

当代经济学教科书译丛

当代经济学
博弈论基础
A PRIMER IN GAME THEORY

• ROBERT GIBBONS

A PRIMER IN GAME THEORY

博弈论基础

[美] 罗伯特·吉本斯 著
高峰 译 魏玉根 校

F324.32/

卷二

当代经济学教科书译丛



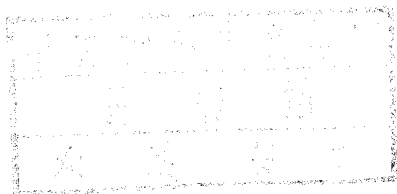
201034219

• ROBERT GIBBONS

A PRIMER IN GAME THEORY

博弈论基础

[美] 罗伯特·吉本斯 著
高峰 译 魏玉根 校



中国社会科学出版社

(京)新登字 030 号
图字: 01-1999-0959 号

图书在版编目 (CIP) 数据

博弈论基础 / (美) 吉本斯 (Gibbons, R.) 著; 高峰译.

—北京: 中国社会科学出版社, 1999.3

(当代经济学教科书译丛)

ISBN 7-5004-2454-X

I. 博… II. ①吉… ②高… III. 对策论 IV. 0225

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 13099 号

“Translation Copyright © 1998 by China Social Sciences Publishing House” Copyright © 1992 All Rights Reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Prentice Hall Europe, a Simon & Schuster company.

责任编辑 张 红
责任校对 李 明
封面设计 毛国宣
版式设计 吴 明

出版发行 **中国社会科学出版社**
(北京鼓楼西大街甲 158 号)

邮 编 100720
经 销 新华书店
印 刷 北京大兴新魏印刷厂
版 次 1999 年 3 月第 1 版、第 1 次印刷

开 本 787×1092 毫米 1/16 印张 13.25 插页 2
字 数 228 千字
印 数 4 000 册
定 价 25.00 元

ISBN 7-5004-2454-X/F·446

DI78/01
当代经济学教科书译丛

编 委 会

顾问

陈岱孙(北京大学教授,1926年获哈佛大学哲学博士)

肯尼斯·阿罗(美国斯坦福大学教授,1972年诺贝尔经济学奖获得者)

主编

晏智杰(北京大学经济学院院长、教授,博士生导师)

钱颖一(美国斯坦福大学教授,1990年获哈佛大学经济学博士)

执行编委

罗 涛 苏 剑 叶南奇 张 红

序 言

最近 20 年来,中国经历了剧烈的社会和经济变迁,而且可以预期,还会沿着邓小平理论指引的方向继续前进。这种变迁呼唤着适当的经济理论来提供某种指导——中国的发展和改革需要经济学理论的创新。在创新过程中,无疑需要借鉴西方经济学。同样,西方经济学的发展也越来越需要更为广阔的经济视野,需要从更为多样化的经济实践中吸取营养。于是,西方经济学界越来越多的有识之士把目光转向了原来实行计划经济的国家,这些国家的苦恼、阵痛、期望和奋斗历程都可能成为经济学进一步发展的契机,都可能为经济学的发展提供新的素材、新的视角、新的思路、新的方法。而在原计划经济国家中,中国是惟一保持转轨与发展并行不悖的国家。这使东西方的许多经济学家感到振奋。

为了深化我们对中国经济及其改革过程的理解,从而为我国的经济建设提供切实可行的指导,为经济学的发展提供新的素材和新的视角,加强中国与西方经济学的交流和沟通就成为必不可少的了。为此,北京大学和斯坦福大学两个经济学院的有关教学和研究人員准备全面系统地向中国介绍西方经济学的最新研究成果和研究方法,主要是把西方一流经济院系正在使用的最新、最好的经济学教材译介到中国来。

这套丛书有如下特点。第一,层次高。本丛书所选书目均为中高级教材。第二,内容新。所选书目均为美国最近几年出版的教材,体现了西方经济学的最新研究成果与水准。第三,题材广泛且具有系统性。大凡当代经济学的各个领域,从基础理论到各专门学科,从理论、历史到方法,本译丛均有涉及。第四,选材权威。本译丛所选书目均经北京大学和斯坦福大学有关经济学家严格挑选,都是美国经济学教材中的优秀之作,均出自美国著名经济学家之手,并在美国名牌大学经济学系广为使用。

这套《当代经济学教科书译丛》包括高级和中级两个系列。高级系列覆盖了西方经济学的各个基础领域,包括宏观经济学、微观经济学、经济计量学、对策论、经济史和经济思想史等,入选各书均为目前西方一流经济学院

2 博弈论基础

系所用的最新最好的研究生教材。我们希望这套书能对读者了解当代西方经济学的现状和未来发展方向有所帮助,也希望对理解中国经济、从而为中国的经济改革有所裨益。

前 言

博弈论是研究多人决策问题的理论,这类问题在经济学研究中又经常会遇到。例如,大家都已十分熟悉的寡头垄断市场就是典型的多人决策——其中的每一厂商必须考虑其他厂商的行为。但博弈论在经济学领域的应用远不限于产业组织理论。在微观研究领域,交易机制的模型(诸如讨价还价模型和拍卖模型)就涉及博弈论;在中观经济研究中,劳动力经济学和金融理论都有关于企业要素投入品市场(而非寡头垄断模型中的产出品市场)的博弈论模型,即使在一个企业内部也存在博弈论问题:如许多工人可能会为同一升迁机会勾心斗角,不同部门间也会为争取公司的资本金投入相互竞争。最后,从宏观的角度看,国际经济学中有关于国家间的相互竞争(或互相串谋),选择关税或其他贸易政策的模型;宏观经济学中也有货币当局和工资、价格制定者(厂商等微观单位)间的战略相互影响,最终决定了货币政策效果的模型。

这本书是为那些以后将在经济学应用领域建立(至少是使用)博弈论模型的人设计的,介绍理论应用的篇幅至少和纯理论一样多,原因有三:第一,具体应用的例子有助于对纯理论的学习和理解,本书也有关于抽象博弈论模型的正式讨论,但相比之下较为次要;第二,在介绍应用的同时也说明了构建模型的程序——即把非正式的对多人决策问题的描述转化为可分析的正式博弈论问题的程序;第三,不同的例子也显示出在经济学的不同领域中遇到的问题有很多在本质上是相似的,并可使用相同的博弈论分析工具去分析不同类型的问题。为强调博弈论广泛的潜在运用领域,本书尽量减少使用大家已广为熟悉的其在产业组织理论中的应用例子,而更多地介绍其在经济学其他领域的应用,如劳动力经济学、宏观经济学等。

在本书中,我们将讨论四种类型的博弈:完全信息静态博弈、完全信息动态博弈、不完全信息静态博弈、不完全信息动态博弈。(如果其中一个参与人不知道另外参与人的收益函数,该博弈就是不完全信息的,如在拍卖

2 博弈论基础

中,每一个竞买者都不知道另外竞买者愿为拍卖品出多高的价格)与上述四种类型博弈相对应的是博弈论的四个均衡概念:纳什均衡(Nash equilibrium)、子博弈精炼纳什均衡(subgame-perfect Nash equilibrium)、贝叶斯纳什均衡(Bayesian Nash equilibrium)和精炼贝叶斯均衡(perfect Bayesian equilibrium)。

为更好地在整体上理解这四个均衡概念,应注意以下两点:第一,这四个均衡概念的条件是逐渐强化的,更为严格的概念的提出是为了弥补条件较弱的均衡概念的不足和漏洞。例如,我们会看到,子博弈精炼纳什均衡的条件比纳什均衡的条件更为严格,而精炼贝叶斯均衡的条件又较子博弈精炼均衡为强。第二,如果我们愿意,可以把所有的均衡概念都归为某种条件下的精炼贝叶斯均衡(甚至是条件更强的均衡概念),它在完全信息静态博弈的条件下与纳什均衡是等价的,在完全(且完美)信息动态博弈中等价于子博弈精炼均衡,在不完全信息静态博弈下等价于贝叶斯纳什均衡。

本书可提供两种用途。经济学系一年级的研究生,由于对书中的许多应用已十分熟悉,可用半学期的课程讲完博弈论的主要内容,余下的应用部分可安排课下自学。对本科大学生,一整个学期的课程安排更为妥当,从而有时间较从容地学习理论,并在课堂上讲授书中的应用。所需的主要数学基础为一元微积分;概率论的基本概念和分析工具,本书在用到时将加以介绍。

我的博弈论知识主要得自我在研究生期间的戴维·克雷普斯(David Kreps)、约翰·罗伯茨(John Roberts)、鲍勃·威尔逊(Bob Wilson)以及其后的亚当·布兰登贝格尔(Adam Brandenburger)、德鲁·富登伯格(Drew Fudenberg)和琼·泰勒尔(Jean Tirole),书中的理论主要得自他们所传;本书偏重于应用的特点及通俗易懂的风格,则主要得益于MIT经济学系聪敏好学的学生,我于1985—1990年间为他们开设这门课程。我对以上师友们的指导和鼓励致以万分的谢意,并衷心感谢对本书草稿提供宝贵意见的乔·法雷尔(Joe Farrell)、米尔特·哈里斯(Milt Harris)、乔治·马拉斯(George Mailath)、马修·雷宾(Matthew Rabin)、安迪·韦斯(Andy Weiss)及其他无法提及姓名的读者。最后,我还非常荣幸地得到普林斯顿大学出版社杰克·莱普彻克(Jack Repcheck)的指导和鼓励,以及国家经济研究局奥林经济学奖金(Olin Fellowship in Economics)的资助,在此一并致谢。

目 录

前言	(1)
第1章 完全信息静态博弈	(1)
1.1 基础理论:博弈的标准式和纳什均衡	(2)
1.1.A 博弈的标准式表述	(2)
1.1.B 重复剔除严格劣战略	(3)
1.1.C 纳什均衡的导出和定义	(6)
1.2 应用举例	(11)
1.2.A 古诺的双头垄断模型	(11)
1.2.B 贝特兰德的双头垄断模型	(17)
1.2.C 最后要价仲裁	(18)
1.2.D 公共财问题	(21)
1.3 理论发展:混合战略和均衡的存在性	(23)
1.3.A 混合战略	(23)
1.3.B 纳什均衡的存在性	(26)
1.4 进一步阅读	(38)
1.5 习题与练习	(38)
1.6 参考文献	(41)
第2章 完全信息动态博弈	(43)
2.1 完全且完美信息动态博弈	(44)
2.1.A 理论:逆向归纳法	(44)
2.1.B 斯塔克尔贝里双头垄断模型	(47)
2.1.C 有工会企业的工资和就业	(49)
2.1.D 序贯谈判	(52)
2.2 完全非完美信息两阶段博弈	(55)

2 博弈论基础

2.2.A 理论:子博弈精炼	(55)
2.2.B 对银行的挤提	(57)
2.2.C 关税和国际市场的不完全竞争	(58)
2.2.D 工作竞赛	(61)
2.3 重复博弈	(64)
2.3.A 理论:两阶段重复博弈	(64)
2.3.B 理论:无限重复博弈	(69)
2.3.C 古诺双头垄断下的共谋	(80)
2.3.D 效率工资	(84)
2.3.E 时间一致性的(Time-Consistent)货币政策	(88)
2.4 完全非完美信息动态博弈	(90)
2.4.A 博弈的扩展式表述	(90)
2.4.B 子博弈精炼纳什均衡	(95)
2.5 进一步阅读	(101)
2.6 习题	(102)
2.7 参考文献	(109)
第3章 非完全信息静态博弈	(112)
3.1 理论:静态贝叶斯博弈和贝叶斯纳什均衡	(113)
3.1.A 一个例子:非对称信息下的古诺竞争	(113)
3.1.B 静态贝叶斯博弈的标准式表述	(114)
3.1.C 贝叶斯纳什均衡的定义	(117)
3.2 应用举例	(119)
3.2.A 再谈混合战略	(119)
3.2.B 拍卖一种	(121)
3.2.C 双向拍卖	(125)
3.3 显示原理 The Revelation Principle	(129)
3.4 进一步阅读	(132)
3.5 习题与练习	(133)
3.6 参考文献	(135)
第4章 非完全信息动态博弈	(137)
4.1 精炼贝叶斯均衡概述	(139)
4.2 信号博弈	(145)

4.2.A	信号博弈的精炼贝叶斯均衡	(145)
4.2.B	就业市场信号	(150)
4.2.C	公司投资和资本结构	(161)
4.2.D	货币政策	(163)
4.3	精炼贝叶斯均衡的其他应用	(165)
4.3.A	空谈博弈	(165)
4.3.B	非对称信息下的序贯谈判	(171)
4.3.C	有限重复囚徒困境中的声誉	(176)
4.4	精炼贝叶斯均衡的再精炼	(182)
4.5	进一步阅读	(191)
4.6	习题	(192)
4.7	参考文献	(198)

第 1 章

完全信息静态博弈

在本章中,我们讨论如下简单形式的博弈:开始时由参与者同时选择行动,然后根据所有参与者的选择,每个参与者得到各自的结果(一定的收益或支出)。在此类静态(即各方同时行动)的博弈中,我们的分析又仅限于完全信息博弈的情况,即每一参与者的收益函数(根据所有参与者选择行动的不同组合决定某一参与者收益的函数)在所有参与者之间是共同知识(common knowledge)。我们在本书的第 2 章和第 4 章讨论动态(即序贯行动)博弈,在本书的第 3 章和第 4 章分析不完全信息博弈(博弈中的一些参与者不知道其他参与者的收益函数,如拍卖中每一人都不清楚其他人到底愿意为拍卖品出多高的价格)。

在第 1.1 节首先介绍博弈论入门的两个最基本问题:如何描述一个博弈问题以及如何求得博弈问题的解。我们定义博弈的标准式表述和严格劣战略的概念,并说明有些博弈问题只要运用理性参与者绝不会使用严格劣战略这一原则,就可得到解决,但此原则在其他博弈问题中也可能出现非常不精确的预测(像任何结果都有可能发生之类)。接着,我们引出纳什均衡的概念并给出定义——这一概念的用途很广,对很多类型的博弈都能作出较为严格的预测。

在第 1.2 节我们运用前面介绍的工具,分析其四个应用模型:古诺(Cournot, 1838)的不完全竞争模型,贝特兰德(Bertrand, 1883)的不完全竞争模型,法伯(Farber, 1980)的最后要价仲裁和公共财产问题(休谟(Hume), 1739 年提出了此类问题,以后又不断被经济学家提出讨论)。在每一应用例子中,我们先把问题的非标准描述转化为博弈的标准式,其后再解出该博弈的纳什均衡。(上面每一例子都存在唯一的纳什均衡,但我们讨论的范围却不限于此。)

在第 1.3 节重回理论分析。首先我们定义混合战略(Mixed strategy),它可理解为一个参与者并不能确定其他参与者将会如何行动,然后引出并

讨论纳什定理,该定理保证了在非常广泛的博弈类型中都存在着纳什均衡(也许会是混合战略均衡)。由于我们在第 1.1 节介绍了最基本的理论,在第 1.2 节安排了应用举例,最后在第 1.3 节又给出了更进一步的理论内容,显然,在第 1.3 节中更深入的理论探讨,对第 1.2 节例子的理解并不是必须的前提,混合战略的概念和均衡的存在性在以后各章中都时有提及。

本章及其后各章后面均附有习题、建议以及进一步的阅读资料及参考文献目录。

1.1 基础理论:博弈的标准式和纳什均衡

1.1.A 博弈的标准式表述

在博弈的标准式表述中,每一参与者同时选择一个战略,所有参与者选择战略的组合决定了每个参与者的收益。我们借一个经典的例子说明博弈的标准式——囚徒困境。两个犯罪嫌疑人被捕并受到指控,但除非至少一个人招认犯罪,警方并无充足证据将其按罪判刑。警方把他们关入不同牢室,并对他们说明不同行动带来的后果。如果两人都不坦白,将均被判为轻度犯罪,入狱一个月;如果双方都坦白招认,都将被判入狱 6 个月;最后,如果一人招认而另一人拒不坦白,招认的一方将马上获释,而另一人将判入狱 9 个月——所犯罪行 6 个月,干扰司法加判 3 个月。

囚徒面临的问题可用下图所示的双变量矩阵表来描述。(正如同一个矩阵一样,双变量矩阵可由任意多的行和列组成,“双变量”指的是在两个参与者的博弈中,每一单元格有两个数字——分别表示两个参与者的收益)

		囚徒 2	
		沉默	招认
囚徒 1	沉默	-1, -1	-9, 0
	招认	0, -9	-6, -6

囚徒的困境

在此博弈中,每一囚徒有两种战略可供选择:坦白(或招认)、不坦白(或沉默),在一组特定的战略组合被选定后,两人的收益由上图双变量矩阵中相应单元的数据所表示。习惯上,横行代表的参与者(此例中为囚徒 1)的收益在两个数字中放前面,列代表的参与者(此例为囚徒 2)的收益置于其后。

这样,如果囚徒1选择沉默,囚徒2选择招认,囚徒1的收益就是-9(代表服刑9个月),囚徒2的收益为0(代表马上开释)。

现在我们回到一般情况。博弈的标准式表述包括:(1)博弈的参与者,(2)每一参与者可供选择的战略集,(3)针对所有参与者可能选择的战略组合,每一个参与者获得的收益。我们后面将经常讨论到 n 个参与者的博弈,其中参与者从1到 n 排序,设其中任一参与者的序号为 i ,令 S_i 代表参与者 i 可以选择的战略集合(称为 i 的战略空间),其中任意一个特定的战略用 s_i 表示(有时我们写成 $s_i \in S_i$ 表示战略 s_i 是战略集 S_i 中的要素)。令 (s_1, \dots, s_n) 表示每个参与者选定一个战略形成的战略组合, u_i 表示第 i 个参与者的收益函数, $u_i(s_1, \dots, s_n)$ 即为参与者选择战略 (s_1, \dots, s_n) 时第 i 个参与者的收益。将上述内容综合起来,我们得到:

定义 在一个 n 人博弈的标准式表述中,参与者的战略空间为 S_1, \dots, S_n ,收益函数为 u_1, \dots, u_n ,我们用 $G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$ 表示此博弈。

尽管我们曾提到在博弈的标准式中,参与者是同时选择战略的,但这并不意味着各方的行动也必须是同时的:只要是每一参与者在选择行动时不知道其他参与者的选择就足够了,像上例中牢里分开关押的囚徒可以在任何时间作出他们的选择。更进一步,尽管在本章中博弈的标准式只用来表示参与者行动时不清楚他人选择的静态博弈,但在第2章中我们就会看到标准式也可用来表示序贯行动的博弈,只不过另一种变通的方式——博弈的扩展式表述更为常用,它在分析动态问题时也更为方便。

1.1.B 重复剔除严格劣战略

上节已讲过一个博弈的表述方法,下面开始介绍如何着手分析一个博弈论问题。我们从囚徒的困境这个例子开始,因为它较为简单,只需用到理性的参与者不会选择严格劣战略这一原则。

在囚徒的困境中,如果一个嫌疑犯选择了招认,那么另一人也会选择招认,被判刑6个月,而不会选择沉默从而坐9个月的牢;相似地,如果一个嫌疑犯选择沉默,另一人还是会选择招认,这样会马上获释,而不会选择沉默在牢里渡过一个月。这样,对第 i 个囚徒讲,沉默相比招认来说是劣战略——对囚徒 j 可以选择的每一战略,囚徒 i 选择沉默的收益都低于选择招认的收益。(对任何双变量矩阵,上例中的收益的具体数字0, -1, -6,

4 博弈论基础

-9 换成任意的 T, R, P, S , 只要满足 $T > R > P > S$, 上述结论依然成立。)更为一般地:

定义 在标准式的博弈 $G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$ 中, 令 s'_i 和 s''_i 代表参与者 i 的两个可行战略(即 s'_i 和 s''_i 是 S_i 中的元素)。如果对其他参与者每一个可能的战略组合, i 选择 s'_i 的收益都小于其选择 s''_i 的收益, 则称战略 s'_i 相对于战略 s''_i 是严格劣战略:

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s'_i, s_{i+1}, \dots, s_n) < u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s''_i, s_{i+1}, \dots, s_n). \quad (DS)$$

对其他参与者在其他战略空间 $S_1, \dots, S_{i-1}, S_{i+1}, \dots, S_n$ 中每一组可能的战略 $(s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$ 都成立。

理性的参与者不会选择严格劣战略, 因为他(对其他人选择的战略)无法作出这样的推断, 使这一战略成为他的最优反应。^① 这样, 在囚徒的困境中, 一个理性的参与人会选择招认, 于是(招认, 招认)就成为两个理性参与者的结果, 尽管(招认, 招认)带给双方的福利都比(沉默, 沉默)要低。囚徒的困境的例子还有很多应用, 我们将在第 2 章和第 4 章讨论它的变型。现在, 我们来看理性参与者不选择严格劣战略这一原则是否能解决其他博弈问题。

		参与者 2		
		左	中	右
参与者 1	上	1, 0	1, 2	0, 1
	下	0, 3	0, 1	2, 0

图 1.1.1

考虑图 1.1.1 所示抽象博弈的例子,^② 参与者 1 有两个可选战略, 参与者 2 有 3 个可选战略: $S_1 = \{\text{上}, \text{下}\}$, $S_2 = \{\text{左}, \text{中}, \text{右}\}$ 。对参与者 1 来讲, 上和下都不是严格占优的: 如果 2 选择左, 上优于下(因为 $1 > 0$), 但如 2

① 相应的逆命题也很有趣: 如果某一参与者(对其他参与者选择的战略)无法作出这样的推断, 从而使战略 s_i 成为他的最优反应, 我们能否得到结论, 一定存在另一战略是 s_i 的严格占优战略? 答案是肯定的。前提是对“推断”和“另一战略”的正确理解, 两者都涉及到将在第 1.3.A 节中介绍的混合战略。

② 本书的绝大多数例子都取自经济学的实际应用, 而很少使用纯数字的抽象例子, 这不仅因为应用本身往往饶有趣味, 还因为应用经常是解释理论的较好方式。不过在说明一些基本的理论原理时, 我们有时也求助于没有现实经济含义的抽象例子。

选择右,下就会优于上(因为 $2 > 0$)。但对参与人2来讲,右严格劣于中(因为 $2 > 1$ 且 $1 > 0$),因此理性的参与人2是不会选择右的。那么,如果参与人1知道参与人2是理性的,他就可以把右从参与人2的战略空间中剔除,即如果参与人1知道参与人2是理性的,他就可以把图1.1.1所示博弈视为图1.1.2所示博弈:

		参与人2	
		左	中
参与人1	上	1, 0	1, 2
	下	0, 3	0, 1

图 1.1.2

在图1.1.2中,对参与人1来讲,下就成了上的严格劣战略,于是如果参与人1是理性的(并且参与人1知道参与人2是理性的,这样才能把原博弈简化为图1.1.2),参与人1就不会选择下。那么,如果参与人2知道参与人1是理性的,并且参与人2知道参与人1知道参与人2是理性的(从而参与人2知道原博弈将会简化为图1.1.2所示博弈),参与人2就可以把下从参与人1的战略空间中剔除,余下图1.1.3所示博弈。但这时对参与人2,左又成为中的严格劣战略,仅剩的(上,中)就是此博弈的结果。

		参与人2	
		左	中
参与人1	下	0, 3	0, 1

图 1.1.3

上面的过程可称为“重复剔除严格劣战略”。尽管此过程建立在理性参与人不会选择严格劣战略这一合情近理的原则之上,它仍有两个缺陷:第一,每一步剔除都需要参与者间相互了解的更进一步假定,如果我们要把这一过程应用到任意多步,就需要假定“参与者是理性的”是共同知识。这意味着,我们不仅需要假定所有参与人是理性的,还要假定所有参与人都知道所有参与人是理性的,还需要假定所有参与人都知道所有参与人都知道所有参与人是理性的,如此等等,以至无穷(关于共同知识的正式定义参见奥曼(Aumann, 1976))。

重复剔除严格劣战略的第二个缺陷在于这一方法对博弈结果的预测经常是不精确的。例如,在1.1.4中的博弈中,就没有可以剔除的严格劣战略。(由于没有现实事件作为基础,这一博弈可能会被认为是随意编制或不

6 博弈论基础

合逻辑的,为此我们还可以参考 1.2.A 中经济学应用部分反映同一实质的 3 个及更多企业的古诺模型)既然所有战略都经得住对严格劣战略的重复剔除,该方法对分析博弈将出现什么结果毫无帮助。

	左	中	右
上	0,4	4,0	5,3
中	4,0	0,4	5,3
下	3,5	3,5	6,6

图 1.1.4

下面我们介绍纳什均衡,它是一种博弈的解的概念,可以对非常广泛类型的博弈作出严格得多的预测。我们通过参与者的纳什均衡战略绝不会在重复剔除严格劣战略的过程中被剔除掉,而重复剔除劣战略后所留战略却不一定满足纳什均衡战略的条件,来证明纳什均衡是一个比重复剔除严格劣战略要强的解的概念。以后各章我们还将证明在扩展式的博弈中,甚至纳什均衡对博弈结果的预测也可能是不精确的,从而还需要定义条件更为严格的均衡概念。

1.1.C 纳什均衡的导出和定义

导出纳什均衡的途径之一,是证明如果博弈论还可以为博弈问题提供一个惟一解,此解一定是纳什均衡,原因如下。设想在博弈论预测的博弈结果中,给每个参与者选定各自的战略,为使该预测是正确的,必须使参与者自愿选择理论给他推导出的战略。这样,每一参与者要选择的战略必须是针对其他参与者选择战略的最优反应,这种理论推测结果可以叫做“战略稳定”或“自动实施”的,因为没有参与人愿意独自离弃他所选定的战略,我们把这一状态称为纳什均衡。

定义 在 n 个参与者标准式博弈 $G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$ 中,如果战略组合 $\{s_1^*, \dots, s_n^*\}$ 满足对每一参与者 i , s_i^* 是(至少不劣于)他针对其他 $n-1$ 个参与者所选战略 $\{s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*\}$ 的最优反应战略,则称战略组合 $\{s_1^*, \dots, s_n^*\}$ 是该博弈的一个纳什均衡。即:

$$u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) . \quad (\text{NE})$$