间 $(-L, L)$ 上的两个偶函数的乘积是偶函数; 两个奇函数的乘积是偶函数; 偶函数与奇函数的乘积是奇函数.
- 设 $f(x) = [x] \operatorname{sgn} x$, $g(x) = [|x|]$, 简明表出 $g(x) - f(x)$.

第二章 极 限

一、是非判断题

1. 若 n 越大时, $u_n - A$ 越小, 则数列 $\{u_n\}$ 的极限是 A .
2. 若 n 越大时, $|u_n - A|$ 越小, 则数列 $\{u_n\}$ 的极限是 A .
3. 若对于任意给定的 $\epsilon > 0$, 存在自然数 N , 当 $n > N$ 时, 恒有无穷多个 u_n 满足 $|u_n - A| < \epsilon$, 则数列 $\{u_n\}$ 的极限是 A .
4. 若对于任意给定的 $\epsilon > 0$, 数列 $\{u_n\}$ 中仅有有限多项不满足 $|u_n - A| < \epsilon$, 则数列 $\{u_n\}$ 的极限是 A .
5. 去掉数列中任意有限多项, 不改变敛散性.
6. 有界数列必收敛.
7. 无界数列必发散.
8. 发散数列必无界.
9. 单调数列必收敛.
10. 如果数列 $\{u_n\}$ 的极限是 A , 则数列 $\{|u_n|\}$ 的极限是 $|A|$.
11. 如果数列 $\{|u_n|\}$ 的极限是 $|A|$, 则数列 $\{u_n\}$ 的极限是 A .
12. 如果数列 $\{|u_n|\}$ 的极限是 0 , 则数列 $\{u_n\}$ 的极限是 0 .
13. 无穷小是一个非常非常小的数.
14. 0 是无穷小.

15. 若对于任意给定的 $\epsilon > 0$, 存在无穷多个 x_n , 满足 $|x_n| < \epsilon$, 则数列 $\{x_n\}$ 是无穷小.

16. 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 是无穷小.

17. 无限多个无穷小之和仍是无穷小.

18. 无限多个无穷小之积仍是无穷小.

19. 无界变量必为无穷大.

20. 在 x 的某个变化过程中, 若 $f(x)$ 有极限, $g(x)$ 无极限, 则 $f(x) + g(x)$ 无极限.

21. 在 x 的某个变化过程中, 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都无极限, 则 $f(x) + g(x)$ 无极限.

22. 在 x 的某个变化过程中, 若 $f(x)$ 有极限, $g(x)$ 无极限, 则 $f(x)g(x)$ 无极限.

23. 两个无穷小总可以比较阶的高低.

$$24. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \left(1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}\right)^n = (1+0)^n = 1.$$

$$25. \text{若 } f(x) \text{ 在点 } x_0 \text{ 连续, 则 } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(\lim_{x \rightarrow x_0} x).$$

26. 分段函数必有间断点.

27. 若 $f(x)$ 、 $g(x)$ 在点 x_0 都不连续, 则 $f(x)g(x)$ 在点 x_0 不连续.

28. 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 连续, 则

$$\varphi(x) = \min\{f(x), g(x)\}$$

也是连续函数.

29. 若对于任意小的 $\delta > 0$, 都存在 $\epsilon > 0$, 使得当 $|x - x_0| < \delta$ 时, 恒有 $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$, 则 $f(x)$ 在点 x_0 连续.

30. 严格单调递增函数必是无穷大量.

31. 正无穷大量必严格单调递增.

32. 单调函数没有第二类间断点。

33. 若 $f(x)$ 在任何有限区间上连续, 则 $f(x)$ 必在无限区间 $(-\infty, +\infty)$ 上连续。

34. 若 $f(x)$ 在 (a, b) 上连续, 且 $f(a)f(b) < 0$, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 上必有零点。

35. 若 $f(x)$ 在 (a, b) 上连续, 则在 (a, b) 上必有界。

二、单项选择题

1. 数列 $\{u_n\}$

- (A) 单调时, 必收敛; (B) 有界时, 必收敛;
(C) 无界时, 必发散; (D) 发散时, 必无界。

2. 若 $f(x)$ 在点 x_0 的左、右极限均为 A , 则 $f(x)$ 在点 x_0

- (A) 有定义; (B) 极限存在;
(C) 连续; (D) $f(x_0) = A$ 。

3. 设 $f(x) = \begin{cases} x-1 & (-1 < x \leq 0) \\ x & (0 < x \leq 1) \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

- (A) -1 ; (B) 1 ; (C) 0 ; (D) 不存在。

4. 设 $f(x) = \frac{x}{|x|}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

- (A) -1 ; (B) 1 ; (C) 0 ; (D) 不存在。

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$

- (A) 1 ; (B) 0 ; (C) e ; (D) 不存在。

6. 设 $f(x) = x \sin x$, 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $f(x)$ 是

- (A) 有界变量; (B) 无界变量;
(C) 无穷大量; (D) 无穷小量。

7. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 无穷小量 $1 - \cos x$ 是 x 的

- (A) 高阶无穷小; (B) 低阶无穷小;
(C) 同阶无穷小; (D) 等价无穷小.

8. 数列 $\{u_n\}$ 是由数列 $\{v_n\}$ 的偶数项构成的, 即 $u_n = v_{2n}$, 那末, 当 $n \rightarrow \infty$ 时,

- (A) 若 $v_n \rightarrow A$ 则 $u_n \rightarrow \frac{A}{2}$; (B) 若 $v_n \rightarrow A$ 则 $u_n \rightarrow 2A$;
(C) 若 $v_n \rightarrow A$ 则 $u_n \rightarrow A$; (D) $\{v_n\}$ 发散则 $\{u_n\}$ 发散.

9. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, 且有正数 M 使得在 x_0 的某个邻域止恒有 $|g(x)| \geq M$, 则当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x)g(x)$

- (A) 是无穷大量; (B) 是无穷小量;
(C) 发散且非无穷大; (D) 有非零极限.

10. 如果对于任意的 $a > 0$,

- (A) $f(x)$ 在 $(-a, a)$ 上无界, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$;
(B) $f(x)$ 在 $(-a, a)$ 上有界, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$;
(C) 存在 $\delta > 0$, 使得当 $0 < |x| < \delta$ 时, 恒有 $|f(x)| < a$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a$;
(D) 存在 $\delta > 0$, 使得当 $0 < |x| < \delta$ 时, 恒有 $|f(x)| < a$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.

11. 如果当 $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x) \rightarrow A$, 那末

- (A) 若 x_0 的某个去心邻域上 $f(x) > 0$, 则 $A > 0$;
(B) 若 x_0 的某个去心邻域上 $f(x) < 0$, 则 $A < 0$;
(C) 若 $A > 0$, 则在 x_0 的某个去心邻域上恒有 $f(x) > 0$;
(D) 若 $A \leq 0$, 则在 x_0 的某个去心邻域上恒有 $f(x) < 0$.

12. 已知 $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 0$, 则

(A) $x \rightarrow +\infty$ 时, $f(x)$ 必是无穷小;

(B) $n \rightarrow +\infty$ 时, $f(n)$ 必是无穷小;

(C) $x \rightarrow +\infty$ 时, $\frac{1}{f(x)}$ 必是无穷大;

(D) $n \rightarrow +\infty$ 时, $\frac{1}{f(n)}$ 必是无穷大.

13. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的充分必要条件是: 当 $x \rightarrow x_0$ 时,

(A) $f(x)$ 是无穷小;

(B) $f(x) = f(x_0) + \alpha$, $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha = 0$;

(C) $f(x)$ 的左、右极限存在且相等;

(D) $f(x)$ 的极限存在.

14. 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 则在 $[a, b]$ 上

(A) 有界; (B) 单调;

(C) 有单值反函数; (D) 至少有一个零点.

15. 已知 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A < 0$, 则

(A) $f(x)$ 在点 x_0 有定义;

(B) 当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x)$ 是无穷小;

(C) $f(x)$ 在点 x_0 处连续;

(D) 对于任意的 $M > |A|$, 必存在 $\delta > 0$, 使得当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, 恒有 $|f(x)| < M$.

16. 当 $x \rightarrow x_0$ 时, 函数 $f(x)$ 的极限存在是 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的

(A) 必要条件, 但非充分条件;

(B) 充分条件, 但非必要条件;

(C) 充分必要条件;

(D) 既非充分条件, 也非必要条件.

17. 当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x) \rightarrow f(x_0)$, 是 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的

(A) 必要条件, 但非充分条件;

(B) 充分条件, 但非必要条件;

(C) 充分必要条件;

(D) 既非充分条件, 也非必要条件.

18. 当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x) \rightarrow A$, 则

(A) 必有 $f(x) \rightarrow x_0$ ($x \rightarrow A$);

(B) $f(x)$ 在点 x_0 连续;

(C) 当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x) - A$ 为无穷小;

(D) 当 $x \rightarrow x_0$ 时, $\frac{1}{f(x) - A}$ 为无穷大.

19. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续,

(A) $f(x)$ 单调增加, 则在该区间上 $f(x)$ 必有最大值, 但无最小值;

(B) $f(a) > 0$, $f(b) > 0$, 则 $f(x)$ 在该区间上的最小值也大于零;

(C) $f(a) > 0$, $f(b) < 0$, 则存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) = 0$;

(D) $f(x)$ 在 (a, b) 上至少取得它的最大值和最小值各一次.

20. 当 $x \rightarrow 1$ 时, 无穷小 $1-x$ 与 $1-\sqrt{x}$ 是

(A) 高阶无穷小; (B) 等价无穷小;

(C) 低阶无穷小; (D) 同阶无穷小.

三、填空题

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin x = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a} \right)^x = e.$

8. 点 $x = -1$ 是 $f(x) = \sin(x+1) \sin \frac{1}{x+1}$ 的第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 类间断点.

四、多项选择题

1. 下列数列中收敛的有

(A) $\left\{ \frac{n+1}{n} \right\},$ (B) $\left\{ (-1)^n \frac{n-1}{n} \right\},$

(C) $\{n - (-1)^n\},$ (D) $\left\{ \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} \right\},$

$$(E) \left\{ \cos \frac{n\pi}{2} \right\}.$$

2. 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, 下列函数中的无穷大量有

$$(A) x \sin x; \quad (B) \frac{1}{x}; \quad (C) \ln(1+x);$$

$$(D) e^x; \quad (E) e^{-x}.$$

3. 设数列 $\{u_n\}$ 收敛于 A , 下列说法正确的有

(A) 去掉数列的有限多项后得到的数列仍收敛, 但极限不是 A ;

(B) 去掉数列所有的偶数项, 只留下奇数项, 这样得到的数列仍收敛于 A ;

(C) 必存在正数 M , 使得对于一切自然数 n , 恒有 $|u_n| \leq M$;

(D) $u_n - A$ 的值随着 n 的增大而减小;

(E) 当 $A > 0$ 时, 必存在自然数 N , 使得当 $n > N$ 时, 恒有 $u_n > 0$.

4. 当 $x \rightarrow x_0$ 时, 函数 $f(x)$ 的极限是 A , 下列说法正确的有

(A) 对于任意的 $\epsilon > 0$, 存在 $\delta > 0$, 使得当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, 恒有 $|f(x) - A| < \epsilon$;

(B) 对于任意的 $\delta > 0$, 存在 $\epsilon > 0$, 使得当 $0 < |x - x_0| < \epsilon$ 时, 恒有 $|f(x) - A| < \delta$;

(C) 对于任意的 $\epsilon > 0$, 存在 $\delta > 0$, 使得当 $x \in N(x_0, \delta)$ 时, 恒有 $f(x) \in (A - \epsilon, A + \epsilon)$;

(D) 对于任意的 $\delta > 0$, 存在 $\epsilon > 0$, 使得当 $x \in N(x_0, \delta)$ 时, 恒有 $|f(x) - A| < \epsilon$;

(E) 对于任意的 $\epsilon > 0$, 存在 $\delta > 0$, 使得当 $|f(x) - A| < \delta$

ϵ 时, 恒有 $0 < |x - x_0| < \delta$.

5. 下列命题正确的有

(A) 如果 $f(x_0 - 0)$ 与 $f(x_0 + 0)$ 存在, 且 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处连续;

(B) 如果 $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0)$, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处连续;

(C) 如果 $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) = f(x_0)$, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处连续;

(D) 如果 $f(x)$ 在点 x_0 处连续, 则当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x)$ 的极限存在;

(E) 设 $\varphi(x)$ 在点 x_0 处连续, $\varphi(x_0) = u_0$, 且当 $u \rightarrow u_0$ 时, $f(u)$ 的极限存在, 则 $f[\varphi(x)]$ 在点 x_0 处连续.

五、基本技能题

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{\sin nx}$.

2. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{2x}$.

3. 求 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}}$.

4. 求 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$.

5. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x}$.

6. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - x \right)$.